РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИКИ
ИМ. Л.А. МЕЛЕНТЬЕВА

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УЧЕБНО-НАУЧНЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ЦЕНТР
ИрГТУ–ИСЭМ

Н.И. Воропай

ТЕОРИЯ СИСТЕМ

для электроэнергетиков

Учебное пособие для студентов электроэнергетических специальностей

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области энергетики и электротехники



Новосибирск
«Наука»
Сибирская издательская фирма РАН
2000

УДК 621.311.1
ББК 31.2
В 75

А в т о р
Н.И. Воропай

Теория систем для электроэнергетиков: Учебное пособие / Н.И.Воропай. - Новосибирск: Наука, Сибирская издательская фирма РАН, 2000. - 273 с.

ISBN 5 – 02 – 031274 – 6

В учебном пособии систематически изложены основные современные понятия, положения и подходы теории систем применительно к электроэнергетическим системам. Общие положения теории систем широко иллюстрируются примерами и задачами развития и эксплуатации электроэнергетических систем.

Рекомендовано Учебно-методическим объединением по образованию в области энергетики и электротехники в качестве учебного пособия для студентов вузов России по электроэнергетическим специальностям.

Табл.; 6. Ил.: 57. Библиогр.: 32 назв.

Рецензенты:
доктор технических наук, профессор А.З. Гамм, доктор технических наук, профессор А.В. Петров, кафедра «Электрические станции, сети и системы» ИрГТУ (зав. кафедрой д.т.н., проф. В.И. Тарасов)

Утверждено к печати ученым советом
Института систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН

Книга издана при финансовой поддержке Сибирского отделения РАН, Российского фонда фундаментальных исследований (грант поддержки ведущей научной школы №96-15-98216), Федеральной целевой программы «Интеграция» (проект №94)

Без объявления

ISBN 5 – 02 - 031274 – 6

© Н.И.Воропай, 2000
© Российская академия наук, 2000
© Оформление «Наука». Сибирская издательская фирма РАН, 2000

ПРЕДИСЛОВИЕ..... 11
Глава1. **ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ СИСТЕМ** 13
1.1. **Система**..... -
Определения..... -
Элемент..... 15
Подсистема..... 16
Связь..... -
Состояние..... 18
Функционирование и развитие..... -
Цели, функции системы..... 19
1.2.Структура. Связность. Сложность систем..... -
Структура..... -
Связность..... 23
Сложность систем..... -
1.3. Поведение. Нелинейность. Устойчивость..... 24
Поведение..... -
Нелинейность..... 25
Устойчивость..... 26
1.4. Неопределенность. Информация..... 28
Виды неопределенностей..... -
Информация..... 30
1.5. Моделирование. Имитация..... -
Модели и моделирование..... ..... -
Имитация. Имитационное моделирование..... 32
1.6. Выбор (принятие решений*)*...... 33
Выбор как реализация цели..... -
Множественность задач выбора..... 35
1.7. Системный подход. Системный анализ. Системные исследования..... 36
Глава 2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ..... 39
2.1. Цели и задачи структурного анализа..... -
2.2. Формализация описания структуры на основе теории графов...... 40
Определение графа, виды графов..... -
Способы формализованного задания графа..... 41
Определение частичного графа и подграфа..... 44
Определение цепи, пути, цикла, контура..... -

Степень вершины..... 45
Связность графа..... 46
Порядковая функция на графе. Понятие уровня -
Числовая функция на графе..... 48
2.3. Структурно-топологические характеристики систем..... 49
Связность структуры..... 50
Структурная избыточность..... -
Структурная компактность..... 51
Степень централизации в структуре..... -
Ранг элемента..... 52
2.4. Структурный анализ электроэнергетических систем (основные положения)..... 54
Характеристика задачи..... -
Выделение сильно связанных подсистем и слабых сечений..... -
Группировка схем по пропускной способности структурно слабых сечений..... 55
Оценка роли и значимости генератора (подсистемы) в системе..... 57
Классификация связей по их роли и значимости в работе ЭЭС..... 59
Иерархическая структурная модель ЭЭС..... 60
2.5. Алгоритмы классификации показателей..... 64
2.6. Пример структурного анализа электроэнергетической системы..... 67
Предварительный анализ..... -
Характеристики структурной модели..... 69
Глава 3.ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМ..... 72
3.1.Особенности поведения систем..... -
3.2.Устойчивость по Ляпунову..... 73
Определения..... -
Метод функций Ляпунова..... 75
3.3. Структурная устойчивость. Бифуркации. Катастрофы..... 77
Основные понятия..... -
Связь между катастрофами, бифуркациями и структурной устойчивостью..... 79
Случай пространства R^2..... 81

3.4. Пример простейшей электроэнергетической системы…….. 85
3.5. Адаптируемость динамических процессов……. 87
Понятие адаптируемости……. -
Внешние возмущения состояния……. 89
Изменение параметров системы…… 91
3.6. Управление. Управляемая адаптируемость….. 93
Обратная связь и управление……. -
Адаптируемость в линейной системе……. 95
3.7.Поведение электроэнергетических систем различной структуры…… 96
Местные узлы…… 97
Внутренние узлы…… -
Системные узлы…… 99
Равнозначимые узлы…… 100
3.8.Распространение возмущений. Живучесть систем……. -
Простой пример динамической системы…….. -
Сложные системы…… 102
3.9. Процессы самоорганизации в системах. Синергетика……. 104
Хаос и самоорганизация…….. -
Что такое синергетика?…….. 105
Стохастичность и самоорганизация в ЭЭС…….. 107
Глава 4. СИСТЕМЫ И ИНФОРМАЦИЯ…… 111
4.1. Характеристики информации…… -
Роль информации в управлении…… -
Основные характеристики информации…… 112
Необходимая и достаточная информация…… 114
Информация на разных уровнях управления…… 117
4.2. Хранение и обработка информации…… 118
Первичная обработка данных…… -
Достоверность информации…… 120
Хранение и поиск данных…… 121
Базы данных…… 122
Представление знаний…… 125
Глава 5. ОПИСАНИЕ СИСТЕМ…… 129
5.1. Представление системы…… -
Математическая модель как описание системы…. 129

Основные принципы формирования модели..... 131
5.2.Системы алгебраических уравнений..... 133
Линейные системы..... -
Метод Гаусса..... 135
Нелинейные системы..... 137
Метод касательных (метод Ньютона)..... -
5.3. Системы дифференциальных уравнений..... 139
Линейные системы..... -
Устойчивость по Ляпунову..... 140
Решение систем уравнений..... 142
Модальный анализ..... 145
Косвенные методы. Критерий Гурвица..... 147
Нелинейные системы. Методы решения..... 149
5.4. Случайные события, состояния и процессы.... 152
Случайные события..... -
Случайные состояния..... 154
Случайные процессы..... 157
5.5. Нечеткие описания..... 159
Нечеткие множества..... -
Операции над нечеткими множествами..... 160
Нечеткие отношения..... 161
Операции над нечеткими отношениями..... 162
5.6. Логические и другие неаналитические модели..... 163
Логика высказываний..... -
Предикаты..... -
Конечные автоматы..... 165
Сети Петри..... -
Искусственные нейронные сети..... 167
Комбинированные модели..... 168
5.7. Преобразование моделей систем..... 169
Декомпозиция моделей..... -
Теория возмущений..... 171
Методы усреднения..... 172
Глава 6. ВЫБОР РЕШЕНИЙ..... 175
6.1. Критериальное описание выбора..... -
Критерий, целевая функция..... -
Выбор как максимизация критерия..... -
Скаляризация векторного критерия..... 176

Условная максимизация..... 178
Поиск альтернативы с заданными свойствами.... 179
Нахождение паретовского множества..... 180
Выбор с использованием многокритериальной функции полезности..... 181
6.2. Бинарные отношения..... 182
Язык бинарных отношений..... -
Способы задания бинарных отношений..... 183
Отношения эквивалентности, порядка и доминирования..... 184
Об оцифровке порядковых шкал..... 185
Метод анализа иерархий..... 187
6.3. Групповой выбор..... 189
Описание группового выбора..... -
Правила голосования..... -
Парадоксы голосования..... 190
6.4. Выбор в условиях неопределенности..... 192
Задание неопределенности с помощью матрицы.. -
Критерии сравнения альтернатив при неопределенности исходов..... 194
Общее представление о теории игр..... 195
О выборе в условиях статистической неопределенности..... 196
6.5. Выбор в условиях нечеткости..... 198
Многокритериальный выбор в нечеткой ситуации.. -
Некритериальные задачи нечеткого выбора..... 200
6.6. Оптимальное управление..... 201
Функционал качества..... -
Вариационный принцип..... -
Принцип максимума Понтрягина..... 202
Динамическое программирование..... 203
Наблюдаемость и управляемость..... 205
6.7. Достоинства и недостатки идеи оптимальности..... 206
Достоинства оптимизационного подхода..... 207
Ограниченность оптимизационного подхода..... 208
6.8. Иерархические задачи выбора..... 211
Общая схема..... -

Пример иерархической задачи проектирования ЭЭС..... 214
6.9. Экспертные методы выбора..... 216
Факторы, влияющие на работу эксперта..... -
Методы обработки мнений экспертов..... 217
Метод “Делфи”..... 219
6.10. Человеко-машинные системы и выбор..... -
Ограничения человеческого интеллекта..... -
Пакеты прикладных программ для выбора..... 220
Экспертные системы..... 221
Системы поддержки решений..... -
6.11. Эвристические методы выбора..... 222
Эвристики..... -
Табу-поиск решения..... 224
Моделирование отжига..... 225
Генетические алгоритмы..... 228
Глава 7. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ..... 233
7.1. Имитационная методология исследования систем..... -
Основные положения..... -
Оптимизационные модели в имитационном моделировании..... 234
Этапы имитационного моделирования..... 235
7.2. Примеры электроэнергетических задач..... 238
Исследование электромеханических переходных процессов в ЭЭС..... -
Оценка надежности ЭЭС..... 240
Планирование развития ЭЭС..... 242
7.3. Формирование целей и критериев..... 244
Трудности выявления целей..... -
Влияние ценностей на цели..... 245
Множественность целей..... 246
Критерии как модель целей..... -
Критерий и ограничения..... 247
7.4. Генерирование альтернатив..... 248
Способы увеличения числа альтернатив..... 249
Создание благоприятных условий..... -
Способы сокращения числа альтернатив..... 250
Мозговой штурм..... 251

Синектика..... 251
Разработка сценариев..... 252
Морфологический анализ..... 253
Деловые игры..... 254
7.5. Планирование имитационных экспериментов. 254
Типы экспериментов..... -
Факторы и отклики..... 255
Однофакторные эксперименты..... 256
Факторный анализ..... 257
Неполный факторный анализ..... 258
Отыскание оптимальных условий..... 260
7.6. Обоснование выбора и анализ модели..... 262
Обоснование модели..... -
Субъективные и объективные аспекты..... 264
Утилитарный подход..... -
Анализ чувствительности..... 266
7.7. Достоинство и недостатки имитационного моделирования..... 267
Условия целесообразности применения имитационной методологии..... -
Опасности и ограничения..... 268
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... 271

ПРЕДИСЛОВИЕ

Занимаясь конкретной деятельностью, специалист должен представлять, с каким объектом он имеет дело, каковы его строение и свойства, а также взаимосвязи этого объекта с окружающим миром и его поведение. На рубеже XX и XXI веков технические, технологические, организационные, экономические и другие аспекты деятельности человека отличаются чрезвычайной сложностью, он все в большей степени взаимодействует со сложными устройствами, системами, процессами. Это целиком относится и к инженеру-электроэнергетику, работающему в электроэнергетической системе, решающему вопросы текущего управления или проектирования, занимающемуся научной работой.

В таких условиях чрезвычайно важным для успеха деятельности инженера-электроэнергетика является понимание степени сложности объекта его интересов, многообразия свойств и поведения данного объекта, взаимосвязей с окружением. Это понимание составляет так называемое *системное мышление инженера*, которое формирует достаточно развитая теория систем на базе разработанных в ней основополагающих постулатов, принципиальных положений, подходов и др.

Настоящее учебное пособие и лекционный курс, читаемый автором в Иркутском государственном техническом университете, имеют целью заложить основы системного мышления в то базовое образование инженера-электроэнергетика, которое у него формируется на первых курсах обучения перед знакомством со специальными дисциплинами. Хотя теория систем в ее абстрактном, не относящемся к реальным приложениям виде применима к любой системе, тем не менее всегда рассмотрение конкретной системы вызывает необходимость смещения тех или иных акцентов общей теории систем, связанного со спецификой исследуемой системы. Немаловажной является и иллюстрация общих системных положений и подходов примерами из рассматриваемой конкретной системы. В данном учебном пособии

как раз и сделана попытка реализовать указанные задачи, т.е. системную подготовку инженера-электроэнергетика.

Учебное пособие содержит семь глав. Первая глава дает совокупность базовых понятий и определений, на которых строится дальнейшее изложение. Вторая глава раскрывает одну из важных характеристик систем – понятие структуры системы – и представляет существующие методы структурного анализа систем. Третья глава посвящена основам поведения систем, а четвертая – информационным аспектам их анализа.

Если первые четыре главы, условно говоря, дают представление о том, что такое система, каковы ее свойства и т.д., то в трех последующих рассмотрены базовые положения методического аппарата, необходимого для исследования систем в широком смысле этого понятия. Пятая глава содержит основные возможности описания систем, т.е. формирования их математических моделей или моделей другого типа применительно к специфике рассматриваемой задачи. Шестая глава излагает возможности реализации важного этапа в исследовании систем - выбора решений, ради которого в конечном счете и ведется это исследование. Наконец, седьмая глава содержит основные положения, принципы и подходы к имитационному моделированию систем и сложных проблем, играющему в системном анализе принципиально важную роль.

Список использованной литературы, конечно, не претендует на полноту. В нем приведены источники, на которые автор опирался при изложении тех или иных вопросов либо некоторые результаты из которых были использованы при написании учебного пособия. Многие из литературных источников могут быть использованы при дальнейшей углубленной проработке того или иного вопроса.

Глава 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ СИСТЕМ

1.1. Система

Определения. Понятие “система” широко используется почти во всех областях науки и техники. Для понимания, что такое система, необходимо ввести следующие три определения.

1. *Система* есть *совокупность элементов*, объединенных между собой связями.

2. Для любых систем характерно наличие *интегративных качеств (свойств).* Интегративными называются качества, присущие системе в целом, но не свойственные ни одному из ее элементов в отдельности. Поэтому система не сводится к простой совокупности элементов, и, расчленяя систему на отдельные части (подсистемы), изучая каждую из них в отдельности, нельзя познать все свойства системы в целом.

3. Для любых систем характерно наличие *существенных связей* между элементами, превосходящих по мощности (силе) связи этих элементов с элементами, не входящими в данную систему. Указанное свойство позволяет выделить систему в виде целостного объекта из окружающей среды.

Рассмотренные три основополагающие аспекта понятия системы условно показаны на рис. 1.1. Для иллюстрации понятия “система” рассмотрим следующие два примера.

П р и м е р 1.1 [11]. Будем случайным образом бросать песчинки на ограниченный участок плоскости (скажем, на чашку весов). С края этого участка песок может падать вниз. Вначале возникнет куча песка. Связи между песчинками обусловлены трением, формой песчинок, их расположением по отношению друг к другу, что в совокупности и определяет их сцепление. Эти связи удерживают песчинки между собой и поначалу не дают им скатываться. Однако при некотором предельном угле наклона боковой поверхности кучи к плоскости происходит лавинообразный срыв группы песчинок вниз, поскольку сила тяжести превышает силу связей песчинок друг с другом. Кроме того, появляются дополнительные воздействия

движущихся песчинок, сила которых определяется их массой и скоростью, на другие, пока неподвижные песчинки. Таким образом, у системы, которой является куча песка, возникает новое, интегративное свойство, не присущее отдельным песчинкам и связанное с образованием лавин.

П р и м е р 1.2. Современные электроэнергетические системы (ЭЭС) являются совокупностями множества электростанций, объединенных между собой и с потребителями электроэнергии электрической сетью. Электрическую сеть составляют линии электропередачи (ЛЭП) и трансформаторы. Для многих задач элементами ЭЭС как системы являются отдельные электростанции (или их агрегаты) и конкретные потребители, подключенные к узлам электрической сети. В качестве примера на рис. 1.2. приведена электрическая сеть высших напряжений и основные электростанции Единой ЭЭС (ЕЭЭС) России.

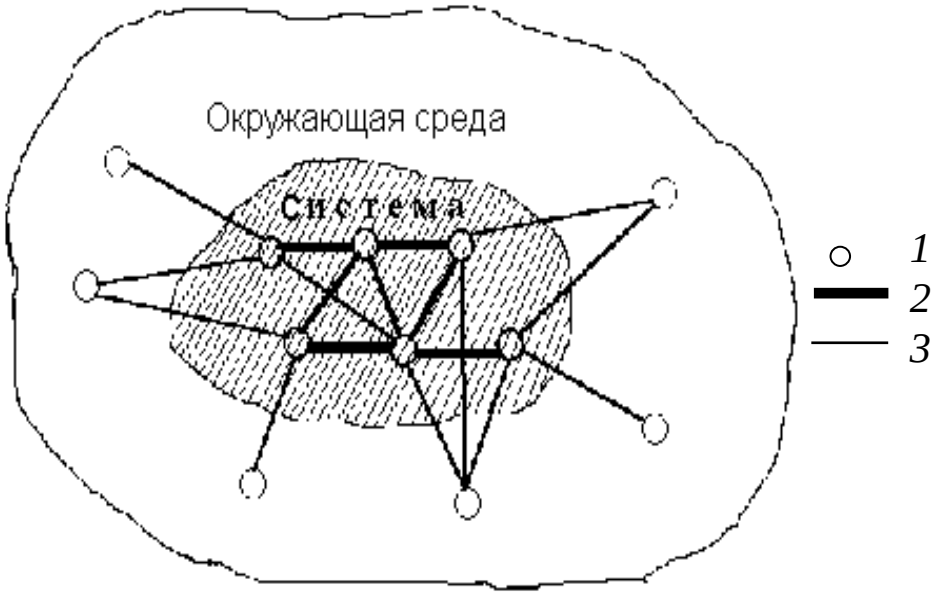


Рис. 1.1. Иллюстрация понятия “система”.
1 - элемент; *2* - существенная связь; *3* - несущественная связь.

В нормальных условиях в ЭЭС соблюдается равенство активной мощности, вырабатываемой электростанциями, и активной мощности, потребляемой потребителями (нагрузками). Этот баланс мощностей обеспечивает поддержание нормального уровня единой частоты в системе, равной 50 Гц.

В результате аварии в какой-либо части системы может быть отключена от нее одна или несколько электростанций. Возникнет дефицит генерируемой мощности, и как следствие такого разба-ланса

активных (вырабатываемой и потребляемой) мощностей начнет изменяться общая частота в ЭЭС. Таким образом, у ЭЭС имеется интегративное свойство, определяемое существенностью связей в системе, которое в результате локального небаланса мощностей приводит к изменению частоты (т.е. скорости вращения генераторов) во всей системе.

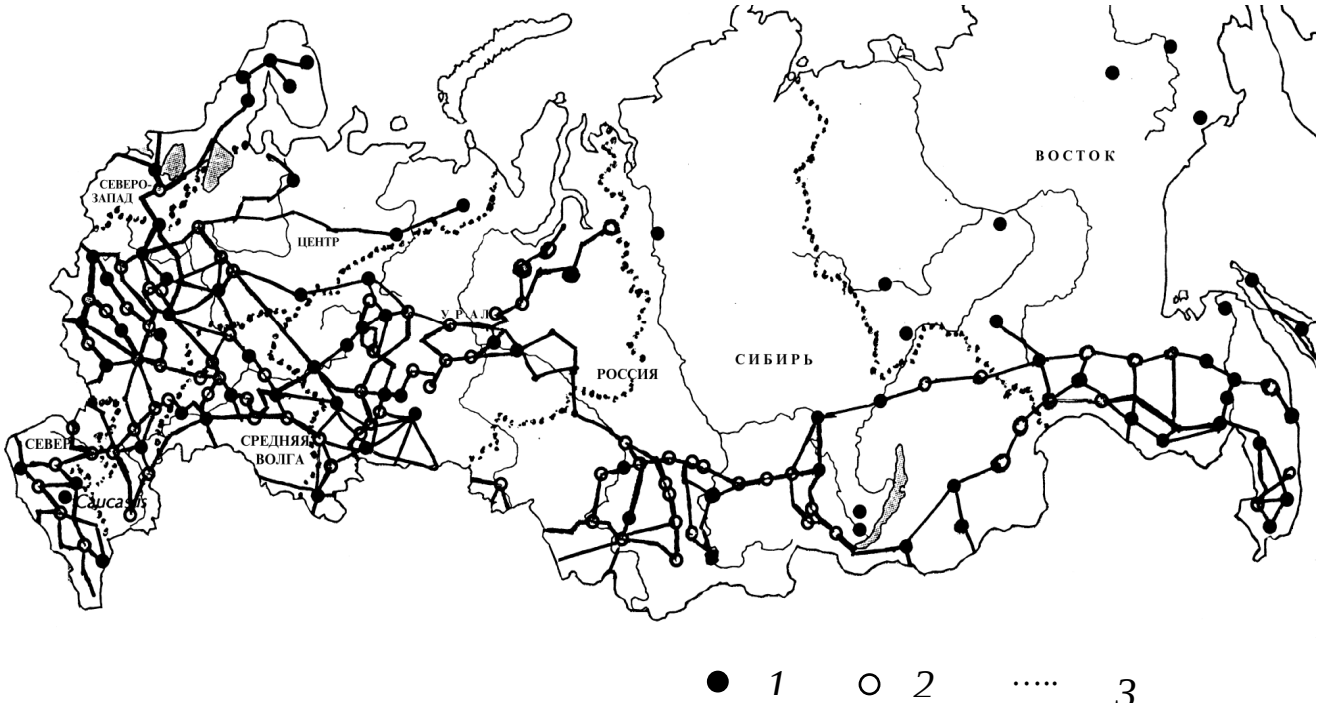


Рис. 1.2. Единая ЭЭС России.
1 - основные электростанции; *2* - основные подстанции;
3 - границы объединенных ЭЭС.

Для более полного раскрытия понятия системы рассмотрим ряд базовых определений, которые уточняют представление о системе и характеризуют ее строение и функционирование.

Элемент. Под элементом принято понимать простейшую неделимую часть системы. Ответ на вопрос, что является такой частью, может быть неоднозначным и зависит от цели рассмотрения объекта как системы, от точки зрения на него или от аспекта его изучения.

Например, в различных задачах в качестве элементов ЭЭС могут выступать отдельные агрегаты электростанций, электростанции в целом, группы электростанций (помимо других элементов, например нагрузок).

Таким образом, под элементом следует понимать предел членения системы с точки зрения решения конкретной задачи и достижения поставленной цели.

Системы можно расчленить на элементы различными способами в зависимости от формулировки цели и ее уточнения в процессе исследования.

Определяя элемент, нам пришлось употребить понятие цели, которое будет охарактеризовано позже.

Подсистема. Система может быть разделена на элементы не сразу, а последовательным расчленением на подсистемы, которые представляют собой компоненты более крупные, чем элементы, и в то же время более детальные, чем система в целом. Возможность деления системы на подсистемы связана с вычленением совокупностей взаимосвязанных элементов, способных выполнять относительно независимые функции, подцели, направленные на достижение общей цели системы. Названием “подсистема” подчеркивается, что такая часть должна обладать свойствами системы, в частности некоторыми интегративными свойствами (свойствами целостности). Этим подсистема отличается от простой группы элементов, для которой не сформулирована подцель и не выполняются свойства целостности.

Детальность деления системы на подсистемы может быть разной, при этом несколько подсистем нижнего уровня могут составлять подсистему более высокого уровня, в результате чего возможно многоуровневое по детализации иерархическое представление систем.

В изображенной на рис. 1.2 ЕЭЭС России подсистемами являются, например, входящие в нее объединенные ЭЭС (ОЭЭС) – Северо–Запада, Центра, Северного Кавказа, Средней Волги, Урала, Сибири, Востока. Связи между ОЭЭС более слабые, чем внутри них, в каждой ОЭЭС имеется свой центр управления (Объединенное диспетчерское управление – ОДУ). На более низком территориальном уровне каждая ОЭЭС состоит из подсистем – региональных ЭЭС (РЭЭС), например Иркутская, Красноярская, Бурятская и другие РЭЭС в ОЭЭС Сибири.

Связь. Понятие “связь” входит в любое определение системы наряду с понятием “элемент” и обеспечивает возникновение и со-

хранение структуры и целостности системы. Это понятие одновременно характеризует и строение (структуру), и функционирование (состояние и поведение) системы. Понятия “структура, “состояние” и “поведение” систем мы обсудим позже.

Связь можно определить направлением, силой, характером (видом). По первым двум признакам связи можно разделить на направленные и ненаправленные, сильные и слабые (причем сила связей может характеризоваться некоторой числовой шкалой), а по смыслу – на связи подчинения, связи порождения (генетические), равноправные (или безразличные), связи управления, материальные и информационные и т.д. Некоторые из этих типов можно дифференцировать более детально: например, связи подчинения могут быть типа “часть–целое”, связи порождения – типа “причина–следствие”. Связи можно также различать по месту приложения (внутренние и внешние), по направленности процессов в системе в целом или в отдельных ее подсистемах (прямые и обратные) и по некоторым более частным признакам.

Связи в конкретных системах могут быть одновременно охарактеризованы несколькими из названных признаков. Соответственно можно образовать столько классов связей, сколько возможно сочетаний признаков, исключая несовместные сочетания.

Очень важную роль в системах, особенно в управлении ими, играет понятие “обратная связь”, хорошо знакомое всем инженерам.

Например, в изображенной на рис. 1.2 ЕЭЭС России ЛЭП 500 кВ Братск – Красноярск является материальной ненаправленной связью, внутренней для ОЭЭС Сибири, но внешней на уровне рассмотрения РЭЭС (Иркутской и Красноярской). Сила этой связи определяется ее проводимостью или пропускной способностью. Если в решаемой задаче необходимо для характеристики связи учитывать направление передаваемой мощности (например, из Братска в Красноярск), то связь становится направленной. Между центрами управления подсистем ОЭЭС, РЭЭС существует обмен информацией для управления, т.е. имеются информационные связи или связи управления. В различных устройствах управления в ЭЭС (на генераторах, в электрической сети) вводятся обратные связи по управлению, которые стабилизируют работу этих устройств управления.

Состояние. Понятием “состояние” обычно характеризуют “мгновенную фотографию”, “временной срез” системы, зафиксированный в ее развитии или функционировании. Состояние определяют либо через входные воздействия и выходные сигналы (результаты), либо через значения внутренних параметров (переменных), характеризующих это состояние (например, давления, скорости, токи, напряжения, мощности и др.). Так, говорят о состоянии покоя или об установившемся (стационарном) состоянии – при неизменных переменных состояния и о состоянии равномерного движения – при стабильной скорости и т.д.

В ЭЭС состояние часто называется режимом. Существует понятие установившегося, или стационарного, режима (состояния), являющегося “временной фотографией” переменных (параметров состояния или режима) в определенный момент времени; бывают асинхронные режимы, когда роторы генераторов одной из подсистем имеют угловую скорость вращения (частоту), отличную от угловой скорости вращения роторов генераторов (частоты) остальных подсистем ЭЭС (в отличие от синхронного режима, когда роторы всех генераторов системы вращаются с одинаковой угловой скоростью, в нормальных условиях соответствующей частоте 50 Гц, а в аварийных – не равной 50 Гц).

Функционирование и развитие системы – это интуитивно понятные ее характеристики, определяющие систему на каком-то интервале времени. Функционирование обычно относится к такому интервалу (достаточно короткому), когда происходят изменения состояния (режима) системы при заданном составе (вернее, совокупности составов) ее элементов и связей. Развитие рассматривается на существенно более длительном интервале времени, и основной задачей при этом является отслеживание процесса ввода новых элементов и связей и вывода из работы устаревших, отработавших свой ресурс элементов и связей системы. И функционирование, и развитие системы обычно анализируются на базе некоторого множества ее состояний.

Для ЭЭС интервал, на котором исследуется ее функционирование, обычно принимается равным году или меньшему периоду (вплоть до секунд и долей секунды), реже 2-3 годам. Развитие ЭЭС рассматривается на интервалах от нескольких лет (чаще всего 5 лет) до десятков лет (10, 15 или 20 лет и более).

Цели, функции системы. Цели системы обычно определяются тем ее предназначением, для которого создана, функционирует и развивается система. Понятие цели обычно более применимо к так называемым организационным системам (человеческие коллективы, общество, экономика), связи между элементами которых в большей степени информационные, чем материальные. Для технических систем больше подходит понятие функции. Впрочем, это различие в использовании понятий “цель” и “функция” условно и нежестко, допустимы их пересечение и в большой мере взаимозаменяемость.

Глобальная цель системы может состоять из некоторого множества подцелей, каждая из которых, в свою очередь, может подразделяться на подцели следующего уровня. Таким образом формируется дерево (иерархия) целей.

Цели могут быть непротиворечивыми или противоречивыми. Противоречия могут быть неантагонистическими или антагонистическими. В каждом из этих случаев могут быть свои возможности и подходы к достижению целей системы.

Для ЭЭС главной целью является электроснабжение потребителей. Это обеспечивается тремя подцелями – минимальные затраты, оптимальная надежность электроснабжения и требуемое качество электроэнергии. Вторая и третья подцели противоречат первой, поскольку обеспечение качества и надежности требует дополнительных затрат, однако это противоречие неантагонистическое и для его разрешения возможны компромиссные подходы.

1.2. Структура. Связность. Сложность систем

Структура. Как следует из определений в п. 1.1, система может быть определена простым перечислением элементов, входящих в нее и взаимодействующих таким образом, что это приводит к образованию целостных (интегративных, системных) свойств. При исследовании системы как объекта анализа ставится задача не просто отделить объект от окружающей его среды, а выяснить более детально, что представляет собой объект или процесс в нем, что в объекте обеспечивает достижение поставленной цели.

Если для решения задачи оказывается достаточным определить элементы и связи между ними и этих элементов и связей относительно немного, то других понятий и не требуется. Однако, как правило, элементов оказывается очень много, они неоднородны и воз-

никает необходимость многоступенчатого расчленения системы. В этом случае вводится понятие *структуры* (от латинского слова structure, означающего строение, расположение, порядок), которое отражает наиболее существенные взаимоотношения между элементами и их группами (компонентами, подсистемами), которые мало меняются при изменениях в системе и обеспечивают существование системы и ее основных свойств.

В большинстве случаев понятие структуры принято связывать с графическим отображением. Однако это не обязательно. Структура может быть представлена также в виде теоретико-множественных описаний, в виде матриц, графов и других языков моделирования структур.

Структурные связи, структурное представление системы относительно независимы от элементов и могут выступать как инвариант при переходе от одной системы к другой. Благодаря этому закономерности, полученные при изучении систем, отражающих объекты одной природы, могут быть использованы при исследовании систем, отображающих объекты другой физической природы (если, конечно, они зафиксированы в структуре).

Таким образом, целостность системы и неаддитивность, интегративность ее свойств обусловлены структурой, т.е. способом и силой связей, взаимодействий элементов и подсистем. Сила связей, взаимодействий между элементами и подсистемами имеет вполне определенные количественные оценки, и важно уметь эти оценки определять достоверно.

Структура является не только системообразующим, но и системосохраняющим фактором для сложных, высокоорганизованных систем. Она существенно определяет поведение системы, при этом устойчивость структуры обеспечивает устойчивость поведения. (Термины “поведение” и “устойчивость” интуитивно понятны, а более детально они будут обсуждаться дальше.) Сложным системам соответствуют сложные структуры, причем одна и та же система в зависимости от аспекта рассмотрения может характеризоваться различными структурами. Структура изменяется в процессе развития системы, вследствие чего у системы могут появляться новые свойства, качества.

Структурное усложнение системы растет при увеличении ее масштабов медленнее, чем функциональное разнообразие ее возможностей. Кроме того, сложнее описать, что делает система, чем

из чего она состоит. В связи с этим применительно к сложным объектам сформировался структурный подход к их описанию взамен функционального подхода, эффективного для простых объектов и систем. (Описание систем подробно рассматривается в одной из последующих глав.)

Структурная сложность систем непосредственно связана с понятием иерархичности. Иными словами, структура сложных систем практически всегда иерархична.

Термин *иерархия* (многоступенчатость, служебная лестница) характеризует упорядоченность компонентов системы по степени важности. Иерархия определяется как принцип структурной организации сложных многоуровневых систем, состоящий в упорядочении взаимодействий между уровнями. Иерархия в системе предполагает некоторое “неравноправие” одних элементов по отношению к другим. Конечно, понятие “неравноправие” требует уточнения в зависимости от конкретного содержания задачи.

Между уровнями иерархической структуры могут существовать взаимоотношения строгого подчинения компонентов (узлов, элементов, подсистем) нижележащего уровня одному из компонентов вышележащего, т.е. отношения так называемого древовидного порядка. Такие иерархии называют *сильными* или иерархиями типа “дерево”. Однако между уровнями иерархической структуры не обязательно должны существовать взаимоотношения строго “древесного” порядка. Могут быть связи и в пределах одного уровня иерархии. Один и тот же узел нижележащего уровня иерархии может быть одновременно подчинен нескольким узлам вышележащего уровня. Такие структуры называют иерархиями со *слабыми* связями. Между уровнями иерархической структуры могут существовать и более сложные взаимоотношения.

П р и м е р 1.3*.* Рассмотрим представленную на рис. 1.3 иерархическую структуру ЕЭЭС России, схема которой показана на рис.1.2. В основу формирования структуры положено деление ЕЭЭС России по признакам зон управления. Верхний уровень – уровень ЕЭЭС России как энергообъединения в целом, следующий – уровень ОЭЭС, а третий – уровень РЭЭС, горизонтальная структура которого представлена на рис. 1.3 для ОЭЭС Сибири. Сплошными линиями показаны горизонтальные связи в структурах на каждом (кроме верхнего) иерархическом уровне, штриховыми – связи между уровнями иерархии по управлению.

Из рис. 1.3 видно, что иерархия имеет тип “дерева”. Эта иерархическая структура достаточно устойчива по составу элементов на каждом уровне и по структуре связей – вертикальных и горизонтальных: она не изменяется при изменениях в составе электростанций и конкретных ЛЭП (конечно, до определенного, достаточно значительного уровня таких изменений).

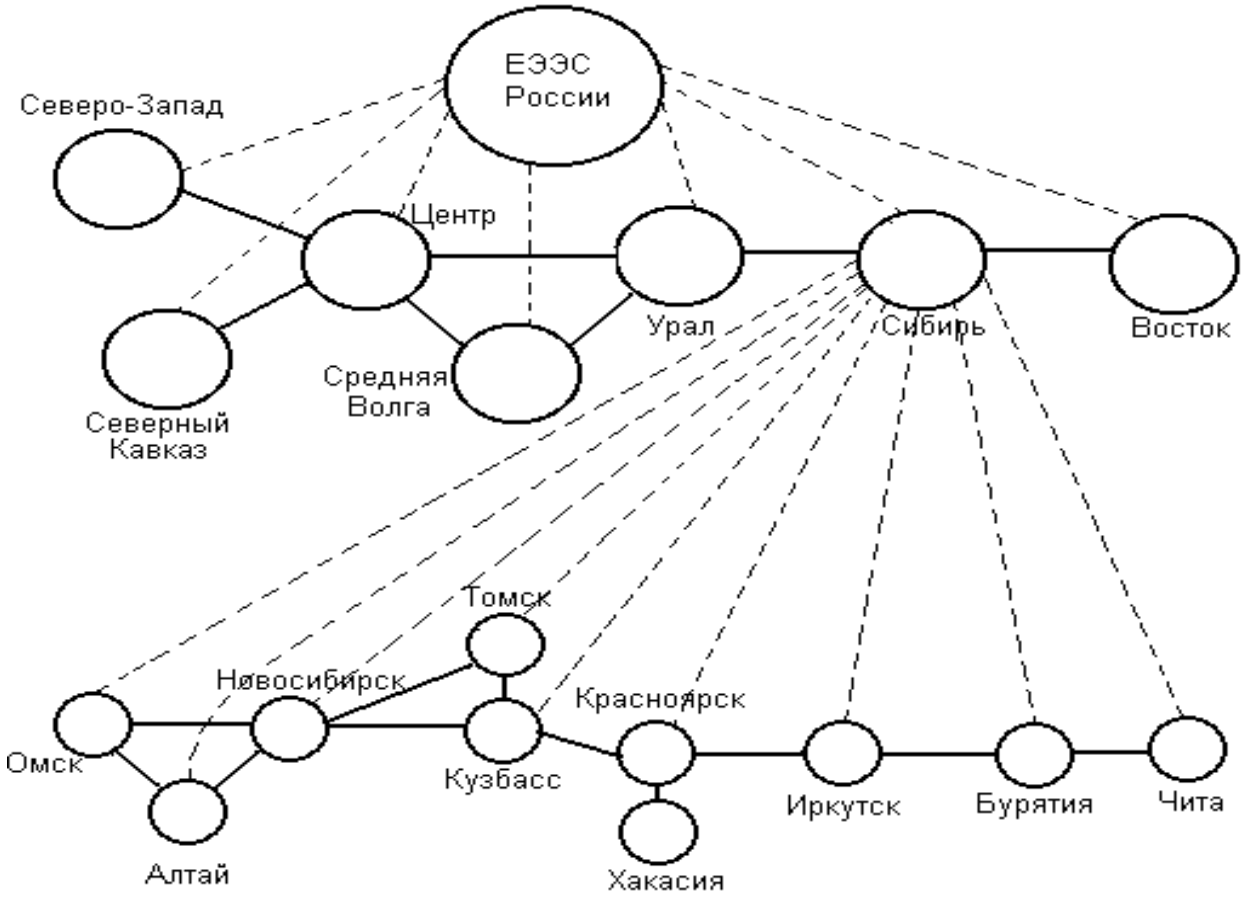


Рис. 1.3. Трехуровневая иерархическая структура ЕЭЭС России

Изменения в представленной иерархической структуре в части горизонтальных связей произойдут в случае как ввода некоторого числа новых ЛЭП между какими-либо узлами, так и образования новой связи. Тогда появится новое качество системы на этом иерархическом уровне.

Состав элементов (узлов) и вертикальные связи могут измениться лишь в случае изменения структуры управления. Например, в конце 80-х годов из Красноярской РЭЭС выделилась Хакасская РЭЭС и таким образом образовался новый узел на этом уровне иерархии.

Связность отражает уровень (степень) взаимосвязей элементов в системе. Структурная связность системы – наиболее существенная ее качественная характеристика. С исчезновением структурной связности исчезнет и сама система, поскольку понятие системы подразумевает наличие “чего-то”, находящегося в некотором отношении (или как-то связанного) с “чем-то”.

Наиболее простой, а может быть и основной характеристикой связности является количество связей каждого элемента системы с другими элементами. Представленные на рис. 1.3 структуры имеют слабую связность, так как каждый элемент в них связан в основном с одним-двумя элементами, реже – с тремя и четырьмя.

На рис. 1.4 показана система, имеющая сильную структурную связность, в данном случае максимальную, предельную, поскольку каждый элемент связан со всеми остальными, т.е. больше связей между элементами в принципе быть не может. Далее в гл. 2 мы дадим количественные оценки связности. Здесь же лишь отметим, что степень связности является одной из основных характеристик системности объекта, интегративности его свойств.

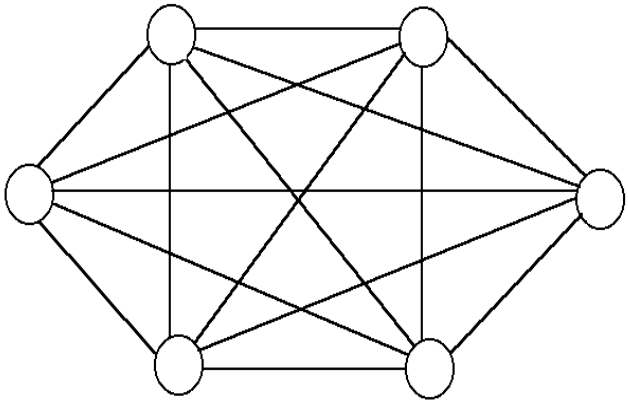


Рис. 1.4. Система с максимальной структурной связностью

Сложность систем. Интуитивно термин “сложность” понятен. Объективная характеристика сложности системы зависит, прежде всего, от качественных и количественных различий компонентов и связей системы, т.е. от качественного и количественного ее разнообразия. Опыт изучения системных объектов показал, что на их сложность влияет также общее число элементов системы, причем нелинейно.

В этом плане следует различать *структурную* или статическую сложность, определяемую структурой и связностью элементов и подсистем, и *динамическую* сложность или сложность поведения, связанную с поведением системы во времени. Можно говорить также о *генетической (эволюционной)* сложности, или сложности *развития* системы, которая по своему составу включает многооб-

разие состояний (качественно различных), а также стадий, фаз, этапов и уровней развития системы.

Сложность системы – понятие относительное и зависит от уровня ее рассмотрения. Например, для ЕЭЭС России, иерархическая структура которой показана на рис. 1.3, на уровне ОЭЭС как элементов системы ЕЭЭС не кажется особенно сложной. Если же мы будем исследовать ЕЭЭС России на уровне РЭЭС как отдельных элементов, сложность ЕЭЭС как объекта исследований при таком представлении существенно возрастает. Еще более сложной будет ЕЭЭС России на уровне представления отдельных электростанций и узлов нагрузки как элементов системы и связей между ними, определяемых конкретными ЛЭП, трансформаторами и т.д.

Важно подчеркнуть, что уровень рассмотрения системы и соответственно ее сложность может быть различной в зависимости от решаемых задач. Например, для ЕЭЭС России, если речь идет об анализе перетоков мощности между энергообъединениями, достаточным может оказаться представление на уровне ОЭЭС как элементов системы. Если же анализируются электрические режимы работы ЕЭЭС, то может понадобиться существенно более детальное ее представление на уровне отдельных электростанций, конкретных ЛЭП и т.д.

Таким образом, структурная сложность систем непосредственно связана с такими понятиями, как иерархическая структура, связность, многообразие компонентов, сила взаимодействия.

1.3. Поведение. Нелинейность. Устойчивость

Поведение. В пп. 1.1 и 1.2 мы неизбежно затрагивали понятие поведения систем. Определим поведение как процесс смены во времени состояний системы. Наряду с понятием структуры понятие поведения системы характеризует интегративность, системность свойств этого изучаемого объекта. Более того, системные, интегративные свойства объекта проявляются исключительно через его поведение.

Сложность, многокомпонентность структуры системы, множественность связей между элементами необязательно ведут к сложному ее поведению. Может оказаться, что при достаточно сложном структурном построении системы ее поведение будет достаточно простым, хотя такие ситуации редки. И наоборот, бывают случаи,

когда сравнительно простые по структуре системы имеют весьма сложное поведение. Один из таких случаев изображен на рис. 1.5 [12].

Покажем, что процесс, изображенный на рис.1.5, является структурно простым, будучи в то же время динамически сложным. Правило порождения последовательности точек *a*, *b*, *c*, ... следующее: стороны вписанного треугольника и диагональ квадрата используются как “ отражающие барьеры”. Процесс начинается с произвольной точки, расположенной в основании треугольника. Типичная последовательность абсцисс последовательности точек приведена на рис. 1.5. Можно показать, что приписывая каждой точке слева от середины основания треугольника 0, а каждой точке справа – 1, получим последовательность чисел 0 и 1, порожденную этой детерминированной достаточно простой процедурой и математически неотличимую от последовательности в вероятностном распределении по закону Бернулли с параметром p=1/2 (другие значения p могут быть найдены использованием прямых, отличных от диагонали квадрата). Таким образом, мы получили достаточно сложный, труднопрогнозируемый случайный процесс.

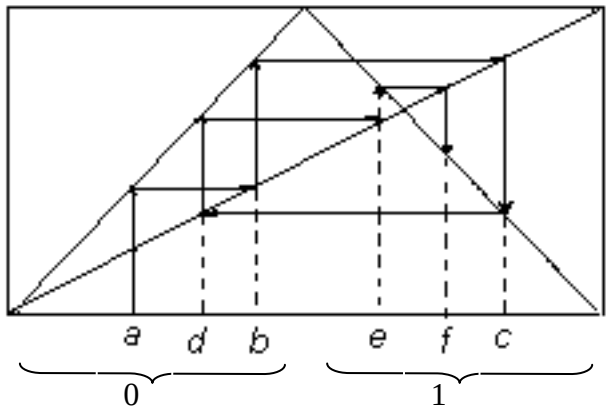


Рис. 1.5. Динамически сложный процесс

Итак, наряду со структурной сложностью системы сложность поведения – отличительная характеристика действительно сложной системы.

Нелинейность. Чрезвычайно важной характеристикой системы, существенно определяющей сложность, непредсказуемость ее поведения, является нелинейность связей между элементами системы. Собственно говоря, строго линейные системы – это большая редкость, как правило, большинство реальных систем, с которыми приходится иметь дело, нелинейные, при этом в некоторых случаях этой нелинейностью можно пренебречь и рассматривать систему как линейную (линеаризованную) без большого ущерба для точности анализа, но во многих случаях пренебрежение нелинейностью связей между элементами системы недопустимо.

ЭЭС как системы во многих задачах должны представляться как нелинейные.

Устойчивость. Термин “устойчивость” чрезвычайно многозначен в литературе по системному анализу, так как постоянно употребляется для обозначения чего угодно, начиная с классической устойчивости по Ляпунову (более подробно она рассмотрена в гл. 3) и кончая организационной жесткостью. Для всех возможных употреблений этого термина единственным общим моментом является интуитивное понимание следующего: слово *устойчивость* обозначает, что нечто (может быть, система) способно реагировать на изменения в окружающей среде (например, возмущения, случайные помехи), сохраняя приблизительно одно и то же или близкое поведение на протяжении определенного (возможно, бесконечного) периода времени. В гл. 3 будет введено математически строгое определение устойчивости, здесь же достаточно этого интуитивного ее понимания.

Для большей ясности изложения удобно ввести две категории понятия устойчивости. Первую из них назовем *классической* и будем использовать ее для обозначения задач исследования результатов внешних воздействий на фиксированные системы, т.е. таких задач, когда изменяется только окружающая среда, но не сама система. Простые примеры таких ситуаций изображены на рис. 1.6.

Для случая *а* на рис. 1.6 задача формулируется следующим образом: если сместить маятник из положения равновесия (Θ=0) на некоторый угол, то может ли маятник вновь вернуться в положение равновесия Θ=0 за достаточно длительное (возможно, бесконечное) время? Из физических соображений видно, что так оно и будет для всех возмущений $\Theta \neq 180^{o}$. Таким образом, Θ=0 является положением устойчивого равновесия (по Ляпунову). Положение $\Theta = 180^{o}$ есть положение неустойчивого равновесия, поскольку сколь угодно малое отклонение от него в конце концов приведет систему в положение устойчивого равновесия Θ=0.

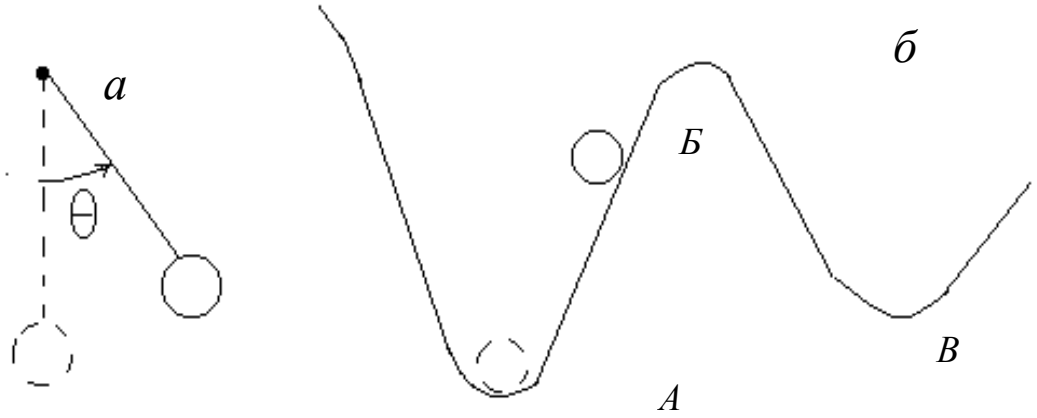


Рис. 1.6. Примеры для иллюстрации понятия классической устойчивости

Для случая *б* на рис. 1.6 очевидно, что состояние А устойчивое, а состояние Б – неустойчивое. Для этого примера, в отличие от случая *а*, характерно то, что из неустойчивого состояния Б система необязательно вернется в исходное устойчивое состояние А, а может перейти в другое устойчивое состояние В.

Подобные классические представления об устойчивости оказываются весьма плодотворными в физических и технических приложениях, в том числе и для ЭЭС. При этом в случае достаточно малых внешних возмущений речь идет об устойчивости “в малом” (по Ляпунову) и для таких задач допустима линеаризация системы. При больших возмущениях говорят об устойчивости “в большом” (по Ляпунову), в этих случаях линеаризация, как правило, а для ЭЭС всегда недопустима и необходимо рассматривать систему как нелинейную.

В отличие от классического равновесного подхода, центральным элементом современных взглядов на вопросы устойчивости выступает понятие *структурной устойчивости*. Здесь основная задача – выявление качественных изменений в траекториях движения (поведении) системы при изменениях ее структуры, т.е. изучается поведение данной системы по отношению к поведению всех “близких” к ней аналогичных систем, которые получаются при изменениях структуры системы. Если рассматриваемая система ведет себя “почти так же”, как и “соседние”, то считают, что она структурно устойчива, в противном случае – структурно неустойчива.

Для уточнения этого понятия необходимо четко определять, что такое “близкая” система, каков класс допустимых возмущений (изменений структуры) и что означает схожесть поведения. Тем не менее основная идея остается прозрачной: достаточно малые из-

менения структурно устойчивой системы должны приводить к соответственно малым изменениям в динамике ее поведения.

В гл. 3 будут рассмотрены некоторые важные аспекты, связанные со структурной устойчивостью систем. Без сомнения, проблемы структурной устойчивости характерны и для ЭЭС.

1.4. Неопределенность. Информация

Виды неопределенностей. В реальной жизни задачи, не содержащие неопределенностей, являются скорее редким исключением, чем правилом. Адекватное реальности представление системы или проблемы практически всегда содержит различного типа неопределенности, отражающие то естественное положение, в котором находится исследователь: любое его знание относительно и неточно.

Принято различать следующие типы неопределенностей: неопределенность целей; неопределенность наших знаний об окружающей среде; неопределенность параметров, а возможно, и структуры системы; неопределенность действий реального противника или партнера.

Неопределенность целей связана либо с ее нечеткой формулировкой (или отсутствием, трудностью четкой формулировки), либо с многозначностью целей, многоцелевой ситуацией.

Например, для ЭЭС цель типа “обеспечить надежность электроснабжения потребителей” недостаточно определенна, и для повышения ее определенности нужно задать уровень надежности обеспечения электроэнергией потребителей различных категорий (одни потребители допускают кратковременные перерывы электроснабжения, другие таких перерывов в принципе не допускают вследствие особенностей технологии из-за опасности взрывов и других нежелательных последствий и т.д.), причем уровень может быть различным для различных условий (например, в нормальных условиях это один уровень, а при чрезвычайных ситуациях – крупных авариях, природных катастрофах – он существенно ниже). Такой вид неопределенности целей обычно снижается или вовсе устраняется заданием составляющих (характеристик) цели.

Неопределенность целей, связанная с многоцелевой ситуацией (множественностью целей), характерна для многих практических задач исследования систем. Например, для ЭЭС, наряду с надеж-

ностью электроснабжения потребителей, обычно задаются и другие цели, в частности экономичность (минимума затрат) функционирования и/или развития ЭЭС, качество электроэнергии, недопустимость опасного воздействия электроэнергетических объектов на людей и окружающую среду и др. К тому же часто эти цели оказываются противоречивыми, что создает дополнительные трудности в решении задачи. Существуют подходы к решению системных задач в случае множественности целей (критериев), и они будут рассмотрены далее в главе 6.

Неопределенность параметров и структуры систем и неопределенность внешней среды отражают степень нашего незнания изучаемого объекта – в первом случае и его окружения – во втором. Снизить эту неопределенность помогают дополнительные измерения, накопление и обработка статистических данных и другие подобные способы. Если удается эту неопределенность достоверно описать вероятностными законами, задача в некотором смысле существенно упрощается.

Например, известно, что в каждый момент времени невозможно точно предсказать значение нагрузки в каком-либо узле ЭЭС, так как оно определяется многими факторами – наличием многих элементарных потребителей (станков, аппаратов, осветительных приборов и т.д.), которые включаются и отключаются в различные моменты времени, и предугадать их чрезвычайно трудно. Однако, если таких элементарных потребителей, составляющих нагрузку в узле (скажем, на подстанции 500 кВ), очень много, значение этой нагрузки в каждый момент времени может быть описано случайной величиной с нормальным законом распределения.

Неопределенность действий партнера (или противника) – это некоторая разновидность неопределенности внешней среды по отношению к рассматриваемой системе, только она отличается активностью поведения партнера (противника). Это вносит существенную специфику в возможности предсказания поведения партнера (противника), а также вынуждает применять свои специфические методы решения задачи.

Для ЭЭС такой вид неопределенности связан, в частности, с наличием многих субъектов отношений в электроэнергетике, владеющих собственностью или/и управляющих ею. Например, для Иркутской ЭЭС как совершенно самостоятельной экономически и административно акционерной компании ее соседи – Красноярская

и Бурятская ЭЭС – являются внешними партнерами с подобными неопределенными целями. Но поскольку эти ЭЭС работают параллельно (совместно в технологическом аспекте), Иркутской ЭЭС при планировании своей деятельности приходится учитывать неопределенность поведения своих соседей. Конечно, противниками их рассматривать в данном случае было бы неправильно, термин “противник” отражает совсем другую ситуацию.

Информация. Понятие информации тесно связано с понятием неопределенности. Современное понимание того, что такое информация и какую роль она играет в естественных и искусственных системах, сложилось не сразу; оно представляет собой совокупность знаний о системе, внешней среде, целях, поведении и т.д. Уточнение информации об этих сторонах системы позволяет снизить или полностью устранить соответствующие неопределенности.

Изначальный смысл слова “информация” как знания, сведения, сообщения, уведомления, известия, т.е. как нечто, присущее только человеческому сознанию и обобщению, начал расширяться. Например, как только состояние одного объекта будет находиться в соответствии с состояниями другого объекта (будь то соответствие между положением стрелки вольтметра и напряжением на его клеммах или между нашим ощущением чего-либо и реальностью), мы говорим, что один объект отражает другой, содержит информацию о другом. Поэтому в настоящее время информация рассматривается как фундаментальное свойство материи вообще и систем в частности.

Для того чтобы информацию можно было полезно использовать при исследовании систем, ее нужно уметь получать, анализировать, обобщать и т.д. Современные представления об этом, в том числе применительно к задачам исследования ЭЭС, приведены в гл. 4.

1.5. Моделирование. Имитация

Модели и моделирование. Первоначально моделью называли некое вспомогательное средство, объект, который в определенной ситуации заменял другой объект. В результате очень долго понятие “модель” относилось только к материальным объектам специаль-

ного типа, например манекен (модель человеческой фигуры), чучела (модели животных), гидродинамическая уменьшенная модель плотины, модели судов и самолетов, и т.п.

Осмысливание основных особенностей таких моделей привело к разработке многочисленных определений, типичным примером которых служит следующее: *моделью* называется *некий объект-заместитель, который в определенных условиях может заменить объект-оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества удобства* (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования им и т.п.). Затем были осознаны модельные свойства чертежей, рисунков, карт – реальных объектов искусственного происхождения, воплощающих абстракцию довольно высокого уровня. Следующий шаг заключался в признании того, что моделями могут быть не только реальные объекты, но и абстрактные, идеальные построения. Типичным примером служат математические модели. В результате деятельности математиков, логиков, философов, занимавшихся исследованием основ математики, была создана *теория моделей.* В ней *модель* определяется как *результат отображения одной абстрактной математической структуры на другую, также абстрактную, либо как результат интерпретации первой модели в терминах и образах второй.*

Фактически понятие модели более общее, охватывающее и реальные, и идеальные модели. При этом понятие абстрактной модели вышло за пределы математических моделей, стало относиться к любым знаниям и представлениям о мире. Следует отметить, что споры вокруг такого широкого толкования понятия модели продолжаются и поныне.

Таким образом, во всех областях науки и человеческой деятельности модель стала осознаваться как нечто универсальное, хотя и реализуемое различными способами. То есть модель есть способ существования знаний.

Применительно к исследованию систем модели и моделирование стали практически единственным средством познания. Для одной и той же реальной системы модели могут быть качественно различными, каждая из которых отображает свой специфический взгляд на объект исследований в зависимости от существа задачи. Причем модели могут образовывать *иерархию*, в которой модель

более высокого уровня содержит модели нижних уровней как свои части, элементы. Таким образом, модель системы сама также является системой.

Из сказанного очевидно, что модель не просто образ, заменитель оригинала, не вообще какое-то отображение, а отображение *целевое*. Чтобы подчеркнуть это, представим, какие модели одного и того же бревна используют в своей деятельности разные члены туристской группы, пришедшей к месту новой стоянки: одному поручено оборудовать лагерь и он прикидывает, можно ли использовать это бревно для стола или как сиденье; другой отвечает за костер, а для дров от бревна требуются не геометрические, а совсем другие качества; третьего интересует возраст дерева и он обследует спил бревна; художник ищет у бревна сук с замысловатым изгибом... Короче говоря, модель отображает не сам по себе объект-оригинал, а то, что в нем нас интересует, т.е. то, что соответствует поставленной цели.

Из того, что модель является целевым отображением, с очевидностью следует множественность моделей одного и того же объекта: для разных целей обычно требуются разные модели.

Имитация. Имитационное моделирование. Имитировать – значит вообразить, постичь суть явления, не прибегая к экспериментам на реальном объекте.

По существу, каждая модель или представление вещи есть форма имитации. Имитационное моделирование является весьма широким и недостаточно четко определенным понятием, имеющим очень большое значение для лиц, ответственных за проектирование и функционирование систем. Наиболее полно и правильно его суть отражает следующее определение: *имитационное моделирование есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить (в рамках ограничений, накладываемых некоторым критерием или совокупностью критериев) различные стратегии, обеспечивающие функционирование или развитие данной системы***.**

Таким образом, процесс имитационного моделирования понимается как процесс, включающий и конструирование модели, и аналитическое применение модели для изучения некоторой проблемы. Под моделью реальной системы, следуя изложенному вы-

ше, понимается представление группы объектов или идей в некоторой форме, отличной от их реального воплощения. Следовательно, системы, существующие еще только на бумаге или находящиеся в стадии планирования, могут моделироваться так же, как и действующие системы.

Таким образом, имитационное моделирование как экспериментальная и прикладная методология, имеет цели:

– описать поведение системы;

– построить теории и гипотезы, которые могут объяснить наблюдаемое поведение;

– использовать эти теории для предсказания будущего поведения системы, т.е. тех ее реакций, которые могут быть вызваны изменениями в системе или изменениями способов ее функционирования.

Излишне говорить, что главным средством решения разнообразных задач развития и функционирования ЭЭС как сложных систем являются модели, а в качестве одной из базовых методологий анализа и синтеза ЭЭС служит имитационное моделирование. Некоторые конкретные примеры моделей ЭЭС и имитационного моделирования будут приведены в гл. 5 - 7.

1.6. Выбор (принятие решений)

Выбор как реализация цели. Из предыдущего изложения можно понять, что анализ систем выполняется не только ради самого анализа (познания объекта исследований), но главным образом для определенной целенаправленной деятельности. *Выбор является действием, придающим всей деятельности целенаправленность. Именно выбор реализует подчиненность всей деятельности определенной цели или совокупности целей***.** Рано или поздно наступает момент, когда дальнейшие действия могут быть различными, приводящими к разным результатам, а реализовать можно только одно действие, причем вернуться к ситуации, имевшей место в этот момент, уже (как правило) нельзя.

Способность сделать правильный выбор в таких условиях – очень ценное качество, которое присуще людям в разной степени. Естественно стремление понять, что такое “хороший выбор”, выработать рекомендации, как приблизиться к наилучшему решению, а возможно, и предложить алгоритм получения такого решения.

В электроэнергетике при развитии и функционировании ЭЭС задачи выбора (принятия решений) возникают на каждом шагу. При исследовании развития ЭЭС проблемы выбора состоят, например, в том, какого типа агрегаты электростанций и новые электростанции в соответствии с заданными целями развития ЭЭС и с учетом других требований и ограничений наиболее целесообразно вводить (строить), где наиболее рациональные места размещения новых электростанций, каковы должны быть наиболее подходящие параметры и трассы новых ЛЭП, где и в какой мере целесообразно усилить связи по действующим направлениям и др. При эксплуатации (также с учетом заданных целей, условий и ограничений) необходимо выбирать наиболее рациональный состав работающего оборудования, наиболее приемлемую загрузку агрегатов электростанций и ЛЭП, наиболее подходящую величину включенных, но не загруженных резервных агрегатов для компенсации возможного выхода из строя других, работающих агрегатов в результате аварий и т.д. Во всех подобных случаях выбор сводится к поиску наилучшего в заданном смысле решения.

Работа многих исследователей в этом направлении выявила характерную ситуацию, типичную для моделирования (в данном случае – моделирования процессов принятия решений): полная формализация нахождения наилучшего решения возможна, но лишь для хорошо изученных (хорошо структурированных) задач; для решения слабо структурированных задач полностью формальных алгоритмов не существует (если не считать тривиального и далеко не всегда приемлемого алгоритма перебора, т.е. метода проб и ошибок), но опытные и способные специалисты часто делают выбор, оказывающийся хорошим. Современная тенденция практики выбора в естественных ситуациях состоит в сочетании способности человека решать неформализованные задачи с возможностями формальных методов и компьютерного моделирования, что и составляет идеологию затронутого в п. 1.5 имитационного моделирования.

Задачи выбора чрезвычайно многообразны по формальной постановке (не говоря уже о еще большем содержательном их многообразии), различны и методы их решения. Прежде всего, введем понятия, общие для всех задач выбора.

Будем представлять *принятие решения как действие над множеством альтернатив, в результате которого получается под-*

множество выбранных альтернатив (часто это одна альтернатива, что необязательно, а иногда и невозможно). При этом множество альтернатив может быть “непрерывным” (континуум), но часто бывает дискретным (конечным). Сужение множества альтернатив возможно, если имеется способ сравнения альтернатив между собой и определения наиболее предпочтительных. Каждый такой способ будем называть *критерием предпочтения***.**

Обратим внимание на то, что при таком описании выбора считают само собой разумеющимся, что уже пройдены два чрезвычайно важных этапа: 1) порождение множества альтернатив, на котором предстоит осуществлять выбор; 2) определение целей, ради достижения которых производится выбор. В практике исследования систем эти этапы реализуются с определенными трудностями, связанными со сложностью систем, недостаточной формализуемостью целей и др., для преодоления которых необходимы свои приемы и методы. В гл. 6 мы еще вернемся к конкретным реализациям этих действий, а пока будем считать, что исходное множество альтернатив, из которых требуется выбрать наиболее предпочтительные, уже задано и преследуемые нами цели определены настолько детально, что уже имеются критерии оценки и сравнения любых альтернатив.

Множественность задач выбора. Даже в приведенной упрощенной постановке проблема выбора не тривиальна и допускает существенно различающиеся математические постановки задач. Дело в том, что каждый компонент ситуации выбора может реализовываться в качественно различных вариантах, например:

- *множество альтернатив* может быть конечным, счетным или континуальным;
- *оценка альтернативы* может осуществляться по одному или по нескольким критериям, которые в свою очередь могут иметь как количественный, так и качественный характер;
- *режим выбора* может быть однократным (разовым) или повторяющимся, допускающим обучение на опыте;
- *последствия выбора* могут быть точно известны (*выбор в условиях определенности*), иметь вероятностный характер, когда известны вероятности возможных исходов после сделанного выбора (*выбор в условиях риска*), или иметь неоднозначный исход, не

допускающий введения вероятностей (*выбор в условиях неопределенности*);

- *ответственность за выбор* может быть односторонней (в частном случае индивидуальной) или многосторонней; соответственно различают индивидуальный и групповой выбор;

- *степень согласованности целей* при многостороннем выборе может варьироваться от полного совпадения интересов сторон (*кооперативный выбор*) до их противоположности (*выбор в конфликтной ситуации*). Возможные также промежуточные случаи, например, *компромиссный выбор, коалиционный выбор, выбор в условиях нарастающего конфликта* и т.д.

Различные сочетания перечисленных вариантов приводят к многообразным задачам выбора, которые изучены не в одинаковой степени. В гл. 6 мы дадим краткое изложение основных подходов, объединяемых термином *исследование операций*, а также некоторых других современных возможностей, выходящих за рамки проблематики исследования операций.

1.7. Системный подход. Системный анализ. Системные исследования.

Среди многих понятий теории систем существует определенное количество базовых, которые в некотором смысле ограничивают эту проблематику. Многие из таких базовых понятий уже нами рассмотрены. К ним же, несомненно, относятся и термины “системный подход”, “системный анализ”, “системные исследования”.

В настоящее время уже в достаточной мере признано рассматривать системный подход как научную методологию исследований. *Системный подход – это направление методологии специально-научного познания и практики, в основе которого лежит исследование объектов как систем.* Системный подход непосредственно вытекает из мировоззренческих представлений о единстве, взаимосвязанности и взаимообусловленности явлений реального мира.

Системный подход соответствует философскому принципу системности, в содержание которого входят представления о целостности объектов мира, о соотношении целого и частей, о взаимодействии системы со средой, об общих закономерностях функционирования и развития систем, о структурированности каждого си-

стемного объекта и т.п. В то же время системный подход не существует в виде строгой методологической концепции: он выполняет свои эвристические функции, оставаясь не очень жестко связанной совокупностью познавательных принципов, основной смысл которых состоит в соответствующей ориентации конкретных исследований.

С учетом изложенного под системными исследованиями будем понимать исследования, в которых используется системный подход или которые основаны на системном подходе. Такое понимание достаточно хорошо соответствует сложившимся представлениям и не требует специальных пояснений [12].

Системный анализ при этом будем рассматривать как *методический аппарат системных исследований – совокупность методов, методик, процедур и правил, применяемых в системных исследованиях.*

Таким образом, с учетом введенных определений под *системными исследованиями следует понимать исследования, основанные на системном подходе и использующие средства системного анализа.*

Следует отметить, что определенные элементы системности, системных представлений об окружающем мире были еще у древнегреческих философов. В средние века идеи системности были по существу забыты и заново восстановились на новом уровне лишь в XX веке. Побудительными мотивами этого были бурное развитие техники, создание сложных технических объектов, анализ и синтез которых неизбежно требовали системной методологии. Более-менее законченное формирование системного подхода как методологии исследований связано с именами русского мыслителя А.А. Богданова, опубликовавшего частями в 1913–1928 гг. основополагающую работу под названием “Тектология: Всеобщая организационная наука”, и, особенно, немецкого биолога Людвига фон Берталанфи, выпустившего в 30-е годы ряд принципиально важных работ, оконтуривших системную методологию.

О популярности и широкой известности системных идей в то время свидетельствует разработка в нашей стране в 20-е годы небезызвестного плана ГОЭЛРО, явившегося своего рода образцом системного подхода к решению актуальных проблем развития общества и его производительных сил на базе энергетики. План ГОЭЛРО разрабатывался под руководством крупнейшего ученого-

энергетика Г.М. Кржижановского и обеспечил, во-первых, подход к проблеме планирования народного хозяйства как целостного развивающегося единства и, во-вторых, четкое выделение электрификации страны в качестве ведущего звена этого единства.

Особо интенсивного развития у нас в стране и за рубежом системное мировоззрение достигло в 60–80-е годы. Приведенный в конце книги далеко не полный список литературы, в котором уже достаточно много учебных пособий, отражает этот расцвет системного подхода. В энергетике системная методология была обобщена и развита Л.А. Мелентьевым, первым директором СЭИ СО АН СССР (сейчас – Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН), в широко известной среди энергетиков книге “Системные исследования в энергетике: Элементы, теории, направления развития”, претерпевшей два издания [13].

Системный подход – развивающаяся методология исследования систем различной природы, с каждый годом пополняющаяся новыми результатами решения крупных практических задач.

Глава 2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ СИСТЕМ

2.1. Цели и задачи структурного анализа

Одной из важнейших характеристик всякой системы является ее структура. Под структурой системы, как уже было отмечено в гл. 1, будем понимать совокупность элементов и связей между ними, которые определяются исходя из функций и целей, поставленных перед системой.

К одной из главных задач структурного анализа систем относится построение наглядной формальной модели, отображающей существующую совокупность отношений элементов как между собой, так и с внешней средой. Структурная модель системы чаще всего многоуровневая, причем конкретизация структуры дается на стольких уровнях, сколько их требуется для создания полного представления об исследуемых свойствах системы.

Общая цель структурного анализа состоит в том, чтобы, исходя из заданного описания элементов системы и непосредственных связей между ними получить заключение о структурных свойствах системы в целом и основных ее подсистем. При решении практических задач структурного анализа систем целесообразно принимать три уровня описания связей между элементами: 1) наличие связи; 2) направление связи; 3) сила связи, определяющая уровень взаимодействия элементов.

На первом уровне, когда исходят лишь из наличия или отсутствия связей между элементами, изучаемой системе может соответствовать неориентированный граф, вершинами которого являются элементы системы, а ребрами – существующие непосредственные связи между элементами. Основные задачи структурного анализа на этом уровне сводятся, например, к следующим:

1) определение связности (целостности) системы; если система не является связной, то ставят задачу выделения изолированных связных подсистем со списками входящих в них элементов;

2) выделение циклов (контуров);

3) определение минимальных и максимальных сечений (по количеству связей), разделяющих элементы и подсистемы друг от друга.

На втором уровне, когда задано направление связи, системе соответствует ориентированный граф, направления дуг которого совпадают с направлениями связей. На этом уровне результаты структурного анализа оказываются более содержательными. К ним, например, можно отнести:

1) определение связности системы;

2) топологическую декомпозицию с выделением сильно связных подсистем;

3) перечисление входных и выходных полюсов и в соответствии с этим выделение узлов приема и выдачи информации;

4) выделение уровней в структуре и определение их взаимосвязи;

5) определение максимальных и минимальных путей;

6) определение характеристик топологической значимости элементов;

7) получение информации о слабых местах структуры и др.

На третьем уровне описания учитываются не только наличие и направленность связи, но и ее “вес”, “сила” в некоторых единицах измерения. Здесь уже удается уточнить топологические оценки структурных характеристик системы, получаемые на первых двух уровнях, а также решить некоторые дополнительные задачи, например выделение типичных структурных конфигураций при многорежимном характере функционирования системы.

Для электроэнергетических задач возможны все три уровня представления структуры ЭЭС, причем структуры с ненаправленными связями характерны для отражения технологических взаимосвязей элементов, а с направленными – иногда бывают полезными для задач анализа режимов и, особенно, задач управления ЭЭС.

Основы подобной формализации описания структур заложены в теории графов.

2.2. Формализация описания структуры на основе теории графов

Определение графа, виды графов. Пусть определено некоторое множество элементов *V*. Граф *G=G(V)* считается определен-

ным, если задано некоторое семейство сочетаний элементов или пар вида *E=(a, b),* где *a, b Є V*, указывающее, какие элементы считаются связанными. В соответствии с геометрической интерпретацией пара *E=(a, b)* называется ребром, а элементы *a, b* – концевыми точками ребра или вершинами. Если порядок расположения концов безразличен, т.е. если *E=(a, b)=(b, a),* то говорят, что *E* есть неориентированное ребро; если же этот порядок важен, то *E* называют ориентированным ребром – дугой; при этом *a* называют начальной вершиной, а *b* – конечной.

В теории графов принята также следующая терминология. Ребро *E инцидентно* вершинам *a, b,* а вершины *a, b* инцидентны ребру *E*. Граф, составленный только из неориентированных ребер, называется *неориентированным*, а граф, составленный только из ориентированных ребер, – *ориентированным*. Графы, у которых часть ребер ориентированна, часть – неориентированна, называются *смешанными*. Неориентированный граф может быть превращен в ориентированный при помощи процесса удвоения, состоящего в замене каждого ребра *E* двумя ребрами с теми же концами и приписывании им противоположных ориентаций. Граф называется *конечным*, если число ребер конечно, и *бесконечным* – в противном случае. Граф, состоящий из изолированной вершины, называется *нуль-графом*, а граф, ребрами которого являются всевозможные пары для двух различных вершин *a, b* из *V*, – *полным* графом. В ориентированном полном графе имеются пары ребер по одному в каждом направлении, соединяющие любые две различные вершины (*a, b*).

Способы формализованного задания графа. А. Графическое представление. Данный способ является наиболее наглядной формой представления отношений между элементами.

Б. Матричное представление. Существуют различные формы матричного представления графа *G=G(V).* Матрица смежности вершин для неориентированного графа имеет вид $A = \left\| a_{ij} \right\|_n^n$, где *n* – число вершин в графе, а элементы a_{ij} определяются следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ при наличии связи;} \\ 0 \text{ при отсутствии связи.} \end{cases}$$

При этом предполагается, что нумерация вершин графа уже проведена. Для неориентированного графа матрица смежности симметрична.

В матрице смежности вершин для ориентированного графа элементы определяются следующим образом:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если из вершины } i \text{ можно перейти в вершину } j; \\ 0 \text{ в противном случае.} \end{cases}$$

Вид матрицы смежности ориентированных графов существенным образом зависит от выбранного порядка нумерации вершин и, выбрав определенный принцип нумерации вершин для некоторых видов графов (без контуров), можно свести матрицу A к треугольному виду, где $a_{ij} = 0$ при $j>i$.

Аналогичным образом можно построить соответствующие матрицы смежности ребер, где элемент a_{ij} считается ненулевым, если ребра графа имеют общую вершину.

Матрица инцидентности $B = \left\| b_{ij} \right\|_m^n$, $i = \overline{1,n}$; $j = \overline{1,m}$, где n – число вершин, а m – число ребер, определяется для неориентированного графа как

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-я вершина инцидентна данному } j\text{-му ребру (есть связь);} \\ 0, \text{ если нет связи,} \end{cases}$$

а для ориентированного графа:

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-я вершина есть начало } j\text{-го ребра;} \\ -1, \text{ если } i\text{-я вершина есть конец } j\text{-го ребра;} \\ 0, \text{ если } i\text{-я вершина не инцидентна } j\text{-му ребру.} \end{cases}$$

В. М н о ж е с т в е н н о е п р е д с т а в л е н и е. В этом случае для ориентированного графа $G(V)$ задается множество вершин V и соответствие G, которое показывает, как связаны между собой вершины. Соответствие G в этом случае называется *отображением множества V в V*. Для каждой вершины i соответствие определяет множество вершин $G(i)$, в которое можно непосредственно попасть из вершины i. В ряде случаев $G(i)$ называется множеством правых инциденций.

Множество $G^{-1}(i)$ определяет все вершины, из которых можно непосредственно попасть в вершину *i,* и поэтому называется *обратным соответствием (отображением).* По аналогии с $G(i)$ множество $G^{-1}(i)$ называется *множеством левых инциденций***.**

П р и м е р 2.1**.** Представление структуры системы на рис. 2.1, *а* в виде графа рис. 2.1, *б*.

Матрица смежности вершин *A*:

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Матрица инциденций *B*:

$$B = \begin{Vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Множественное задание структуры системы: $G(1) = (2,3)$; $G(2) = \varnothing$; $G(3) = (5,4)$; $G(4) = (2)$; $G(5) = (1,2)$; $G^{-1}(1) = (5)$; $G^{-1}(2) = (1,5,4)$; $G^{-1}(3) = (1)$; $G^{-1}(4) = (3)$; $G^{1}(5) = (3)$.

Если бы граф на рис. 2.1, *б* был неориентированным, матрица смежности имела бы вид:

$$A = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{Vmatrix}.$$

Аналогично можно составить матрицу инциденций *B* для неориентированного графа.

Определение частичного графа и подграфа. Граф *H* называется *частичным графом* графа *G*, если его множество вершин *V(H)* содержится во множестве вершин *V* графа *G* и все ребра графа *H* являются ребрами графа *G* (см. рис.2.1, *в*). Граф $G_1(D)$ называется *подграфом* графа *G(V),* если множество вершин *D* содержится во множестве вершин *V* и ребра графа G_1, являющиеся всеми ребрами графа *G,* являются всеми ребрами графа *D*, концы которых лежат во множестве *D* (рис.2.1, *г*). Если *D=V*, то *G(D)=G(V).*

Определение цепи, пути, цикла, контура. *Цепью* называется такая последовательность ребер $E_0, E_1,..., E_{k-1}, E_k,...$, когда каждое ребро E_{k-1} соприкасается одним из концов с ребром E_k; цепь можно обозначить последовательностью вершин, которые она содержит. Например, для графа на рис. 2.2 последовательности вершин (1, 2, 3, 4, 5), (1, 3, 5) являются цепями. Понятие цепи обычно используется для неориентированных графов.

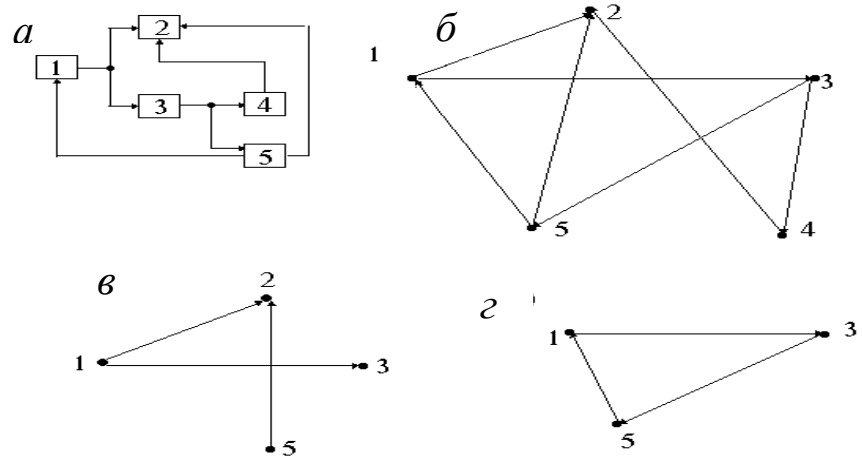


Рис. 2.1. Отображение структуры системы в виде ориентированного графа.
а - структура системы; *б* - ее граф; *в* - частичный граф; *г* - подграф.

Путем называется такая последовательность дуг, когда конец каждой предыдущей дуги совпадает с началом последующей; например, для графа на рис. 2.2, *б* последовательность дуг (1, 3), (3, 5), (5, 1) является путем. Понятие пути обычно используется для ориентированных графов.

Циклом называется такая конечная цепь, которая начинается и заканчивается в одной вершине; например, для графа на рис. 2.2 цепь (1, 4, 3, 1) является циклом; данное понятие имеет смысл только для неориентированных графов.

Контуром называется такой конечный путь, у которого начальная вершина первой дуги совпадает с конечной вершиной последней дуги пути; для графа на рис. 2.1, *б* последовательность дуг (1, 3), (3, 5), (5, 1) – контур.

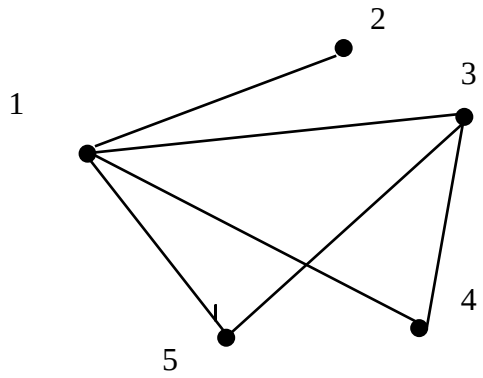


Рис. 2.2. Неориентированный граф.

Длиной цепи (пути) называют число ребер (дуг), входящих в цепь (путь) графа.

Матрица смежности вершин *A* является матрицей непосредственных путей графа, имеющих длину, равную единице. Общее число транзитных путей от вершины *i* к вершине *j* длиной *k* может быть получено в результате возведения в *k*-ю степень матрицы *A*.

Элемент матрицы $A^k - a_{ij}^{(k)}$ - определяет число путей длиной *k* от вершины *i* к вершине *j.*

Степень вершины. Число ребер, инцидентных вершине неориентированного графа, называют степенью вершины и обозначают $\rho(i)$.Число дуг ориентированного графа, которые имеют своей начальной вершиной вершину *i*, называют *полусте-пенью исхода вершины i* и обозначают $\rho^+(i)$. Аналогично число дуг, которые имеют своей конечной вершиной вершину *j*, называют *полустепенью захода вершины j* и обозначают $\rho^-(j)$. Совершенно очевидно, что сумма полустепеней захода всех вершин графа, а также сумма полустепеней исхода всех вершин равна общему числу дуг ориентированного графа *G(V),* т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} \rho^+(i) = \sum_{j=1}^{n} \rho^-(j) = m, \qquad (2.1)$$

где *m* – число дуг графа, а *n* – число его вершин.

Для неориентированного графа имеем

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\rho(i) = m\,. \qquad (2.2)$$

Связность графа. Для неориентированных графов вводится понятие слабой связности, или просто связности. Граф *G(V)* называется *слабо связным (связным)*, если для любых вершин графа *i* и *j* существует цепь из вершины *i* в вершину *j*.

Для ориентированных графов вводится дополнительно еще понятие сильной связности. Граф *G(V)* называется *сильно связным*, если для любых вершин графа *i*, *j* существует путь из вершины *i* в вершину *j*.

Граф, изображенный на рис. 2.2, является слабо связным; граф на рис. 2.3, *а* – сильно связный, распадающийся на два сильно связных подграфа.

В теории графов показано, что любой неориентированный граф может быть разложен на совокупность связных подграфов, а любой ориентированный граф – на совокупность сильно связных подграфов.

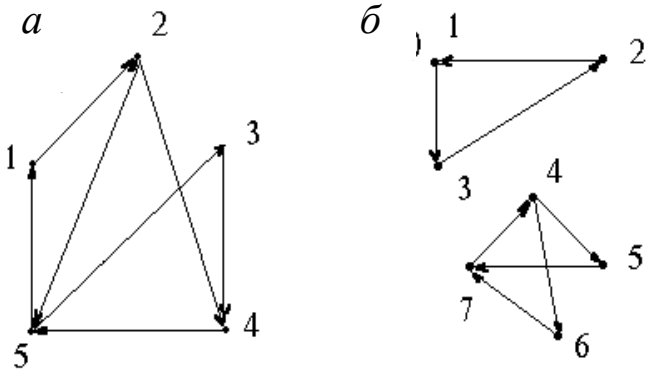


Рис. 2.3. Сильно связный граф (*а*) и несвязный граф, распадающийся на сильно связные подграфы (*б*).

Порядковая функция на графе. Понятие уровня. Целью введения порядковой функции на графе без контуров является разбиение множества вершин графа на непересекающиеся подмножества, упорядоченные так, что если вершина входит в подмножество с номером *i*, то следующая за ней вершина – в подмножество с номером, большим *i*. Полученные непересекающиеся подмножества называются *уровнями*. Алгоритм упорядочения сводится к следующему.

1. В подмножество нулевого уровня N_0 включаются все вершины *i,* у которых $G^{-1}(i) = \varnothing$ (пустое подмножество).

Осуществляется последовательная нумерация вершин: 1, 2, ..., ℓ.

2. В подмножество первого уровня N_1 включаются все вершины *i*, у которых $G^{-1}(i) \subset N_0$. Проводится последовательная нумерация вершин: ℓ+1, ℓ+2, ..., ℓ+*r*.

3. В подмножество второго уровня N_2 включаются все вершины *i*, у которых $G^{-1}(i) \subset (N_0 \cup N_1)$. Реализуется последовательная нумерация вершин: ℓ+*r*+1, ℓ+*r*+2, ..., ℓ+*r*+*p*.

4. В подмножество третьего уровня N_3 включаются все вершины *i*, у которых $G^{-1}(i) \subset (N_o \cup N_1 \cup N_2)$, после чего проводится дальнейшая нумерация вершин.

Данный процесс ведется до тех пор, пока не будут пронумерованы все вершины графа. Изложенная процедура нумерации приводит к тому, что в матрице смежности вершин графа $a_{ij} = 0$ при *i>j.*

На рис. 2.4 показаны неупорядоченный и упорядоченный графы без контуров. Для графа при наличии контуров в соответствии с рассмотренным выше алгоритмом выделяются сначала сильно связные подграфы, образующие классы, а далее, так как граф классов не имеет контуров, на нем можно произвести упорядочение и ввести понятие уровней.

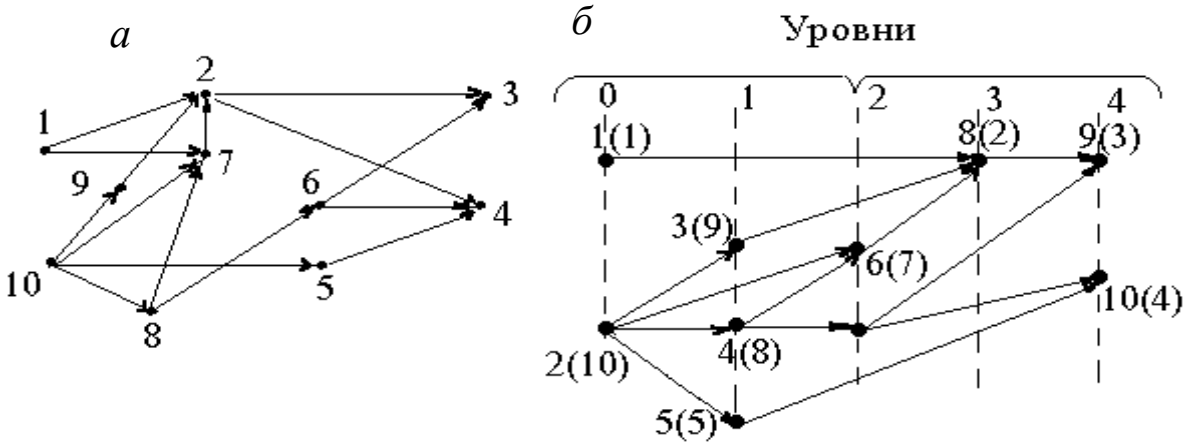


Рис. 2.4. Введен ие порядковых функций на графе.
а – неупорядоченный граф; *б* – упорядоченный.

Числовая функция на графе. Числовую функцию на графе задают обычно либо на вершинах, либо на дугах (ребрах) графа.

Числовая функция на вершинах графа считается заданной, если каждой *i*-й вершине a_i графа *G(V)*, $a_i \in V$, ставится в соответствие некоторое число $l_i = l(a_i)$ из некоторого множества *L*.

Числовая функция на дугах (ребрах) для ориентированного (неориентированного) графа считается заданной, если каждой дуге $(a_i a_j)$ или ребру ставится в соответствие число $q = q(a_i a_j)$ из некоторого множества *Q*. В некоторых случаях числовая функция на графе задается комбинированным способом как на вершинах, так и на дугах.

Значение функции на пути *S* через вершины $a_1, a_2, ..., a_i, ... (a_i \in S)$ при задании числовой функции на вершинах графа определяется в соответствии либо с аддитивной формой

$$l_S = \sum_{a_i \in S} l(a_i), \qquad (2.3)$$

либо с мультипликативной формой

$$l_S = \prod_{a_i \in S} l(a_i)\ . \qquad (2.4)$$

Аналогичным образом определяется значение функции на пути через вершины $a_1, a_2, ..., a_i, ...$ при задании числовой функции на дугах (ребрах) графа:

$$q_S = \sum_{(a_i a_j) \in S} q(a_i a_j); \qquad (2.5)$$

$$q_S = \prod_{(a_i a_j) \in S} q(a_i a_j). \qquad (2.6)$$

В соответствии с данными определениями может быть поставлена задача нахождения путей через множество вершин (дуг), обладающих определенным свойством, с максимальным (минимальным) значением числовой функции. Такие пути называются *максимальными (минимальными).* Определение максимальных (минимальных) путей на графе может быть формализовано в виде задачи динамического программирования. Например, определение максимального пути на графе без контуров в соответствии с (2.5) реализуется на основе следующего функционального уравнения динамического программирования:

$$q_S^{max}(a_i a_j) = \max_{a_i \in G^{-1}(a_j)} \left[q_S^{max}(a_1 a_i) + q(a_i a_j) \right], \qquad (2.7)$$

где $q_S^{max}(a_1a_j)$ – максимальное значение функции на путях S из некоторой начальной вершины a_1 в вершину a_j (аналогично $q_S^{max}(a_1a_i)$); $G^{-1}(a_j)$ - множество левых инциденций для вершины a_j; $q(a_ia_j)$ – значение функции на дуге (a_ia_j).

При использовании данного функционального уравнения обычно предполагается, что все вершины в графе упорядочены.

Определение максимальных и минимальных путей имеет многочисленные приложения при проектировании систем: в задачах сетевого и календарного планирования для определения критического пути, в транспортных задачах, в задачах контроля и технической диагностики и др.

П р и м е р 2.2. Для графа на рис. 2.5 найти максимальный путь из вершины a_1 в вершину a_7.

Для вершины a_1 принимаем $q_S^{\max}(a_1a_1)=0$. Для вершин a_2,a_3,a_4 : $q_S^{\max}(a_1a_2)=2;\ q_S^{\max}(a_1a_3)=3;q_S^{\max}(a_1a_4)=5.$ Для вершины a_5 : $q_S^{\max}(a_1a_5)=\max(2+1;\ 3+2;\ 4+1)=5.$

Для вершины a_6 : $q_S^{\max}(a_1a_6)=\max(3+3;\ 4+4)=8.$

Для вершины a_7 : $q_S^{\max}(a_1a_7)=.$ $\max(5+2;8+1)=9$.

Значение функции на максимальном пути равно девяти, а сам путь выделен на рис. 2.5 жирной линией.

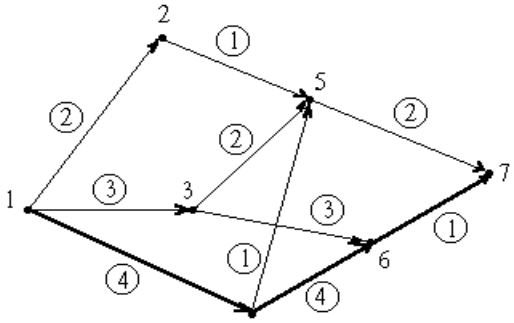


Рис. 2.5. К определению максимального пути на графе.

2.3. Структурно-топологические характеристики систем

При проведении структурного анализа систем очень часто необходимо уметь определять некоторые структурные характеристики систем и давать им количественную оценку. Целесообразность определения таких параметров состоит в том, что уже на ранней стадии проектирования появляется необходимость оценивать качество структуры системы и ее элементов с позиций системного подхода. Рассмотрим некоторые из таких характеристик.

Связность структуры. Этот количественный параметр позволяет выявить наличие обрывов в структуре, висячие вершины и др. Наиболее полно количественно связность элементов ориентированного графа определяется матрицей связности $C = \|c_{ij}\|$. Элементы матрицы C можно вычислить на основе матрицы $A_{\Sigma} = \sum_{k=1}^{n} A^k$. Элемент $c_{ij} = 1$, если $a_{ij}^{\Sigma} \geq 1$; $c_{ij} = 0$, если $a_{ij}^{\Sigma} = 0$. Для неориентированных графов связность всех элементов в структуре соответствует выполнению следующего условия:

$$\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \geq n-1,\ i \neq j. \qquad (2.8)$$

Правая часть неравенства определяет необходимое минимальное число связей в структуре неориентированного графа, содержащего n вершин.

Структурная избыточность. Структурный параметр, отражающий превышение общего числа связей над минимально необходимым, называется *структурной избыточностью* R, которая определяется следующим образом:

$$R = \frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\right]\frac{1}{n-1} - 1. \qquad (2.9)$$

Для систем с максимальной избыточностью, имеющих структуру типа “полный граф” (см. рис. 1.4), $R>0$; для систем с минимальной избыточностью $R=0$; для несвязных систем $R<0$.

Равномерное распределение связей в структуре неориентированного графа, имеющего m ребер и n вершин, характеризуется *средней степенью вершины* $\overline{\rho} = 2m/n$. Тогда, введя понятие отклонения $\rho_i - \overline{\rho}$, где ρ_i – действительная степень вершины заданного графа, можно определить квадратическое отклонение заданного распределения степеней вершин от равномерного:

$$\varepsilon^2 = \sum_{i=1}^{n}(\rho_i - \overline{\rho})^2 = \sum_{i=1}^{n}\rho_i^2 - 2\overline{\rho}\sum_{i=1}^{n}\rho_i + 4m^2/n^2 = \sum_{i=1}^{n}\rho_i^2 - 8m^2/n + 4^2/n^2. \qquad (2.10)$$

Этот показатель характеризует недоиспользование возможностей заданной структуры, имеющей *m* ребер и *n* вершин, в достижении максимальной связности.

Структурная компактность. Для количественной оценки структурной компактности вводится параметр, отражающий близость элементов между собой. Близость двух элементов *i* и *j* между собой будем определять через минимальную длину пути для ориентированного графа (цепи - для неориентированного) d_{ij}. Тогда величина

$$Q = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij}, i \neq j, \qquad (2.11)$$

отражает общую структурную близость элементов между собой в системе.

Для количественной оценки структурной компактности очень часто используют относительный показатель

$$Q_{\text{отн}} = Q / Q_{\text{пг}}^{1}, \qquad (2.12)$$

где $Q_{\text{пг}} = n(n-1)$ – значение компактности для структуры системы типа “полный граф”.

Структурную компактность можно характеризовать и другим показателем – *диаметром структуры*:

$$d = \max_{ij} d_{ij}, \qquad (2.12а)$$

Степень централизации в структуре. Для количественной оценки степени централизации в структуре используется понятие *индекса центральности*

$$\delta = (n-1)\frac{2Z_{\max} - n}{Z_{\max}(n-2)}, \qquad (2.13)$$

где $Z_{\max}$ – максимальное значение величины

$$Z_i = \frac{Q}{2}\left(\sum_{j=1}^{n} d_{ij}\right)^{-1}, \; i = \overline{1,n}; \quad i \neq j. \qquad (2.14)$$

Для структур систем, имеющих максимальную степень централизации (рис. 2.6, *в*), δ=1; для структур с равномерным распределением связей (см. рис. 2.6, *б, д*) δ=0.

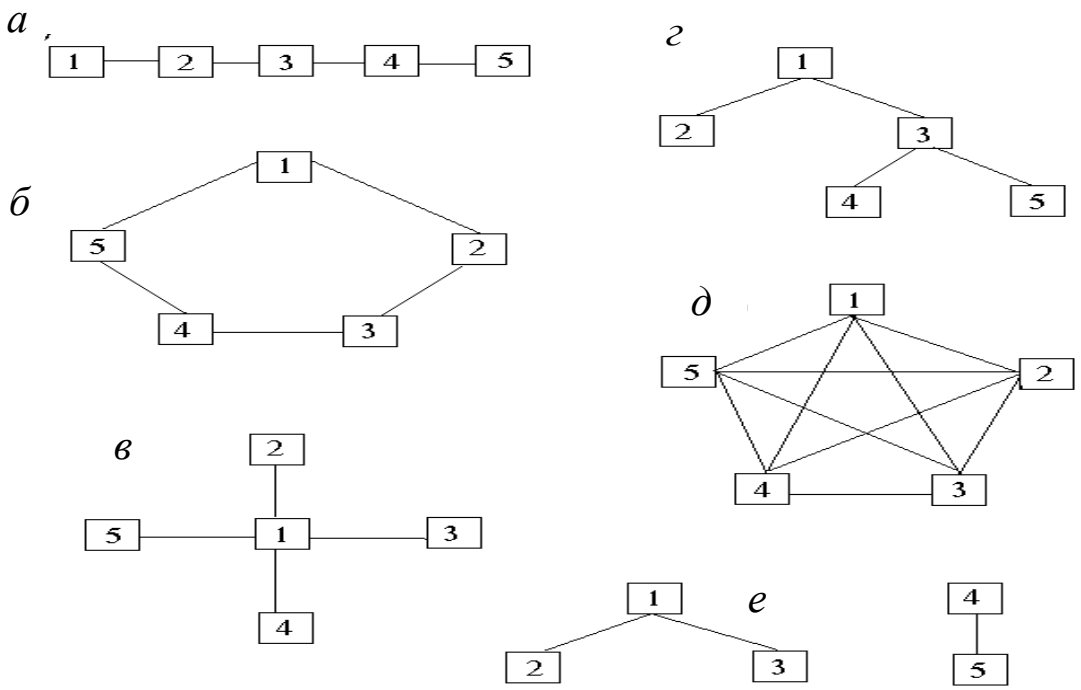


Рис . 2.6. Основные виды структур:
а – последовательная (“цепочечная”), *б* – кольцевая, *в* – радиальная, *г* – древовидная, *д* – полный граф, *е* – несвязная.

Ранг элемента используется при представлении системы в виде ориентированного графа. Данная характеристика позволяет распредлить элементы системы в порядке их значимости. Значимость элемента здесь определяется только числом связей данного элемента с другими. Чем выше ранг элемента, тем более сильно он связан с другими элементами системы. Приближенно ранг элемента можно оценить по формуле

$$r_i \approx \frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{(k)}}, \qquad (2.15)$$

где $a_{ij}^{(k)}$ - элементы матрицы A^k, k=3÷4.

П р и м е р 2.3**.** Введенные выше количественные характеристики могут быть использованы при сравнительной оценке топологических свойств структур систем. С точки зрения топологии внутренних связей выделяют основные виды структур, показанные на рис. 2.6. Рассмотрим количественные оценки топологических свойств этих структур, которые приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Показатели различных структур

Вид структуры (по рис. 2.6)	Показатель				
	R	ε^2	Q	d	δ
а	0	1,2	1,0	4	0,7
б	0,25	0	0,5	2	0
в	0	7,2	0,6	2	1,0
г	0	3,2	0,7	3	0,7
д	1,5	0	0	1	0
е	–0,25	–	–	–	–

Из табл. 2.1 видно:

1) для несвязных структур $R<0$; для структур без избыточности (последовательная, радиальная, древовидная) $R=0$; для структур с избыточностью по связям (кольцевая, типа “полный граф”) $R>0$;

2) структуры с $R=0$ (последовательная, радиальная, древовидная) различаются по показателю ε^2; наибольшая неравномерность связей у радиальной структуры;

3) наибольшую близость элементов (показатель Q) имеет структура типа “полный граф”; наименьшую – последовательная; у радиальной и кольцевой структур, неразличимых по показателю d, различные значения Q;

4) радиальная и древовидная структуры, имеющие одинаковые или близкие значения R, Q, d, значительно различаются по показателям ε^2 и δ, что соответствует физическому смыслу, ибо отход от полной централизации в структуре ведет к большой равномерности распределения связей по элементам.

Рассмотренные выше структурные характеристики были получены только на основе информации о составе элементов и их связях. Дальнейшее развитие анализа структур систем может быть основано на учете неструктурной информации за счет введения числовых функций на графах. Это существенно обогащает возможности структурного анализа. В следующем параграфе будет представлена реализация таких возможностей при структурном анализе ЭЭС.

2.4. Структурный анализ электроэнергетических систем (основные положения)

Характеристика задачи [1,2]. Рассматриваются *взаимодействие и взаимовлияние генераторов* (электростанций) в ЭЭС. Эти свойства существенно влияют на характер поведения генераторов, на возможности передачи электрической мощности от электростанций к потребителям, расположенным в разных узлах системы, на возможности декомпозиции ЭЭС на подсистемы и др.

С точки зрения взаимодействия и взаимовлияния генераторов ЭЭС может быть представлена в виде *полного графа*, как на рис. 1.4, в вершинах которого подключены генераторы, а ребра представляют взаимосвязи между генераторами. Ребрам можно приписать некоторые *числовые характеристики*, определяющие степень взаимодействия и взаимовлияния генераторов. Простейшие числовые характеристики находятся через проводимости электрической сети, в других случаях они учитывают параметры режима и динамические параметры ЭЭС.

По установившейся терминологии числовые характеристики ребер графа определяют степень *связности генераторов*. В развитие понятия топологической связности графа, приведенного выше, в данном случае связность характеризуется еще и числовой оценкой, которая является объективной оценкой степени связности, поскольку вершины полного графа в данном случае равноценны в смысле топологической связности.

Одной из удобных количественных мер связности между генераторами *i* и *j* является величина $W_{ij} = E_i E_j y_{ij}$, где *E* - ЭДС генераторов, а y_{ij} – модуль эквивалентной проводимости между ними. Она характеризует пропускную способность (в единицах передаваемой мощности) связи между генераторами *i* и *j*. Рассмотрим возможности ее использования в различных задачах структурного анализа ЭЭС.

Выделение сильно связанных подсистем и слабых сечений. Рассмотрим условную схему ЭЭС, представленную на рис. 2.7, где генераторы $i, k = \overline{1,n}$ принадлежат подсистеме *I*, т.е. $i, k \in I$, а генераторы $j, \ell = \overline{1,m}$ – подсистеме *J*, т.е. $j, \ell \in J$.

Пусть

$$W_{ik} >> W_{ij}; \quad W_{jl} >> W_{jk}, \tag{2.16}$$

или

$$W_{ij} \le \varepsilon_c W_{ik}\,; \;\; W_{jk} \le \varepsilon_c W_{jl}\,,$$

здесь и далее ε – малая величина.

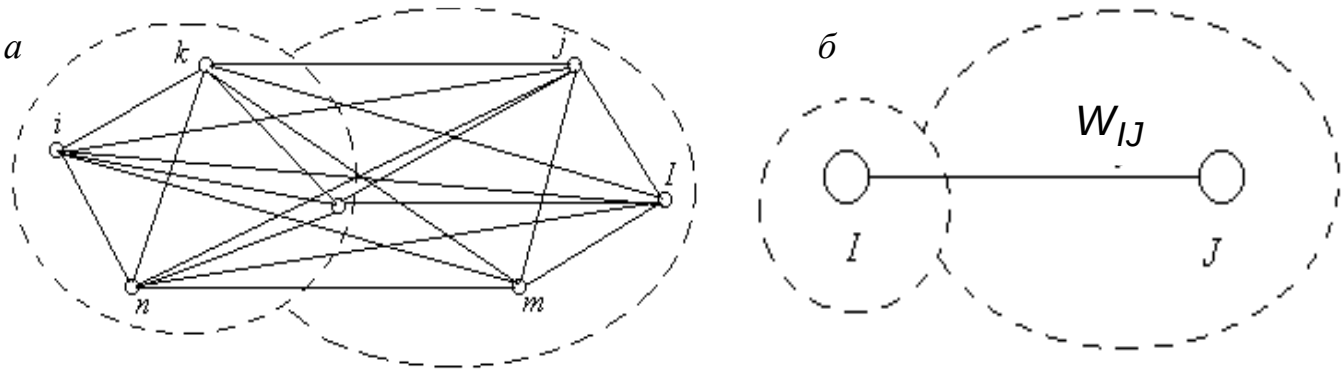


Рис. 2.7. Схема ЭЭС из двух подсистем (*а*) и ее структурное представление (*б*).

Это означает, что генераторы подсистемы *I* имеют *сильную связность* между собой, генераторы подсистемы *J* - аналогично, а связность между генераторами подсистем *I* и *J* - слабая. Следовательно, имеем две сильно связанные подсистемы *I* и *J* и *структурно слабое сечение* между ними. Пропускная способность связей этого сечения оценивается по выражению

$$W_{IJ} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} W_{ij}\,. \qquad (2.17)$$

Структурно слабое сечение может оказаться опасным с точки зрения перегрузки в некоторых режимах или нарушения устойчивости ЭЭС, и их нужно *контролировать* в процессе анализа режимов системы и управления ими. В сложной ЭЭС, как правило, может быть несколько подсистем и соответственно структурно слабых сечений между ними.

Группировка схем по пропускной способности структурно слабых сечений. В процессе функционирования ЭЭС ее электрическая сеть может находиться в различных состояниях: нормальном; ремонтных – в случае вывода в ремонт той или иной конкретной ЛЭП; послеаварийных – при аварийном отключении той или иной ЛЭП. Поскольку состав работающих ЛЭП в этих состояниях различен, различны и значения показателей связности между генераторами W_{ij} .

С другой стороны, каждая из таких *схем ЭЭС (нормальная, ремонтные, послеаварийные)* должна проверяться по допустимости

режимов, выполнению требований устойчивости и др. Как отмечалось выше, такая проверка должна выполняться для контролируемых структурно слабых сечений.

Для сложных ЭЭС анализируемых схем может быть весьма много. Однако это множество схем можно группировать по близости пропускной способности структурно слабых сечений, а далее проверять требования допустимости режимов и устойчивости только для отдельных представителей таких групп, распространяя результаты на все остальные схемы в каждой группе.

В самом деле, для некоторой исходной (базовой) схемы и каждой из остальных схем мы имеем свои значения параметров

$$\begin{gathered} W_{ik}^{\delta}, W_{jl}^{\delta}, W_{ij}^{\delta}; \\ W_{ik}^{1}, W_{il}^{1}, W_{ij}^{1}; \\ - - - - - - - \\ W_{ik}^{s}, W_{jl}^{s}, W_{ij}^{s}. \end{gathered} \tag{2.18}$$

Сформируем относительные разности

$$\Delta W_{IJ}^{s} = \left(W_{IJ}^{s} - W_{IJ}^{\delta}\right) / W_{IJ}^{\delta}, \tag{2.19}$$

показывающие, насколько пропускная способность структурно слабого сечения рассматриваемой (например, послеаварийной) схемы s отличается от пропускной способности этого сечения в базовой схеме.

Если ΔW_{IJ}^{s} мало (близко к нулю), то это означает, что рассматриваемая послеаварийная схема s по параметрам структурно слабых сечений практически не отличается от базовой и не требует специального последующего анализа. Если для двух схем s и p выполняется условие

$$\Delta W_{IJ}^{s} \approx \Delta W_{IJ}^{p}, \tag{2.20}$$

или, иначе $\left|\Delta W_{IJ}^{s} - \Delta W_{IJ}^{p}\right| \le \varepsilon_n$, причем $\Delta W_{IJ}^{s} \neq 0$, то схемы s и p близки по параметрам структурно слабого сечения и дальнейшее исследование достаточно проводить для одной схемы, распространяя результаты на другую.

При наличии нескольких структурно слабых сечений в схеме ЭЭС можно упорядочить члены множества

$$\left\{\Delta W_{q}^{s}\right\}; \quad s = \overline{1,S}; \quad q = \overline{1,Q}, \tag{2.21}$$

где Q - количество контролируемых сечений, для одноименных сечений q по убыванию ΔW_q^S, и сгруппировать схемы в подмножества, *однотипные по пропускной способности* структурно слабых сечений, т.е.

$$\Delta W_q^o = \left\{\Delta W_q^{og}\right\}; g = \overline{1,G}; g << S, \qquad (2.22)$$

где g – номера групп схем. Внутри каждой группы выполняется условие (2.20). Из каждого подмножества выделяются *представительные (расчетные) схемы* для дальнейшего изучения. Представительные схемы отражают наиболее тяжелые ситуации в каждой группе схем.

Оценка роли и значимости генератора (подсистемы) в системе. Максимальная выдаваемая мощность генератора i в общем случае может частично потребляться собственной нагрузкой этого узла, а остальная часть мощности может быть передана в другие узлы системы. Возможности передачи мощности определяются пропускными способностями связей между узлом i и другими узлами системы.

Для оценки роли генератора в системе введем соотношение

$$W_i = P_{нi} + W_{iI} + W_{iJ}, \qquad (2.23)$$

где $P_{нi}$ – собственная нагрузка узла i, а

$$W_{iI} = \sum_{k \in I} W_{ik},\ k \neq i; \quad W_{iJ} = \sum_{j \in J} W_{ij},\ i \neq j$$

определяют возможности реализации мощности генератора i внутри подсистемы I, в которой он расположен, и вне ее. Рассмотрим характерные случаи.

Если

$$W_i \approx P_{нi}, \quad W_{iI} \approx W_{iJ} \approx 0, \qquad (2.24)$$

или иначе: $W_i - P_{нi} \leq \varepsilon_r$; $W_{iI} \leq \varepsilon_r$; $W_{iJ} \leq \varepsilon_r$, то это означает, что практически вся мощность генератора i потребляется собственной (местной) нагрузкой. Такие генераторы можно назвать *местными*. Они могут исследоваться в составе двухузловых структурных схем, где один узел представляет рассматриваемый генератор i, а другой - агрегированно всю остальную часть системы.

Если

$$W_i \approx P_{нi} + W_{iI};\ W_{iI} \neq 0;\ W_{iJ} \approx 0\ , \qquad (2.25)$$

или иначе: $W_i - P_{нi} - W_{iI} \le \varepsilon_r$; $W_{iJ} \le \varepsilon_r$; $W_{iI} > \varepsilon_r$, то это означает, что мощность генератора *i* реализуется внутри подсистемы *I*, в которой он расположен. Такие генераторы можно назвать ***внутренними (подсистемными).*** Они исследуются в составе той подсистемы, к которой относятся. Эта подсистема должна быть представлена достаточно подробной схемой, а другие подсистемы не учитываются или учитываются приближенно (например, агрегируются каждая до одного узла).

И наконец, если

$$W_i = P_{нi} + W_{iI} + W_{iJ};\ W_{iI} \neq 0;\ W_{iJ} \neq 0\ , \qquad (2.26)$$

то мы имеем дело с *системным* генератором, мощность которого реализуется не только в подсистеме, где он расположен, но и за ее пределами. Генераторы данного типа необходимо изучать в составе подробно представляемой собственной подсистемы и во взаимосвязи с другими подсистемами (также представляемыми достаточно подробно), с которыми рассматриваемый генератор имеет существенные связи.

В некоторых случаях может быть так называемый *равнозначимый* генератор, который имеет примерно равнозначимые достаточно сильные связи с некоторыми генераторами подсистемы при различающихся и более слабых связях с другими генераторами этой подсистемы. Аналогичная ситуация может иметь место по отношению не к другим генераторам, а к подсистемам.

Значимость генератора в подсистеме зависит от его мощности и силы связей с другими генераторами по отношению к суммарной мощности генерации подсистемы. Ее можно оценить по выражению

$$W_{0i} = W_i + W_{iI}\ . \qquad (2.27)$$

Если,

$$W_{0i} << W_I\ , \qquad (2.28)$$

где $W_I = \sum_{i \in I} W_i$ или иначе: $W_{0i} \le \varepsilon_r^* W_I$, то генератор является *малозначимым* и может быть устранен из схемы ЭЭС без ущерба для точности результатов исследований. В противном случае генератор *значимый (основной)* и должен быть представлен как элемент структуры ЭЭС.

В сложных схемах ЭЭС подобным же образом может анализироваться роль (значимость) в системе отдельных подсистем. Тогда речь идет о местных, локальных, системных, равно- и малозначи-

мых подсистемах, критерии оценки и выделения которых аналогичны (2.24)–(2.28).

Классификация связей по их роли и значимости в работе ЭЭС. Связи между генераторами могут быть слабыми, жесткими, средними, основными, малозначимыми, взаимосвязанными с другими.

Слабыми являются связи, пропускная способность которых значительно меньше номинальной мощности генераторов примыкающих (инцидентных) узлов, т.е.

$$W_{ij} << P_{\text{гном}}^{\min}, \tag{2.29}$$

или, иначе: $W_{ij} \le \varepsilon_m P_{\text{гном}}^{\min}$, где $P_{\text{гном}}^{\min}$ – меньшая величина из $P_{\text{гном}\,i}$ и $P_{\text{гном}\,j}$.

Наличие слабых связей обусловлено конструктивными особенностями схемы, образованной электрически неравнопрочными связями.

Жесткими можно считать связи, для которых W_{ij} сравнимо с $P_{\text{гном}}^{\min}$, т.е.

$$W_{ij} - P_{\text{гном}}^{\min} \le \varepsilon_m . \tag{2.30}$$

Связи, не относящиеся к слабым и жестким, являются *средними.*

Жесткие, средние, а в ряде случаев и слабые связи могут быть *основными, значимыми* для работы ЭЭС. Основными можно считать связи, значимость которых в формировании внешней связности узлов (определяемой как

$$W_{bi} = W_{iI} + W_{iJ} = \sum_{k \in I} W_{ik} + \sum_{l \in J} W_{jl} = \sum_{j \in I,J} W_{ij} \tag{2.31}$$

для генераторов и как

$$W_{bI} = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} W_{ij} \tag{2.32}$$

для подсистем, где J – множество всех подсистем, кроме I) достаточно велика и удовлетворяет условию

$$W_{ij} > \varepsilon_c W_{bi} . \tag{2.33}$$

Основные связи являются основой структуры ЭЭС. Их отключения или повреждения, как правило, приводят к существенному изменению режима работы системы и опасны для ее устойчивости.

Малозначимыми являются связи, долевое участие которых в формировании внешней связности узлов меньше заданного, что имеет место при

$$W_{ij} \le \varepsilon_c W_{bi} \ . \qquad (2.34)$$

Пренебрежение малозначимыми связями, как правило, не вносит заметной погрешности в параметры режима или оценку устойчивости ЭЭС, но существенно упрощает структуру системы.

К важным характеристикам структуры ЭЭС относятся *взаимозависимость и взаимовлияние ее связей (сечений).* Такое взаимовлияние присуще связям и сечениям системных узлов с остальной ЭЭС. Если для каких-то связей взаимовлияние имеет место, то это означает, что пропускные способности этих связей зависят друг от друга и требуется построение многомерных областей допустимых состояний системы.

Оценка взаимовлияния связей может быть выполнена на основе анализа послеаварийных и ремонтных схем ЭЭС по отношению к базовой схеме, используя выражение

$$W_{ijq}^{s} - W_{ijq}^{\delta} > \varepsilon_{\text{в}}, \qquad (2.35)$$

где $s = \overline{1,S}$ – номера послеаварийных и ремонтных схем, $q = \overline{1,Q}$ – номера связей (сечений) структурной модели.

Если условие (2.35) для схемы *s* выполняется только для того сечения *q*, ослабление которого происходит в рассматриваемом послеаварийном или ремонтном состоянии ЭЭС, то пропускная способность этого сечения не зависит от других сечений. Если условие (2.35) выполняется не только для сечения *q*, но и для сечений *p*, *r*, то в рассматриваемой схеме *s* сечения *q, p, r* взаимозависимы и для этого случая требуется построение многомерной области допустимых состояний. Если же в схеме *s* условие (2.35) для ослабляемого сечения *q* не выполняется, то данная послеаварийная (ремонтная) схема может быть исключена из последующего рассмотрения.

Иерархическая структурная модель ЭЭС [1,2]. Рассмотренные оценки связности структуры ЭЭС и их использование для анализа и классификации генераторов, подсистем, связей между ними позволяют ввести так называемую иерархическую структурную модель ЭЭС, характеризующую особенности структурной организации системы. Такая структурная модель проста, поскольку учитывает

лишь одно основное свойство системы – взаимодействие между ее элементами. Она позволяет обоснованно сформировать требования к агрегированию информации об ЭЭС, используемым математическим моделям и приемам исследования системы.

Согласно методологии системного анализа для единицы каждого уровня иерархии необходимо иметь показатели, позволяющие численно оценивать ее свойства как самостоятельного целого, так и части системы. Эти показатели делятся на собственные, слабо зависящие от взаимного влияния элементов; взаимные, обусловленные таким влиянием и делящиеся, в свою очередь, на внутренние и внешние (по отношению к подсистеме); полные, равные их сумме.

Основные положения, принимаемые при построении иерархической структурной модели ЭЭС, следующие:

1. Генераторы и их связи с другими генераторами рассматриваются в качестве элементов структурной модели.

2. Каждый генератор характеризуется параметрами, описывающими его свойства как самостоятельного элемента системы, взаимодействующего с другими элементами через опосредованные (эквивалентные связи); степень взаимодействия определяется степенью связности генераторов, определяемой соответствующими показателями.

3. Обобщением элементов являются их совокупности – подсистемы и связи между ними, а обобщением подсистем – система в целом. Показатели, характеризующие свойства подсистем и системы в целом, аналогичны показателям элементов. Подсистемы и их связи считаются самостоятельными структурными единицами второго уровня иерархии, система – третьего. Исходя из этого, структура ЭЭС по связности может быть представлена в виде трех иерархических уровней. Первому соответствуют генераторы и эквивалентные связи между ними, второму - подсистемы и эквивалентные связи между ними, третьему - система в целом.

4. Эквивалентные взаимодействия генератора и подсистемы делятся на внутренние (между единицами одного уровня иерархии) и внешние (между единицами различных уровней иерархии).

5. Взаимодействия между структурными единицами в процессе функционирования ЭЭС определяются численно значимостью структурной единицы в формировании структурной модели системы. Они делятся на одно- и многоуровневые, основные и малозна-

чимые. Структурная модель ЭЭС определяется набором существенных для рассматриваемой задачи составляющих.

В качестве собственного показателя генератора целесообразно принять его номинальную мощность

$$W_{ii} = P_{\text{гном}} \ . \qquad (2.36)$$

Тогда так называемая *полная структурная мощность* или просто *структурная мощность* будет выглядеть

$$W_{si} = W_{ii} + W_{bi} , \qquad (2.37)$$

где W_{bi} определяется по (2.31), характеризует величину взаимодействия генератора *i* с системой в целом и ее можно назвать *полной обменной мощностью* или просто *обменной мощностью* генератора *i*, в то время как W_{ij} представляет величину взаимодействия этого генератора с другим генератором *j*.

Если генератор принадлежит подсистеме *I*, то, как показано на рис. 2.8, *а*, его обменная мощность W_{bi} состоит из двух частей (см. (2.31)): W_{iI} – *обменной мощности*, реализуемой внутри своей подсистемы (*внутренней*); W_{iJ} – *обменной мощности*, реализуемой вне своей подсистемы (*внешней*). Здесь и далее *J* – множество всех остальных подсистем, кроме *I.*

По аналогии с полной структурной мощностью генератора *i* в системе его полная структурная мощность в подсистеме *I,* или, иначе, – *полная внутренняя мощность*, определяется выражением

$$W_{\text{п}i} = W_{ii} + W_{iI} . \qquad (2.38)$$

Внешняя обменная мощность генератора W_{iJ} складывается из его внешних обменных мощностей с генераторами других подсистем (см. (2.23)).

Связи подсистемы показаны на рис. 2.8, *б*, а системы - на рис. 2.8, *в*. Структурные мощности подсистемы определяются на основании структурных мощностей элементов и аналогичны им. Различаются только индексы: для генератора – строчные буквы, для подсистемы – прописные.

Собственная мощность подсистемы

$$W_{II} = \sum_{i \in I} W_{ii} = \sum_{i \in I} P_{\text{гном } i} = P_{\text{гном } I} \ . \qquad (2.39)$$

Структурная мощность по эквивалентной связи между двумя подсистемами определяется выражением (2.17).

Внешняя обменная мощность подсистемы *I* равна сумме внешних обменных мощностей входящих в нее генераторов:

$$W_{IJ} = \sum_{i \in I} W_{iJ}. \qquad (2.40)$$

Внутренняя обменная мощность подсистемы равна половине суммы внутренних обменных мощностей генераторов, входящих в подсистему, так как каждый из показателей W_{ik} повторяется в этой сумме дважды: один раз как составляющая обменной мощности генератора *i*, а второй - как составляющая обменной мощности генератора *k*. Поэтому

$$W_I = 0{,}5 \sum_{i \in I} W_{il}. \qquad (2.41)$$

Полная обменная мощность подсистемы

$$W_{bI} = W_I + W_{IJ}. \qquad (2.42)$$

Полная внутренняя мощность подсистемы определяется как

$$W_{\text{п}I} = P_{\text{гном}\,I} + W_I. \qquad (2.43)$$

Структурная мощность подсистемы

$$W_{sI} = P_{\text{гном}\ I} + W_{bI}\ . \qquad (2.44)$$

Аналогичные (2.39)–(2.44) показатели могут рассматриваться и для системы в целом.

Структура ЭЭС определяется не абсолютной величиной описанных структурных составляющих, а соотношениями между ними, на основании которых можно объективно выявить роль каждого из структурных элементов на всех рассматриваемых иерархических уровнях. В качестве таких соотношений целесообразно рассматривать показатели, определяющие:

1) взаимодействия внутри структурных единиц, характеризующие степень их целостности. Такие взаимодействия рассматриваются по мощности и по связности;

2) взаимодействия между структурными единицами, характеризующие степень их зависимости друг от друга – степень централизации;

3) значимость структурной единицы одного уровня иерархии в другом;

а *б* *в*

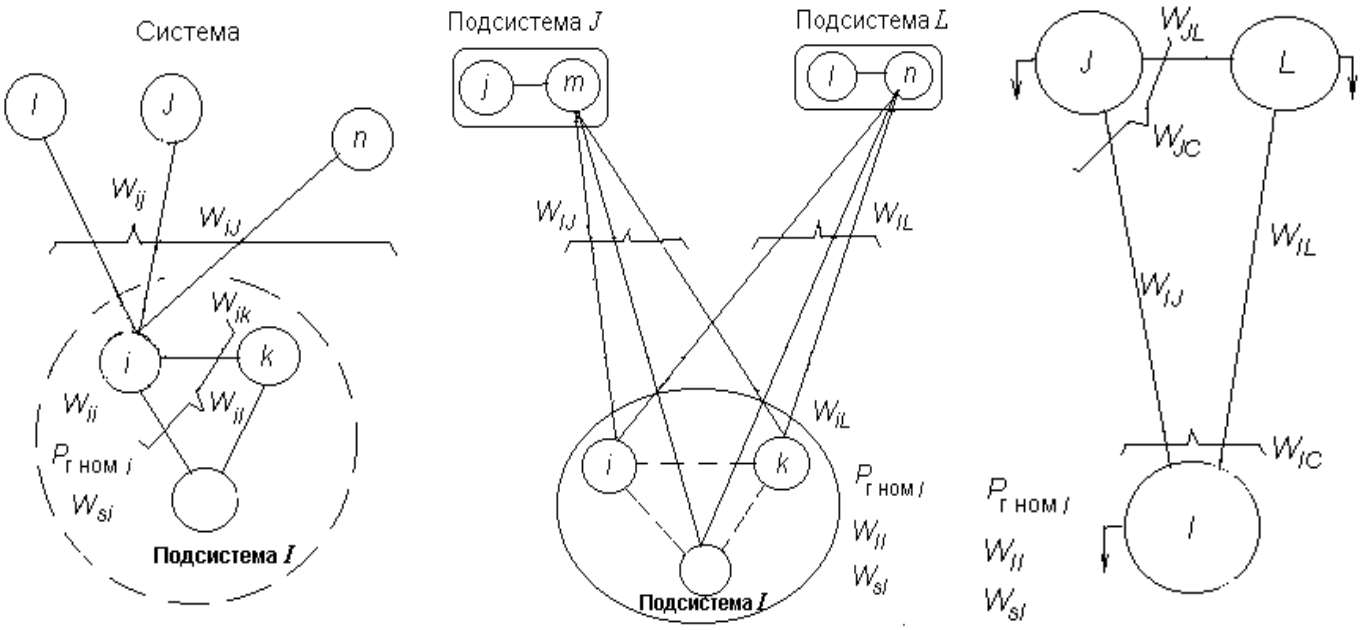


Рис. 2.8. Иерархические уровни структурной модели ЭЭС.
а – генератор *i*, *б* – подсистема *I*, *в* – система.

4) погрешность от пренебрежения малозначимой информацией.

Соответствующие соотношения легко могут быть получены на основе первичных показателей иерархической структурной модели ЭЭС, они приведены в [1, 2].

Структурная модель ЭЭС отличается достаточно высокой стабильностью по отношению к изменениям параметров системы, ее режимов и действующих на нее возмущений и позволяет обобщенно представить свойства исследуемой ЭЭС. В то же время учет режимов работы ЭЭС и действующих на нее возмущений, а также управляющих воздействий для обеспечения устойчивости системы позволяет уточнить, детализировать и конкретизировать условия исследований, определяемые иерархической структурной моделью ЭЭС [1, 2].

2.5. Алгоритмы классификации показателей

При выполнении всех изложенных операций анализа структуры ЭЭС – выделении сильно связанных подсистем, группировке схем, режимов и возмущений и др. – приходится осуществлять некоторую классификацию используемых при этом показателей, характеризующих степень близости рассматриваемых объектов классификации друг к другу. Формально для таких классификаций может быть использован один и тот же алгоритм. Рассмотрим в качестве примера

случай группировки генераторов для одной схемы по единственному режиму и одному возмущению [1, 2].

При решении задачи используем рекуррентный алгоритм восходящей классификации, основанный на средних значениях величин близости. Алгоритм работает с матрицами показателей различия объектов, допускающими наглядную геометрическую интерпретацию в виде расстояний между кластерами, осуществляя пошаговое сокращение числа несгруппированных кластеров на единицу. Под кластером здесь понимается группа объектов, имеющих какой-то общий признак, в данном случае в качестве такого признака выступает степень близости объектов друг к другу.

В качестве исходного принимается разбиение, когда каждый объект представляет собой отдельный кластер. На каждом шаге отыскивается пара кластеров g_l и g_m, среднее расстояние между которыми (рис. 2.9)

$$L(g_l, g_m) = \frac{1}{n_l n_m} \sum_{i=1}^{n_l} \sum_{j=1}^{n_m} L(i, j) \qquad (2.45)$$

минимально, где n_l, n_m - число объектов в g_l, g_m; $L(i, j)$ – расстояние между объектами *i* и *j* разных кластеров. Для исходного разбиения, очевидно, $L(g_l, g_m) = L(i, j)$. Также ясно, что для принятого в п. 2.4 показателя связности генераторов $L(i, j) = 1/W_{ij}$.

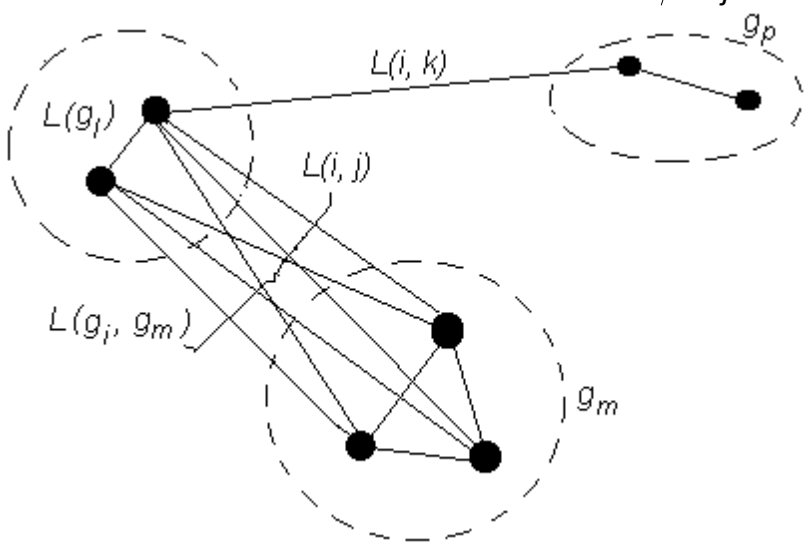


Рис. 2.9. Алгоритм классификации.

Пара ближайших друг к другу кластеров объединяется, пересчитываются средние внешние и, если требуется, средние внут-

ренние расстояния кластеров. Последние для кластера определяются как

$$L(g_l) = \frac{2}{n_l(n_l - 1)} \sum_{i=1}^{n_l - 1} \sum_{j=i+1}^{n_l} L(i, j). \qquad (2.46)$$

Критерием завершения группировки может служить достижение отношением обобщенных средних величин внутренних и внешних расстояний заданной величины, т.е.

$$L_{\text{внутр}} / L_{\text{внеш}} \geq \varepsilon \ , \qquad (2.47)$$

где

$$L_{\text{внутр}} = \frac{1}{k} \sum_{i=l}^{k} L(g_i), \qquad (2.48)$$

$$L_{\text{внеш}} = \frac{2}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^{k} L(g_i, g_j) \ ; \qquad (2.49)$$

k – число кластеров на рассматриваемом шаге классификации.

При классификации схем, режимов или возмущений рассматривается набор матриц показателей связности или возмущенности. В качестве расстояний между объектами принимаются евклидовы метрики

$$d(l, m) = \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} [L_l(i, j) - L_m(i, j)]^2 \right\}^{1/2}, \qquad (2.50)$$

где l, m – номера матриц; i, j – номера строк и столбцов матрицы; n – порядок матрицы, равный числу генераторов. Аналогичное соотношение для евклидовой метрики можно записать и при использовании суммарных показателей по контролируемым сечениям, вычисляемым по (2.17).

Исходя из (2.50) формируется квадратная матрица расстояний, например, между схемами, размерностью, равной числу схем. Далее схемы классифицируются по приведенному выше алгоритму (2.45)–(2.49).

При дальнейшем исследовании рассматривается только наиболее слабая схема из всех попавших в один кластер, принимаемая в качестве расчетной.

Аналогичным образом осуществляется классификация режимов и возмущений ЭЭС.

2.6. Пример структурного анализа электроэнергетической системы

Предварительный анализ. В качестве иллюстрации подхода, изложенного в п. 2.4, приведем некоторые результаты структурного анализа сложной ЭЭС для проектной схемы, представленной на рис. 2.10, с целью определения расчетных условий и формирования рекомендации по исследованиям устойчивости системы [1, 2].

На основе экспертного анализа информации о схеме ЭЭС, ее режимах и возмущениях, а также опыта исследований был выявлен перечень слабых с точки зрения устойчивости сечений схемы, которые показаны штриховыми линиями на рис. 2.10.

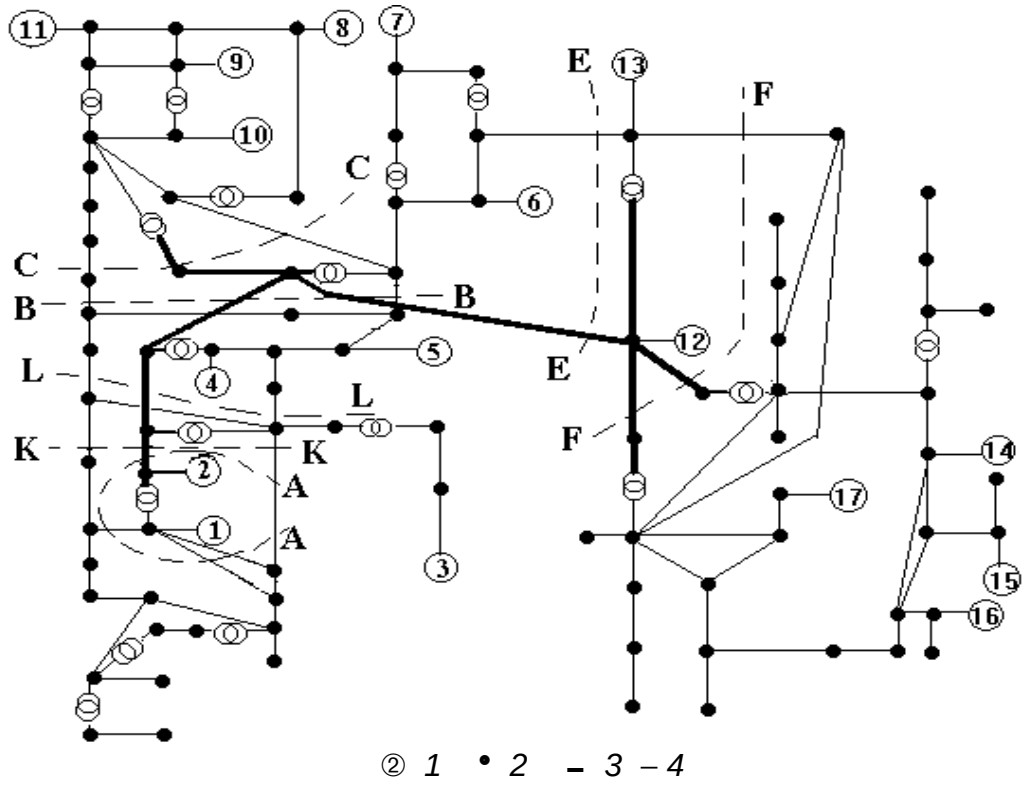


Рис. 2.10. Схема исследуемой ЭЭС:
1 – генераторный узел; *2* – сетевой узел; *3* – линия 500 кВ; *4* – линия 220 или 110 кВ.

Предварительный состав исследуемых условий дан в табл. 2.2. Семь контролируемых сечений A, K, L, B, C, E, F определены по результатам исследований на этапе формирования основной сети ЭЭС, предшествующем анализу устойчивости. Три утяжеленных режима (см. табл. 2.2), характеризующиеся большой загрузкой отдельных сечений, выявлены путем анализа перетоков по сечениям для различных зон графиков нагрузки ЭЭС, а также наиболее тя-

желых послеаварийных режимов. Опасными по устойчивости ЭЭС предполагаются отключения линий 500 кВ и разрывы головных участков кольцевых сетей 220 кВ, что дает N=12 послеаварийных схем при рассмотрении нормального режима. Кроме того, отобраны восемь послеаварийных схем в утяжеленных режимах. Число совпадений аварий с ремонтами линий составляет 132 ситуации.

Количество повреждений, которые необходимо рассмотреть при анализе устойчивости ЭЭС, определяется как $N_S = Nk_1k_2$, где $k_1 = 2$ – число мест повреждений на каждой линии (по концам линий); k_2=10 – число типов расчетных повреждений, т.е. N_S=240. В это число не входят расчеты для выбора управляющих воздействий, обеспечивающих устойчивость ЭЭС при опасных повреждениях. По опыту известно, что для определения одного управляющего воздействия необходимо выполнить в среднем четыре расчета. Предполагая на основе предшествующих исследований, что устойчивость ЭЭС может нарушаться при наиболее тяжелых возмущениях у шин высокого напряжения шести электростанций, которые подробно учтены в схеме замещения, получаем еще 24 расчета, т.е. всего 264 расчета устойчивости при возмущениях.

В целом количество ситуаций, требующих рассмотрения с использованием детальных расчетов устойчивости, как видно из табл. 2.2, чрезвычайно велико.

Т а б л и ц а 2.2

Предварительный состав условий для исследований устойчивости ЭЭС

Исследуемые схемы	Число сечений	Наименование режимов	Число схем для расчетов устойчивости	Число вариантов режимов	Число расчетов устойчивости при возмущениях
Нормальная и послеаварийные	7	Зимний максимум нагрузки	13	1	264
Нормальная	1-4	Утяжеленные	8	3	–
Ремонтные	1-3	Зимний максимум нагрузки	132	12	–
В с е г о			153	16	264

Характеристики структурной модели. Анализ связности генераторов в схеме ЭЭС, а также определение опасных элементов дают структурную модель ЭЭС, приведенную на рис. 2.11. Следует обратить внимание на то, что состав контролируемых сечений, изображенных на рисунке штриховой линией, отличается от исходного (см. рис. 2.10). Связи между подсистемами не являются слабыми, однако большинство из них работают в режимах, близких к предельным по устойчивости. Узлы 3, 5, 17 малозначимы, узлы 2, 4, 12, 13 – системные, узел 1 – местный.

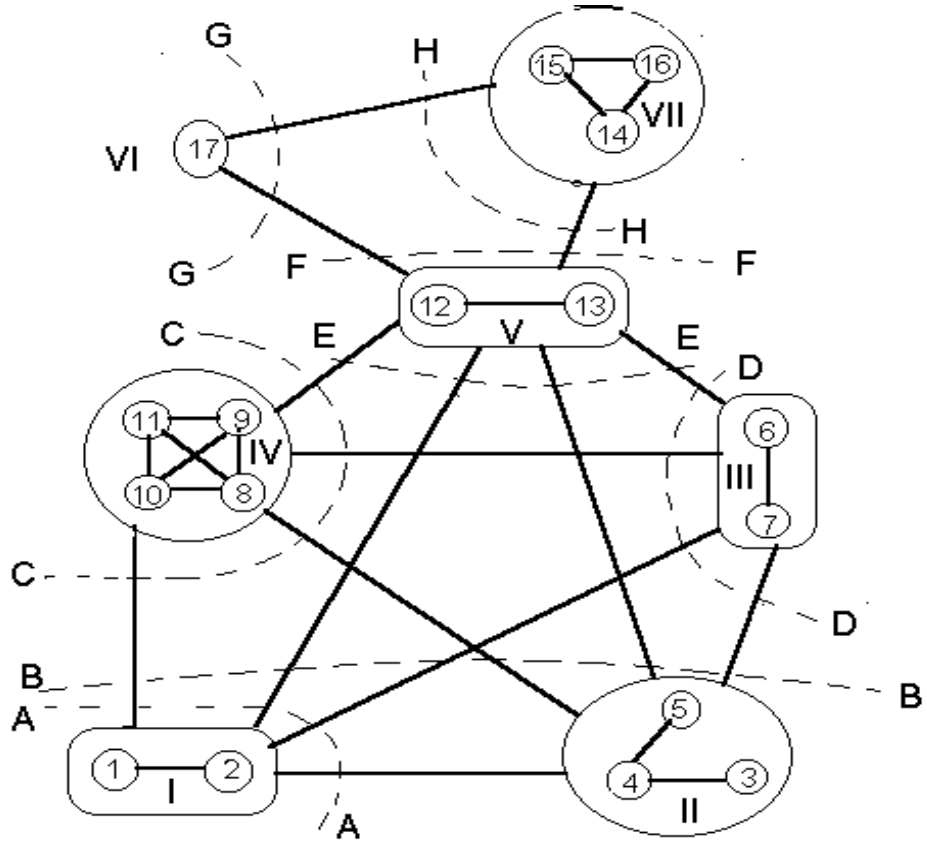


Рис. 2.11. Структурная модель иследуемой ЭЭС.

Анализ взаимозависимости предельных режимов по контролируемым сечениям показывает, что она существует для сечений (A, B), (B, C, E), (B, C, D, E), (F, H).

Опасными аварийными возмущениями по условиям устойчивости послеаварийных режимов являются отключения любой линии 500 кВ и некоторых участков линий 220 кВ (всего 10 случаев в нормальной схеме и около 40 случаев в ремонтных схемах). По условиям динамической устойчивости опасны короткие замыкания вблизи крупных генераторов 1, 2, 12, 13.

Оценка количественных характеристик структурной модели, приведенной на рис. 2.11, показывает, что при анализе устойчивости по отношению к возмущениям вблизи генераторов 12, 13 группы подсистем I–IV и VI, VII можно представлять соответствующими эквивалентами. При определении предельных перетоков по сечениям A, B, а также при возмущениях вблизи генераторов подсистем I–IV группу подсистем VI, VII допустимо представлять эквивалентом. Аналогично при анализе предельных перетоков по сечениям F, G, H или при возмущениях вблизи генераторов 14, 15, 16, 17 эквивалентом может быть учтена группа подсистем I, II, III, IV.

3. ПОВЕДЕНИЕ СИСТЕМ

3.1. Особенности поведения систем

При исследовании сложных систем большое внимание уделялось и уделяется изучению их *поведения* под воздействием разного рода внешних возмущений. При этом в классических работах анализируются *возмущения*, возникающие в начальном *состоянии* системы или на ее внешнем входе, а в современных работах - также и возмущения в *структуре* самой системы. И в том и другом случае основной интерес представляет вопрос, будет ли поведение системы существенно меняться в результате нежелательных, неизвестных заранее, внезапных возмущений, а кроме того – какие должны быть предусмотрены управляющие воздействия (подаваемые на внешний вход системы или изменяющие ее структуру) с тем, чтобы поведение системы не приняло нежелательный или опасный в том или ином смысле характер.

Поведение системы рассматривается во времени. Состояние является частным случаем поведения и фактически представляет собой некоторый “временной срез” поведения системы, “фотографию” ее поведения в фиксированный момент времени. Поведение системы можно рассматривать как последовательную во времени смену ее состояний.

“Застывшее”, зафиксированное жестко состояние – это практически нереальная ситуация, теоретический случай для большинства систем. Сложная система вследствие внешних воздействий, больших и малых, а также внутренних изменений непрерывно флуктуирует, “дышит”, параметры ее состояния претерпевают изменения.

Все перечисленные особенности поведения систем полностью относятся и к электроэнергетической системе. ЭЭС в процессе ее функционирования подвержена множеству малых и больших *воздействий, возмущений* различной природы.

Нагрузки в каждом узле ЭЭС постоянно изменяются во времени. Эти изменения обусловлены технологическими особенностями по-

требителей электроэнергии. Например, на машиностроительном заводе множество металлообрабатывающих станков непрерывно изменяют нагрузку в зависимости от режима обработки, включаются и отключаются. У нас дома включаются и отключаются холодильник, телевизор, другие бытовые приборы, освещение в комнатах и т.д. Электрифицированный транспорт (электропоезда, трамваи, троллейбусы) также работают и соответственно потребляют электроэнергию в переменном режиме. Аналогичные примеры можно продолжать.

Режимы работы агрегатов электростанций также не являются жестко неизменными. Различные механические и электрические элементы генерирующих агрегатов имеют люфты, зоны нечувствительности, а с другой стороны – ограничения, упоры, фиксаторы некоторых предельных положений, параметров и т.д. Режим выработки и впуска энергоносителя в турбину (пар – на тепловых, вода – на гидравлических электростанциях) практически не бывает строго неизменным и подвержен флуктуациям. Можно назвать и другие воздействия.

Параметры и структура электрической сети (параметры линий, трансформаторов, состав включенных объектов) изменяются в процессе функционирования ЭЭС. Сопротивления проводов зависят от температуры наружного воздуха. Производятся переключения в электрической сети в связи с включениями и отключениями линий, регулированием отпаек трансформаторов для изменения коэффициента трансформации и др.

Особую группу составляют и наиболее опасны для ЭЭС внезапные аварийные возмущения. На линиях электропередачи происходят короткие замыкания вследствие пробоя изолирующего промежутка из-за удара молнии или загрязнения изоляторов. Короткие замыкания могут быть также на генераторах и трансформаторах. Может возникнуть внезапная авария в тепловой части электростанции (в котле или в турбине), в результате чего агрегат внезапно отключается от системы. Возможны также совпадения аварий или их возникновения непосредственно друг за другом через малые промежутки времени, что может существенно обострить ситуацию и привести к тяжелым последствиям для ЭЭС и потребителей с огромными ущербами и даже человеческими жертвами.

Во всех рассмотренных случаях может возникать проблема сохранения *устойчивости* ЭЭС. При этом классическое понимание

устойчивости характерно для достаточно простых ситуаций в поведении ЭЭС. Сложным системам вообще и сложным ЭЭС в том числе свойственно сложное поведение, анализ которого требует более сложного математического аппарата, связанного с условиями возникновения бифуркаций, структурной устойчивостью, распространяемостью возмущений и т.д. Все эти понятия и соответствующий математический аппарат раскрываются последовательно в данной главе, после чего приведены основные положения управления поведением сложных систем, а также иллюстрация обусловленности характера процессов в ЭЭС ее структурными свойствами.

3.2. Устойчивость по Ляпунову

Определения. Самым общим средством математического описания динамического процесса поведения системы является дифференциальное уравнение вида

$$\dot{x} = f(x,t), x(0) = c, \qquad (3.1)$$

где x, c – векторы. Если время t не входит явно в правую часть (3.1), то динамическая система называется *автономной*, в случае же (3.1) – *неавтономной*.

Исторически первое систематическое исследование свойств устойчивости уравнения (системы уравнений) (3.1) принадлежит А.М. Ляпунову, который рассмотрел следующую задачу: если начало координат является точкой (положением) равновесия системы (3.1), т.е. f (0, t =0 для всех t, и если система выведена “малым” возмущением из равновесия ($c\neq0$), останутся ли траектории процесса “близкими” к началу координат для всех последующих моментов времени. В геометрической форме эта ситуация представлена на рис. 3.1. Основная идея состоит в том, что, если решение начинается в пределах небольших расстояний от начала координат, оно должно оставаться внутри некоторого “канала”, показанного на рис. 3.1 штриховой линией.

Несколько более сильное определение устойчивости отвечает требованию $x(t)\to0$ при $t\to\infty$, т.е. чтобы система в конечном счете возвращалась в положение равновесия. Такое определение соответствует понятию *асимптотической устойчивости* (согласно Ляпунову). Важно отметить, что понятия устойчивости и асимптотиче-

ской устойчивости являются независимыми. Легко построить примеры, для которых один из видов устойчивости имеет место, а другой нет, и наоборот.

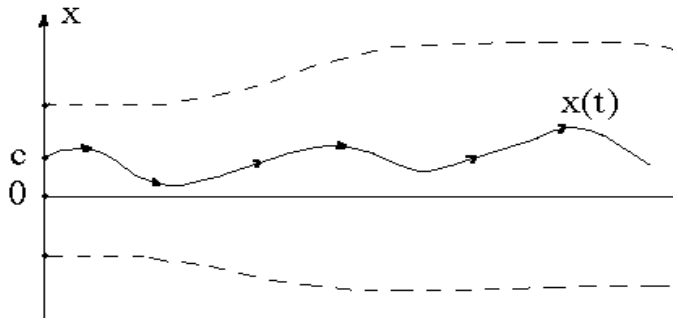


Рис. 3.1. Устойчивость по Ляпунову

Заметим, кстати, что приведенные выше стандартные определения устойчивости подразумевают, что заранее известно положение равновесия. Для сложных нелинейных систем, в том числе и для ЭЭС, таких положений равновесия достаточно много. Их определение может представить самостоятельную непростую проблему.

С каждой устойчивой точкой (положением) равновесия связана окружающая ее открытая область, называемая *областью притяжения*: устойчивая точка равновесия действует как некоторый “магнит”, втягивающий любое начальное состояние внутри своей области притяжения (рис. 3.2). В практическом отношении весьма важно иметь возможность математического описания области притяжения.

Линии со стрелками на рис. 3.1 и 3.2 называются *траекториями* системы. На рис.3 .1. это траектории во времени, на рис. 3.2 – в фазовом пространстве, т.е. система координат {*x*} называется *фазовым пространством* динамической системы (3.1).

Из рис. 3.2. видно, что внутри области притяжения траектории системы направлены к точке равновесия, а вне ее – от точки равновесия. В зависимости от характера траекторий, определяемого топологией фазового пространства, различают следующие основные типы положений равновесия: фокус, узел, седло, цикл (рис. 3.3).

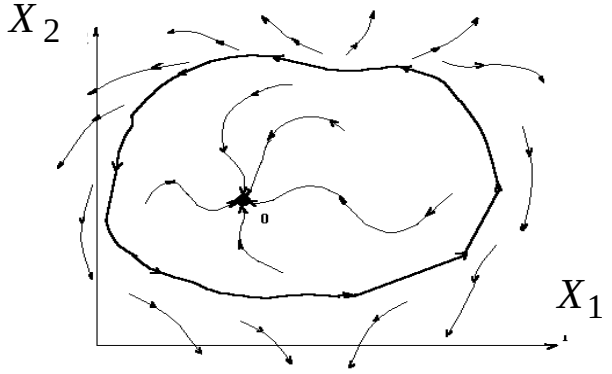


Рис. 3.2. Область притяжения динамической системы.

Метод функций Ляпунова. Для оценки устойчивости динамической системы (3.1) при “больших” возмущениях А.М. Ляпуновым предложен другой метод - так называемый *метод функций Ляпунова*, суть которого в следующем.

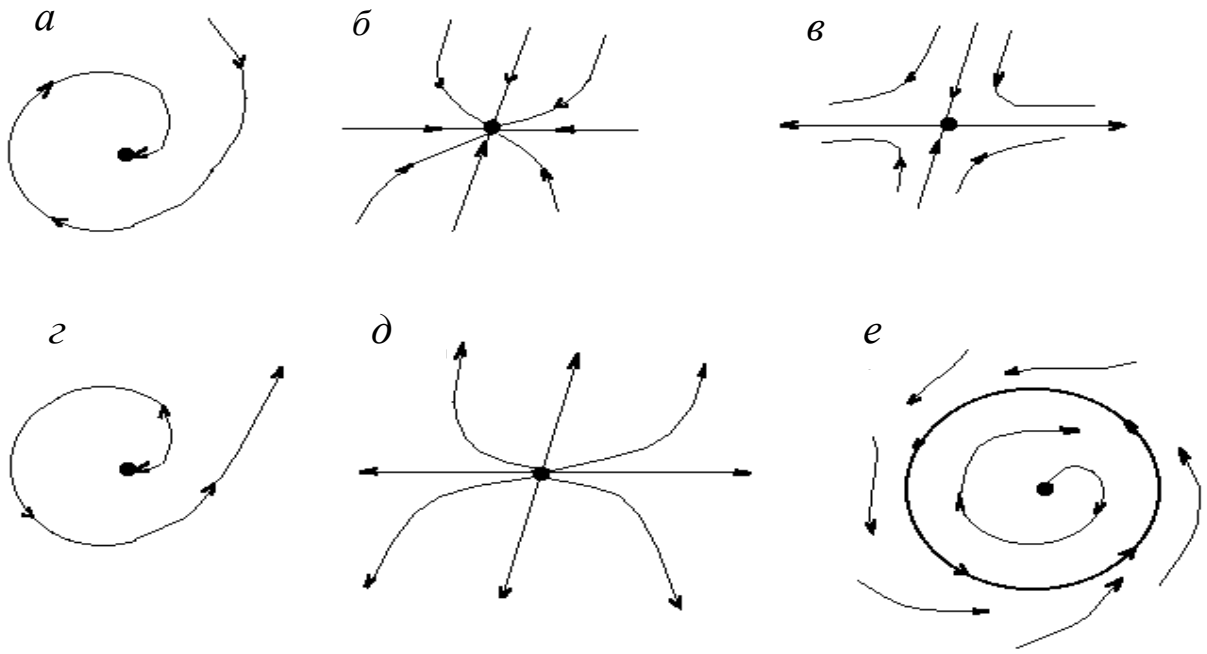


Рис. 3.3. Основные типы положений равновесия.
Устойчивые: фокус (*а*), узел (*б*), цикл (*е*); неустойчивые: фокус (*г*), седло (*в*), узел (*д*).

Положение равновесия автономной динамической системы устойчиво “в большом”, если существует непрерывная функция Ляпунова *V(x),* определенная в фазовом пространстве переменных *x*, с непрерывными частными производными и такая, что

1) *V(x)* является положительно определенной функцией в замкнутой области Ω, включающей начало координат;

2) производная функции Ляпунова $\dot{V} = dV/dt$ в силу уравнений автономной динамической системы $\dot{x} = f(x)$ знакоотрицательная функция в Ω или тождественно равна нулю.

П р и м е ч а н и е 1. Функция многих переменных называется знакопостоянной, если она, кроме нулевых значений, принимает всюду значения лишь одного знака. Знакопостоянная функция называется знакоопределенной, если она обращается в нуль только в начале координат.

П р и м е ч а н и е 2. Если в условиях устойчивости “в большом” $\dot{V}$ отрицательно определенная функция в Ω, то обеспечивается асимптотическая устойчивость в “большом”.

Фактически область, описываемая функцией Ляпунова V, дает некоторую аппроксимацию реальной области притяжения динамической системы.

Графическая иллюстрация метода функций Ляпунова для оценки устойчивости “в большом” приведена на рис. 3.4. На верхней части рисунка представлен разрез функции Ляпунова вдоль оси x_1 нижнего рисунка, на котором, в свою очередь, показаны линии равного уровня функции V: 0 – точка устойчивого равновесия, а 1 – точка неустойчивого равновесия типа “седло”, что видно из топологии линий равного уровня функции V.

Очевидно, что область, очерченная линией 2, является оценкой области притяжения с помощью функции V. Линия 3 представляет реальную область притяжения динамической системы; таким образом, нижняя часть рис. 3.4 показывает отличие оценки области притяжения с помощью функции V от реальной области притяжения. Практически оно может быть достаточно существенным и это одна из проблем использования метода функций Ляпунова, в том числе, и применительно к ЭЭС.

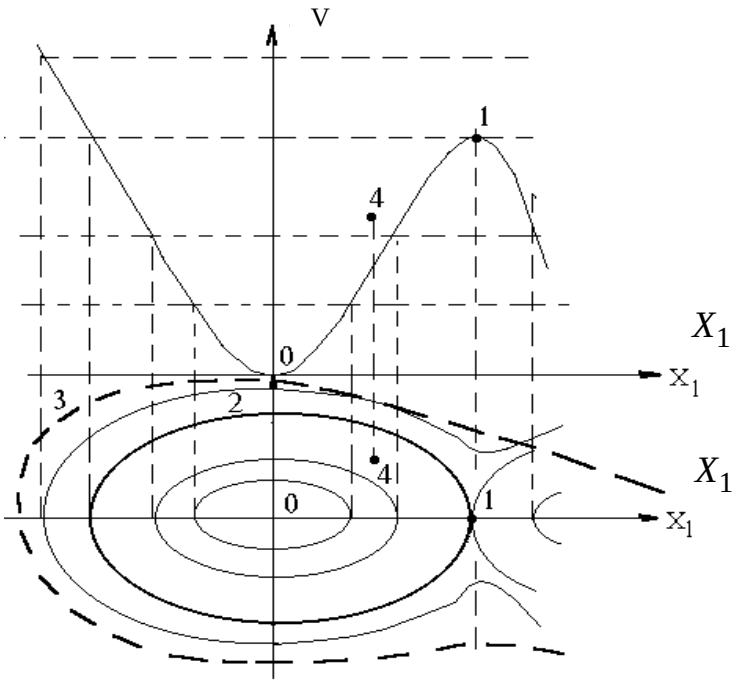


Рис. 3.4. Иллюстрация метода функций Ляпунова.

Проверка устойчивости системы “в большом” обычно заключается в определении координат точек 0 и 1, вычислении значений функции Ляпунова при некотором возмущении (например, в точке 4, которая на рис. 3.4 расположена не в плоскости оси x_1) и в точке неустойчивого равновесия, а затем – в сравнении этих значений функции V. Если $V_4 < V_1$, то система устойчива, если $V_4 > V_1$ – неустойчива, а при $V_4 = V_1$ – критический случай.

Практическое использование метода функций Ляпунова, в том числе, и в задачах устойчивости ЭЭС, сопряжено с проблемой выбора вида функции Ляпунова *Y*, регулярные приемы которого отсутствуют.

Для оценки устойчивости “в малом”, т.е. при малых возмущениях, обычно систему (ее математическое описание в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений) линеаризуют. Устойчивость “в большом” должна, как правило, оцениваться без линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений.

Для оценки устойчивости сложных ЭЭС при больших возмущениях (“в большом”) наиболее распространенным подходом является построение траекторий системы во времени, как на рис. 3.1, с использованием численных методов интегрирования систем дифференциальных уравнений вида (3.1).

3.3. Структурная устойчивость. Бифуркации. Катастрофы

Основные понятия. Главная особенность классических понятий устойчивости состоит в том, что они относятся к конкретной системе и поведению ее траекторий в окрестности точки равновесия (притяжения или отталкивания). Совершенно другого подхода требует анализ поведения *семейства траекторий*, возникающих при рассмотрении всех систем, “близких” к стандартной системе (3.1). Будем называть систему (3.1) *структурно устойчивой*, если топологический характер траекторий всех близких к ней систем такой же, как у системы (3.1).

Определенные математические трудности связаны с уточнением понятия “близкая система”, а также с конкретизацией смысла, который подразумевается, когда говорят о том, что траектория эквивалентна или топологически подобна другой траектории. В то же время качественно, на уровне зрительного восприятия смысл этих понятий очевиден.

К концепции структурной устойчивости близка *теория бифуркаций*, а также ее современная популярная разновидность – *теория катастроф*[*]. При анализе бифуркаций обычно предполагается,

что динамика системы зависит от нескольких параметров, т.е.

[*] Слово “бифуркация” означает раздвоение и употребляется в широком смысле для обозначения всевозможных качественных перестроек или метаморфоз различных объектов при изменении параметров, от которых они зависят. Катастрофами называются скачкообразные изменения, возникающие в виде внезапного ответа системы на плавное изменение внешних условий.

$$\dot{x} = f(x, t, a), \tag{3.2}$$

где *a* – вектор параметров, и исследуется характер положений равновесия при изменении параметров. Например, система

$$\begin{aligned} \dot{r} &= r\left(a - r^2\right), \\ \dot{\Theta} &= 1, \end{aligned} \tag{3.3}$$

где $x_1^2 + x_2^2 = r^2$, $\Theta = \operatorname{arctg} x_2 / x_1$, имеет одно положение равновесия r=0 при a<0. Оно соответствует устойчивому фокусу (рис. 3.5, *а*). Однако при a>0 положение равновесия становится неустойчивым фокусом и возникает новое положение равновесия $r = \sqrt{a}$. Последнее представляет собой устойчивый предельный цикл (рис. 3.5, *в*), радиус которого равен $\sqrt{a}$. Точка a=0 является точкой бифуркации Хопфа (по имени немецкого математика, исследовавшего этот вид бифуркации). Отметим рождение центра на рис. 3.5, *б* (еще один тип положения равновесия в дополнение к рис.3.3) из устойчивого фокуса, когда параметр *а* проходит критическое значение a=0.

Теория катастроф рассматривает вопрос об условиях, при которых изменение параметров системы вызывает перемещение данной точки в фазовом пространстве из области притяжения к

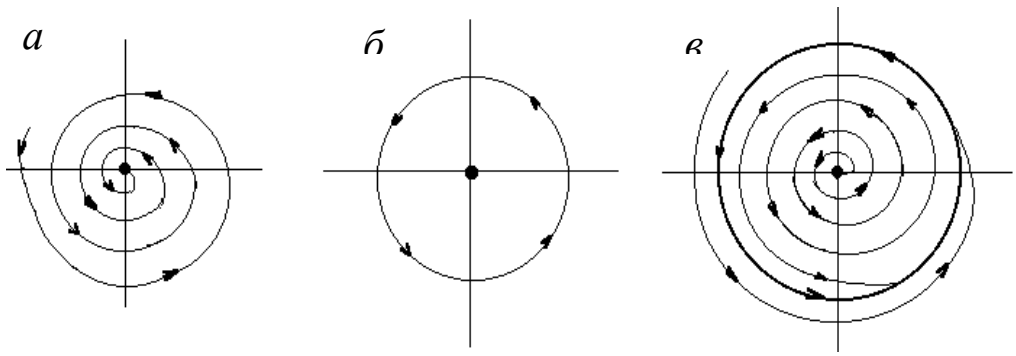


Рис. 3.5. Точка бифуркации Хопфа.

заданному положению равновесия в область притяжения к другому положению равновесия.

Связь между катастрофами, бифуркациями и структурной устойчивостью. Рассмотрим более подробно характер связи меж-

ду теорией катастроф, анализом бифуркаций и структурной устойчивостью.

Принципиальным этапом в исследовании динамического процесса, описываемого дифференциальным уравнением, является решение вопроса о том, могут ли малые возмущения динамики системы привести к качественно иному ее поведению.

Рассмотрим два динамических процесса

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= F_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 &= F_2(x_1, x_2), \end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= G_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 &= G_2(x_1, x_2), \end{aligned} \tag{3.5}$$

определенных в круге D: $x_1^2 + x_2^2 \le 1$. Предположим далее, что векторы (F_1, F_2) и (G_1, G_2) не совпадают с касательной к границе области D и всегда направлены внутрь D.

Система дифференциальных уравнений (3.4) называется структурно устойчивой или существует $\delta > 0$ такое, что для любой системы дифференциальных уравнений (3.5), удовлетворяющей условиям

$$|F_i - G_i| < \delta, \quad \left| \frac{\partial (F_i - G_i)}{\partial x_j} \right| < \delta, \quad i, j = 1, 2, \tag{3.6}$$

во всех точках D существует взаимно однозначное непрерывное отображение (гомеоморфизм) h: $D \to D$, отображающее траектории системы (3.4) в траектории системы (3.5) и сохраняющие ориентацию этих траекторий.

Другими словами, система (3.4) структурно устойчива, если для достаточно близких систем (3.4) и (3.5) траектории (3.4) можно непрерывным образом деформировать в траектории (3.5) при сохранении их направления.

Фазовые портреты двух динамических систем, одна из которых структурно устойчивая, а другая неустойчивая, показаны на рис. 3.6. Следует, однако, подчеркнуть, что только вид фазового портрета системы не может служить основанием для суждения о структурной устойчивости данной динамической системы. Требуется выполнение формальных критериев, вытекающих из (3.6).

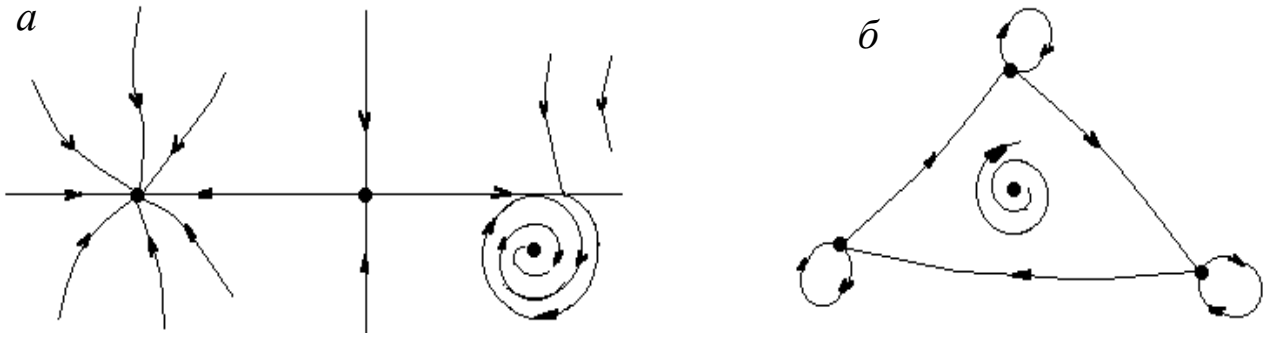


Рис. 3.6. Структурно устойчивая (*а*) и неустойчивая (*б*) системы.

Теория катастроф затрагивает один из аспектов проблем, изучаемых общей теорией структурной устойчивости и теорией бифуркаций. В основных чертах теорию катастроф можно представить как метод, позволяющий получить частичный ответ на следующий вопрос: каковы обычно встречаемые типы в *k*-параметрическом семействе функций? Аналогичный математический метод используется также при изучении вопроса противоположного характера: если дана функция, то как будет выглядеть семейство, содержащее близкие к ней функции?

Вкратце задача состоит в следующем. Рассматривается система, динамика которой принадлежит к градиентному типу (существуют непрерывные частные производные правых частей по переменным состояния) и делается попытка минимизировать (локально) некоторую функцию. В нашем распоряжении имеется *k* параметров управления $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$, и при этом выходные параметры системы принимают такие значения $x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*$ в состоянии равновесия, что достигается локальный минимум некоторой функции

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k). \qquad (3.7)$$

По аналогии с классической механикой функция *f* называется *потенциальной* (*энергетической*) *функцией* системы. В общем случае значения x_i^*, соответствующие состоянию равновесия, зависят от выбора параметров α, поэтому

$$x_i^* = x_i^*(\alpha), i = \overline{1,n}. \qquad (3.8)$$

Рассматривая скачкообразные изменения x_i^*, происходящие в результате плавного изменения параметров α, мы приходим к понятию “катастрофа”.

Очевидно, что существует бесконечно много систем указанного выше типа (каждой функции *f* соответствует своя система). Между тем многие из этих систем окажутся идентичными, если ввести преобразование координат в пространстве входных и выходных переменных α и *x.* Наиболее простой метод – отсеять несущественные изменения системы – состоит в том, чтобы выделить и рассмотреть лишь такие свойства функции *f*, которые имеют чисто топологический характер (в самом деле, допускаются лишь гладкие, т.е. бесконечное число раз дифференцируемые, функции *f* и гладкие изменения координат). При этом основной результат теории катастроф – теорема Р. Тома – дает возможность классифицировать все гладкие потенциальные функции. Наиболее замечательная особенность этой теоремы заключается в том, что такая классификация зависит только от числа *k* параметров управления (предполагаемого конечным).

Важность теоремы Тома для приложений обусловлена тем, что в общем случае функция *f* нам неизвестна: предполагается лишь, что она является потенциалом, описывающим динамику данной системы. При этом теорема позволяет оправдать выбор небольшого конечного числа “канонических” потенциалов в качестве моделей рассматриваемого процесса, поскольку дает возможность полагать, что “истинная” функция *f*, какой бы она вид ни принимала, будет отличаться от канонической модели только результатом преобразования координат. Кроме того, теорема гарантирует структурную устойчивость канонической модели. Отсюда следует, что истинная модель должна проявлять те же свойства топологического характера, что и каноническая.

Случай пространства R^2. Проанализируем простой частный случай. Рассмотрим семейство функций в R^2, зависящее от единственного параметра $\alpha \in R$ и определяемое уравнением

$$f(x_1,x_2;\alpha) = x_1^3 - \alpha x_1 - x_2^2. \qquad (3.9)$$

Критические точки функции *f* соответствуют $x_1^*(\alpha)$, $x_2^*(\alpha)$ и определяются уравнениями

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = 3x_1^2 - \alpha = 0; \frac{\partial f}{\partial x_2} = -2x_2 = 0. \qquad (3.10)$$

Таким образом, многообразие критических точек M_j располагается на плоскости $x_2 = 0$ вдоль кривой $3x_1^2 - \alpha = 0$, лежащей на плоскости (x, α) в R^2. Исследуем критические точки функции $x_1^3 - \alpha x_1$ при разных значениях α.

Как показано на рис. 3.7, имеются две критические точки $x_1^3 - \alpha x_1$ при $\alpha > 0$: максимум параболического типа, где величина x_1 отрицательна, и минимум также параболического типа в некоторой точке $\bar{x} > 0$. При уменьшении α эти две критические точки сливаются в единственную точку перегиба, характерную для кубической кривой в вырожденном случае, когда α=0; при α<0 критические точки отсутствуют.

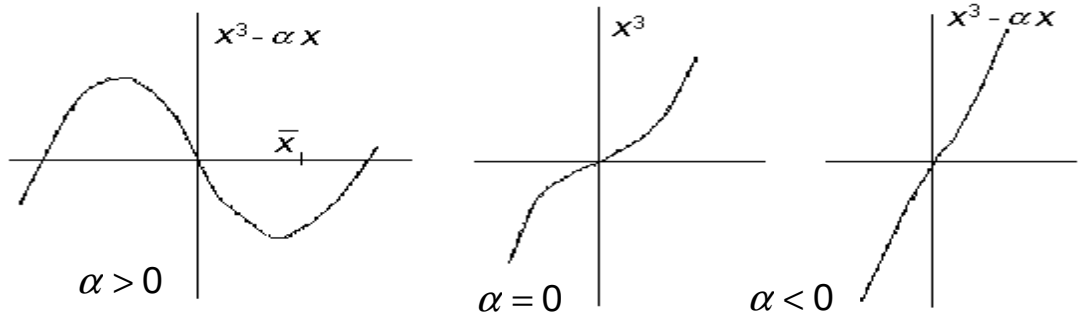


Рис. 3.7. Поведение функции $x^3 - \alpha x$ при разных значениях α.

Проекция M_f в пространство α

$$\begin{aligned} &\Psi: M_f \to R^k, \\ &\left(x^*(\alpha), \alpha\right) \to \alpha \end{aligned} \qquad (3.11)$$

называется *отображением катастроф* семейства $f(x; \alpha)$. Для большинства значений α многообразие M_f обеспечивает локальное покрытие пространства управления R^k, быть может, многолистное. В то же время при $\alpha = \hat{\alpha}$ число листов может внезапно меняться. Таким образом, при некотором значении $\alpha = \hat{\alpha}$ происходит *слияние* или *бифуркация* точек функции $f(x; \alpha)$. Такая особая точка называется *точкой катастрофы* семейства $f(x; \alpha)$.

Для приведенного выше примера $f(x_1, x_2; \alpha) = x_1^3 - \alpha x_1 - x_2^2$ имеет точку катастрофы при $\hat{\alpha} = 0$, причем вблизи катастрофы M_f имеет сходный с M_f вблизи $\hat{\alpha} = 0$ характер покрытия оси α. Подобная ситуация, отвечающая катастрофе типа складки, показана на рис. 3.8.

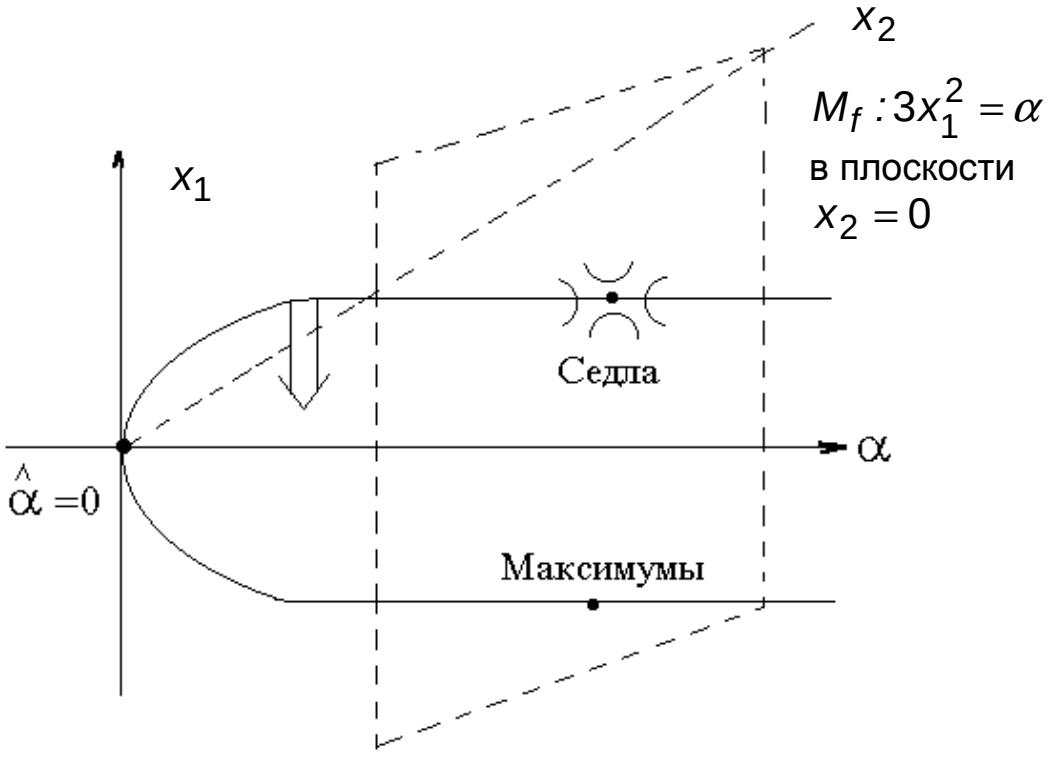


Рис. 3.8. Катастрофа типа складки.

Для более четкого понимания рассмотрим элементы теории особенностей Уитни. В 1955 г. американский математик Х. Уитни опубликовал работу “Об отображениях плоскости на плоскость”, заложившую основу новой математической теории – теории особенностей гладких отображений.

Отображение поверхности на плоскость – это соответствие каждой точки плоскости каждой точке поверхности. Если точка поверхности задана координатами (x_1, x_2) на поверхности, а точка плоскости – координатами (y_1, y_2) на плоскости, то отображение задается парой функций $y_1 = f_1(x_1, x_2)$ и $y_2 = f_2(x_1, x_2)$. Отображение называется *гладким*, если эти функции гладкие (т.е. дифференцируемые достаточное число раз, например многочлены).

Отображения гладких поверхностей на плоскость окружают нас со всех сторон. Действительно, большинство окружающих нас тел ограничено гладкими поверхностями. Видимые контуры тел – это проекции ограничивающих тела поверхностей на сетчатку глаза. Приглядываясь к окружающим нас телам, например к лицам людей, мы можем изучить особенности видимых контуров.

Х. Уитни заметил, что в случаях “общего положения” (т.е. для всех случаев, кроме некоторых исключительных) встречаются особенности лишь двух видов. В то время как особенности этих двух видов устойчивы и сохраняются при малых деформациях отображения, все другие разрушаются при малом шевелении тел или направлений проектирования.

Примером особенности первого вида – она названа *складкой* Уитни - является особенность, возникающая при проектировании сферы на плоскость в точках экватора (рис. 3.9). В подходящих координатах это отображение задается формулами $y_1 = x_1^2$, $y_2 = x_2$. Проекции поверхностей гладких тел на сетчатку глаза в общих точках имеют именно такую особенность, и тут нет ничего удивительного. Удивительно то, что кроме этой особенности (складки) мы всюду встречаем ровно одну особенность, но практически никогда ее не замечаем.

Эта вторая особенность названа *сборкой* Уитни, и получается она при проектировании на плоскость поверхности, изображенной на рис. 3.10. Эта поверхность задана формулой $y_1 = x_1^3 + x_1 x_2$ в пространстве с координатами (x_1, x_2, y_1) и проектируется на горизонтальную плоскость (x_2, y_1).

Таким образом, отображение задается в локальных координатах формулами

$$y_1 = x_1^3 + x_1 x_2 \quad \text{и} \quad y_2 = x_2.$$

На горизонтальной плоскости – проекции выделяется *полукубическая парабола* с точкой возврата (острием) в начале координат. Эта кривая делит горизонтальную плоскость на две части: меньшую и большую. Точки меньшей части имеют по три прообраза (в них проектируются три точки поверхности), точки большей – лишь по одному, точки кривой – по два. При подходе к кривой из мень-

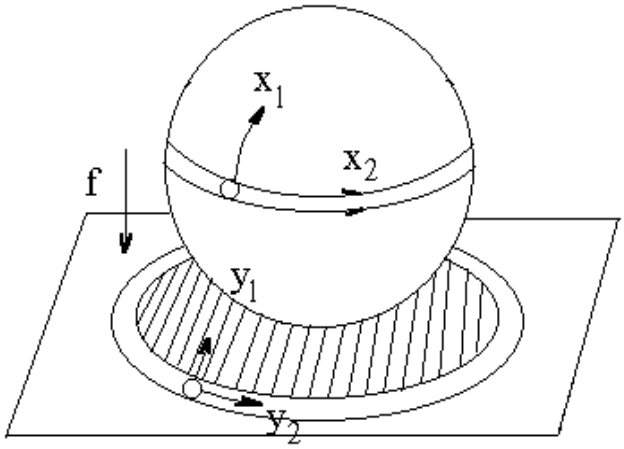


Рис. 3.9. Складка проектирования сферы на плоскость.

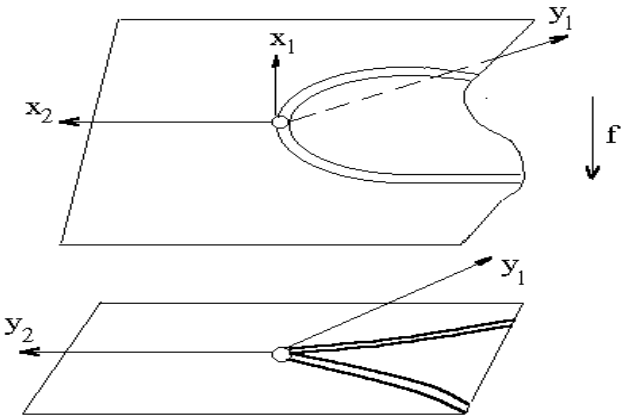


Рис. 3.10. Сборка проектирования поверхности на плоскость.

шей части два прообраза (из трех) сливаются и исчезают (в этом месте особенность – сборка), при подходе к острию сливаются все три прообраза.

Х. Уитни доказал, что *сборка устойчива*, т.е. всякое близкое отображение имеет в подходящей близкой точке подобную же особенность (т.е. такую особенность, что продеформированное отображение в подходящих координатах в окрестности указанной точки записывается теми же формулами, какими записывалось исходное отображение в окрестности исходной точки). Х. Уитни также доказал, что *всякая особенность гладкого отображения поверхности на плоскость после подходящего малого шевеления рассыпается на складки и сборки.*

Из изложенного видно, что складка получается при k=1 и n=1, сборка – при k=2 и n=1. При больших k и n существуют свои “канонические” устойчивые формы функции $f(x,\alpha)$, имеющие свои названия, но это уже специальные вопросы, которых мы здесь касаться не будем.

3.4. Пример простейшей электроэнергетической системы

Рассмотрим простейшую ЭЭС, состоящую из одного генератора, работающего на систему бесконечной мощности (идеализация “бесконечная” означает здесь очень большую мощность системы по сравнению с мощностью генератора) [10]. Состояния равновесия такой ЭЭС являются особыми точками потенциальной функции и задаются соотношением

$$P_{\text{г}} - P_{\text{л}}\sin x = 0, \qquad (3.12)$$

где $P_{\text{г}}$ – мощность генератора, $P_{\text{л}}$ – пропускная способность линии, связывающей генератор с системой, x – угол ротора генератора. Соотношение (3.12) определяет многообразие катастрофы для потенциальной функции. Найдем вырожденные особые точки многообразия катастрофы. Продифференцируем (3.12) по x:

$$-P_{\text{л}}\cos x = 0. \qquad (3.13)$$

Видно, что $x = \pi/2$ – вырожденная особая точка потенциальной функции. Разложим в ряд левую часть (3.12) вблизи $x = \pi/2$. Получим

$$P_{\text{г}} - P_{\text{л}} + \frac{P_{\text{л}}}{2}(x - \pi/2)^2 + \ldots . \qquad (3.14)$$

Заметим, что точка $x = \pi/2$ должна лежать на многообразии катастрофы, т.е. удовлетворять (3.12). Поэтому $P_{\text{г}} - P_{\text{л}} = 0$ при $x = \pi/2$. Это условие и задает бифуркационное множество потенциальной функции, которая вблизи $x = \pi/2$ с учетом (3.14) имеет вид

$$V \approx (P_{\text{г}} - P_{\text{л}})\bar{x} + \frac{P_{\text{л}}}{6}\bar{x}^3, \qquad (3.15)$$

где $\bar{x} = x - \pi/2$.

Видно, что данная катастрофа является складкой, а условие $P_{\text{г}} - P_{\text{л}} = 0$ ограничивает два случая. При $P_{\text{г}} < P_{\text{л}}$ потенциальная функция имеет две особые точки, или состояния равновесия – одно устойчивое, другое неустойчивое. При $P_{\text{г}} > P_{\text{л}}$ состояния равновесия нет. В критическом случае $P_{\text{г}} = P_{\text{л}}$ два состояния равновесия сливаются в одно вырожденное $x = \pi/2$. Значит, бифуркационное множество задает предел по устойчивости простейшей системы (устойчивости “в малом”).

Динамика простейшей ЭЭС описывается уравнением

$$T\ddot{x} = P_{\text{г}} - P_{\text{л}}\sin x. \qquad (3.16)$$

С учетом (3.14) уравнение (3.16) можно переписать в виде

$$T\ddot{\bar{x}} = P_{\text{г}} - P_{\text{л}} + P_{\text{л}}\frac{\bar{x}^2}{2}, \qquad (3.17)$$

не нарушая канонического вида катастрофы. Предположим, что в некоторый момент времени (который мы будем считать нулевым) происходит аварийное изменение параметра $P_{\text{л}}$ (например, в ре-

зультате короткого замыкания или внезапного отключения одной цепи линии). Новое его значение обозначим через $\overline{P}_{л}$. Система выйдет из равновесия и начнет удовлетворять уравнениям

$$\begin{aligned} T\ddot{\overline{x}} &= P_{г} - \overline{P}_{л} + \overline{P}_{л}\frac{\overline{x}^2}{2}; \\ \overline{x}(0) &= \overline{x}_0; \\ \dot{\overline{x}}(0) &= \dot{\overline{x}} = 0. \end{aligned} \qquad (3.18)$$

Умножим первое уравнение (3.18) слева и справа на $d\overline{x}$ и проинтегрируем от $\overline{x}_0$ до $\overline{x}$

$$\frac{T}{2}\left(\dot{\overline{x}}\right)^2 = \left(P_{г} - \overline{P}_{л}\right)\overline{x} + \frac{\overline{P}_{л}}{6}\overline{x}^3 - \left(P_{г} - \overline{P}_{л}\right)\overline{x}_0 - \frac{\overline{P}_{л}}{6}\overline{x}_0^3. \qquad (3.19)$$

ЭЭС будет устойчива тогда и только тогда, когда правая часть (3.19) будет иметь хотя бы один корень, кроме $\overline{x}_0$.

Разделив правую часть на $\left(\overline{x} - \overline{x}_0\right)$, получим полином второй степени

$$P_{г} - \overline{P}_{л} + \frac{\overline{P}_{л}}{6}\left(\overline{x}^2 + \overline{x}_0^2 + \overline{x}\,\overline{x}_0\right), \qquad (3.20)$$

дискриминант которого равен

$$d = -\frac{\overline{P}_{л}^2\overline{x}_0^2}{12} - \frac{2}{3}\overline{P}_{л}\left(P_{г} - \overline{P}_{л}\right). \qquad (3.21)$$

Если $d \geq 0$, то имеется корень, отличный от $\overline{x}_0$, т.е. ЭЭС устойчива.

Следовательно, ЭЭС устойчива (в данном случае “в большом”, так как изменение $P_{л}$ было существенным) при условии

$$\frac{\overline{x}_0^2}{8} \leq \frac{\overline{P}_{л} - P_{г}}{\overline{P}_{л}}. \qquad (3.22)$$

3.5. Адаптируемость динамических процессов

Понятие адаптируемости. Выше неоднократно упоминалась проблема отклика системы на возмущения ее состояния или характеризующих эту систему параметров. Грубо говоря, *адаптируе-*

мость динамического процесса представляет собой меру возможности системы сохранить неизменность основного хода динамического процесса при воздействии возмущений. Очевидно, что такое "определение" содержит слишком много неясностей, поэтому в дальнейшем мы попытаемся сформулировать понятие "адаптируемость" на соответствующем математическом языке.

Подобно понятию устойчивости, конкретная математическая формулировка понятия адаптируемости зависит от принятого математического описания системы. Все проведенные до настоящего времени исследования в области адаптируемости основаны на описании системы с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений.

Начнем с анализа системы $\sum$, описываемой дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = f(x,a) + g(t),\ x(0) = x_0, \qquad (3.23)$$

и предположим, что в отсутствие действия внешних возмущений началом координат является точка равновесия, т.е. $f(0,a) \equiv 0$ для всех a при $g(t) \equiv 0$. Здесь a, как и ранее, вектор параметров системы.

Центральное место в представлении об адаптируемости занимают следующие вопросы:

а) при каких условиях функция $g(t)$, характеризующая возмущения, может привести к тому, чтобы система, положение которой описывается функцией $x(t)$, покинула область притяжения начала координат;

б) какие изменения параметров a приведут к такому искажению границы ∂D в области D, чтобы положение системы оказалось сдвинутым в область притяжения, отличную от области притяжения начала координат.

Казалось бы, можно попытаться ответить на первый вопрос путем введения степени адаптируемости системы как меры наибольшего приближения $x(t)$ к ∂D в течение временной эволюции процесса (в предположении, что $g(t)$, $a = a^*$ при всех $t \geq 0$). Однако такое решение встречает возражения, которые носят скорее практический, нежели математический, характер и заключаются в том, что минимальное расстояние $x(t)$ от ∂D является довольно слабым показателем того, насколько интенсивными могут быть возмуще-

ния, поглощаемые системой $\sum$, прежде чем она будет выведена из области *D*. Последнее связано с тем, что возмущение, необходимое для выведения системы $\sum$ из области *D*, зависит не только от величины возмущения, но и от его направленности. Геометрически такая ситуация представлена на рис. 3.11. Здесь область *D* может быть интерпретирована как потенциальная “яма” (подобно тому, как это делается при формулировке основных представлений теории Ляпунова). На рис. 3.11, *а* область *D* представляет собой мелкую яму. В соответствии с этим даже в тех случаях, когда *x*(*t*) всегда остается вдали от ∂D, оказывается сравнительно легко сместить систему за границу ∂D. Вместе с тем, если область *D* имеет форму типа показанной на рис. 3.11, *б*, то даже в тех случаях, когда *x*(*t*) лежит вблизи ∂D, необходимо существенное по величине возмущение, чтобы система $\sum$ “перевалила через край ямы” в область притяжения другого положения равновесия.

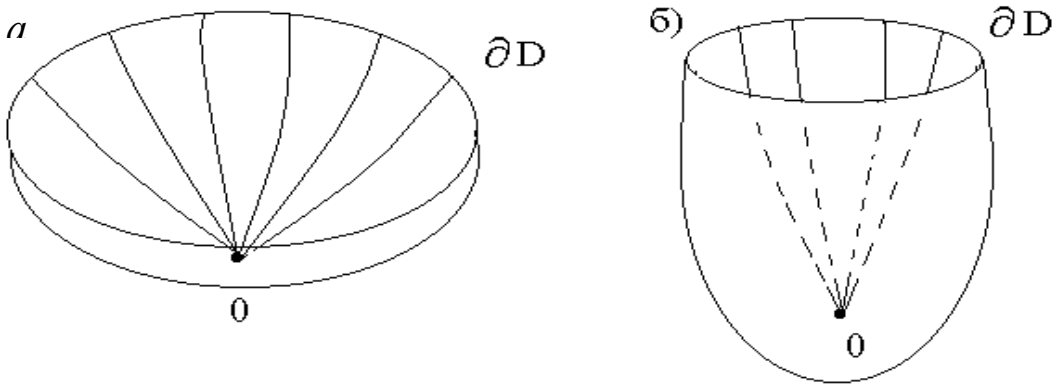


Рис. 3.11. Потенциальная “яма” для системы $\sum$.

Внешние возмущения состояния. Изложенное свидетельствует о том, что адаптируемость не является чисто внутренним свойством системы $\sum$, а определяется ее характеристиками и *классом допустимых возмущений*. В качестве простейшей иллюстрации этого факта отметим, что если минимальное расстояние *x*(*t*) до ∂D равно α и $||g(t)|| > \alpha$ при всех *t*, то система $\sum$ будет “поглощать” все возможные возмущения, т.е. $\sum$ будет обладать бесконечной адаптируемостью по отношению к возмущениям такого класса. Напротив, если *максимальное расстояние x(t)* до ∂D равно β и $||g(t)|| > \beta$ при всех *t*, то та же система $\sum$ не сможет “поглотить” любое возмущение, т.е. $\sum$ будет полностью неадаптируемой по отношению к

данному классу возмущений. Таким образом, в отсутствие по крайней мере явного соглашения относительно класса допустимых возмущений понятие адаптируемости остается бессодержательным.

Рассмотрим следующий подход к решению задачи. В каждый момент времени *t* построим вектор, направленный от *x*(*t*) к точке на ∂D, ближайшей к *x*(*t*) (рис. 3.12). Вектор *v*(*t*) строится по известному вектору *x*(*t*), определяемому, быть может, путем численного интегрирования, и вектору *d(t)*, который известен, поскольку по предположению граница ∂D уже рассчитана. Таким образом, *v(t)=d(t)-x(t).* Предположим, что функция *g(t)* соответствует возмущению в виде "импульса" в момент *t=s*, т.е. $g(t)=\mu\delta(t-s)$, где μ – вектор, указывающий величину и направление импульса. Тогда можно попытаться путем сравнения векторов μ и *v(t)* определить, будет ли система выведена за пределы ∂D.

Как отмечалось, ответ на этот вопрос зависит от того, имеет ли вектор μ достаточную величину и надлежащее направление с тем, чтобы вывести *x(t)* за границу ∂D. Отметим, что в данном случае можно не учитывать функцию *f(x),* поскольку мы предположили, что *g(t)* с точностью до множителя представляет собой δ-функцию.

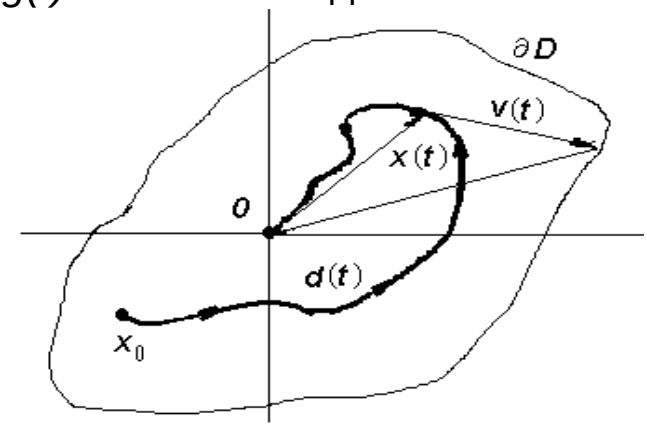


Рис. 3.12. Поведение системы Σ.

Введем функцию *m*, характеризующую результат сравнения векторов μ и *v(t)* по величине

$$m(t) = \|\mu\| - \|v(t)\|, \qquad (3.24)$$

и функцию θ, характеризующую результат сравнения этих векторов по направлению

$$\cos\Theta(t) = \frac{(\mu, v(t))}{\|\mu\|\|v(t)\|}, \qquad (3.25)$$

где (,) означает скалярное произведение векторов, $\| \ \|$ – евклидову норму. При этом оказывается, что адаптируемость системы Σ в момент *t* можно определить следующим полуколичественным соотношением:

низкая адаптируемость при $m(t)\geq 0$ и $\cos\Theta(t)\approx 1$,

высокая адаптируемость при $m(t)<0$ и $\cos\Theta(t)<1$.

Другими словами, система Σ адаптируема по отношению к импульсному возмущению μ в момент времени *t* , если величина μ

очень мала или если возмущение μ стремится увести *x(t)* от границы ∂D. Если вектор μ по величине больше *v(t)* и стремится подвести *x(t)* к границе ∂D, то можно говорить о низкой адаптируемости системы $\sum$.

Приведенный анализ дает возможность заложить основу систематического математического изучения вопроса об адаптируемости системы, связанной с внешними возмущениями состояния *x(t).* В рамках такого подхода нетрудно рассмотреть случаи непрерывно действующих возмущений или комбинаций импульсов. Для этого достаточно применить стандартную математическую процедуру, аналогичную применяемой в теории вероятностей при переходе от дискретных к непрерывным или смешанным функциям распределения. Разумеется, при анализе таких случаев для установления степени адаптируемости системы $\sum$ по отношению к данному классу возмущений необходимо принимать во внимание также свободную динамику системы *f(x).*

Изменение параметров системы. Рассмотрим теперь второй фактор, при воздействии которого система может быть сдвинута в область притяжения другого положения равновесия. Таким фактором являются изменения в динамике системы, обусловленные изменением вектора параметров системы *a.*

Рассмотрим ситуацию, представленную на рис. 3.13. Когда вектор параметров системы $a = a_1$, начальное ее положение x_0 лежит внутри области, ограниченной ∂D_1, и система стремится занять положение в начале координат. Если вектор *a* изменится и станет равным x_2 , то точно такое же начальное состояние x_0 будет уже лежать вне области, ограниченной ∂D_2, и конечным итогом поведения системы будет ее переход в состояние равновесия $x = x_2^*$, расположенное далеко от начала координат. В этом случае даже небольшое изменение вектора *a* может вызвать деформацию ∂D_1, достаточную для того, чтобы положение системы x_0 оказалось в области притяжения к другому состоянию равновесия.

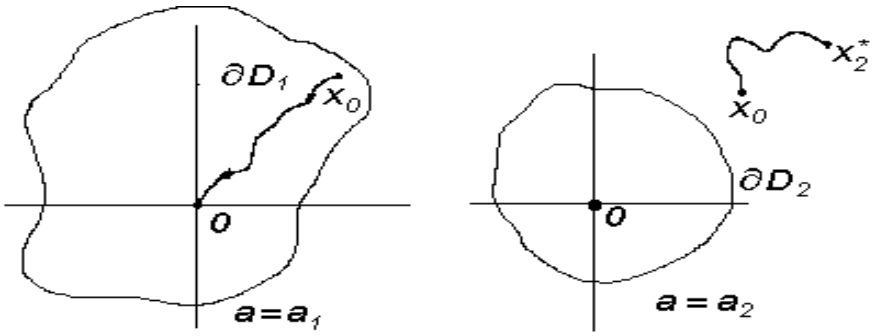


Рис. 3.13. Области притяжения начала координат.

Описанная ситуация, как следует из п. 3.3, лежит в основе теории катастроф. При этом явно признается, что положения равновесия (в рассматриваемом случае x_2^* и начало координат), а также соответствующие им границы областей притяжения ($\partial D_1, \partial D_2$) зависят (главным образом) от вектора параметров системы *a*. Следовательно, существует тесная связь между отображением катастроф ψ и представлением об адаптируемости системы. Действительно, на интуитивном уровне ясно, что чем ближе к особой точке ψ расположено начальное значение вектора параметров *a*, тем меньше степень адаптируемости системы (по отношению к изменениям a).

Учитывая сказанное выше, можно определить меру адаптируемости путем рассмотрения величины и направления такого изменения вектора *a*, которое необходимо, чтобы провести вектор *a* через особенность ψ (эта ситуация показана на рис. 3.14).

Поскольку соответствующие рассуждения повторяют во многом изложенное выше для первого случая, отметим только, что аналогично необходимо ввести соглашение о классе допустимых изменений вектора *a.*

Как показано на рис. 3.14, для любого *a* мы строим вектор *v* от конца вектора *a* до ближайшей особенности ψ и проводим сравнение *v* с допустимыми изменениями a с целью оценить меру адаптируемости системы Σ для данного вектора *a* по отношению к допустимым возмущениям.

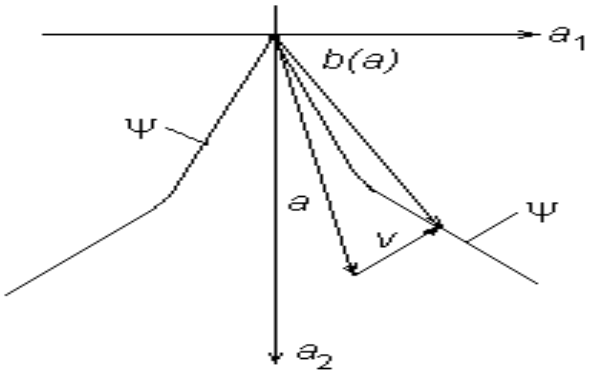


Рис. 3.14. Кривая особенностей отображения ψ катастрофы типа сборки

3.6. Управление. Управляемая адаптируемость

Обратная связь и управление. Изложенные выше соображения относительно устойчивости и адаптируемости представляют несомненный интерес, однако их рассмотрение отводит исследователю роль пассивного наблюдателя, поскольку не предусматривается возможности изменения нежелательного поведения системы путем выбора внешних условий на входе или *управляющих воздействий*. Далее будет показано, что обеспечение возможности управления представляет собой качественный скачок в методологическом подходе к анализу системы и естественным образом приводит к одному из основных понятий теории систем – *обратной связи*.

Для того чтобы ввести основное представление о стабилизации при помощи управления с обратной связью, рассмотрим следующее описание системы $\sum$:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)),\ x(0) = c. \qquad (3.26)$$

Здесь, как обычно, x означает вектор-функцию, описывающую состояние системы $\sum$, а управление $u(t)$ – вектор-функцию, выбором которой можно распорядиться. В общем случае физические ограничения, ограничения на ресурсы и т.п. приводят к тому, что допустимые функции управления $u(t)$ должны принадлежать некоторому множеству функций U, т.е. $u \in U$. Если предположить, что поведение неуправляемой системы (при $u(t) \equiv 0$) имеет нежелательный характер, возникает вопрос о возможности улучшения (в некотором смысле) траектории $x(t)$ путем применения управляющих воздействий из множества U.

В общем случае предполагается, что положения равновесия неуправляемой системы не являются асимптотически устойчивыми в смысле Ляпунова, и предпринимается попытка стабилизировать систему путем использования управляющей функции $u(t)$. Простой пример линейной скалярной системы

$$\dot{x} = fx + u(t),\ x(0) = c \qquad (3.27)$$

при $f>0$ показывает, что, вообще говоря, в данном случае стабилизация при помощи управляющих воздействий $u(t)$ невозможна. Действительно, из представления решения в форме

$$x(t) = ce^{ft} + \int_0^t e^{f(t-s)}u(s)ds. \qquad (3.28)$$

видно, что нельзя найти такую ограниченную функцию *u(t),* которая смогла бы скомпенсировать влияние растущего экспоненциального члена ce^{ft} при всех допустимых значениях начального возмущения *c*.

Закон управления в форме *u=u(t)* называется законом управления типа *открытого контура*, поскольку управление не зависит от текущего состояния процесса *x(t),* а является функцией только времени *t*. Одно из основных положений современной теории управления состоит в том, что управление должно быть функцией состояния, т.е. структура закона управления должна иметь следующий вид:

$$u(t) = u(x(t), t). \qquad (3.29)$$

Такие законы называются *законами управления с обратной связью*, поскольку при этом рассматривается состояние системы, информация о котором *поступает обратно* к устройству, принимающему соответствующее решение на основании данных о поведении системы, характеризуемом состоянием *x(t).* Эти два принципиально различных подхода иллюстрируются на рис. 3.15.

Рассмотрим теперь для системы (3.27) простой линейный закон обратной связи

$$u(x,t) = kx(t), \qquad (3.30)$$

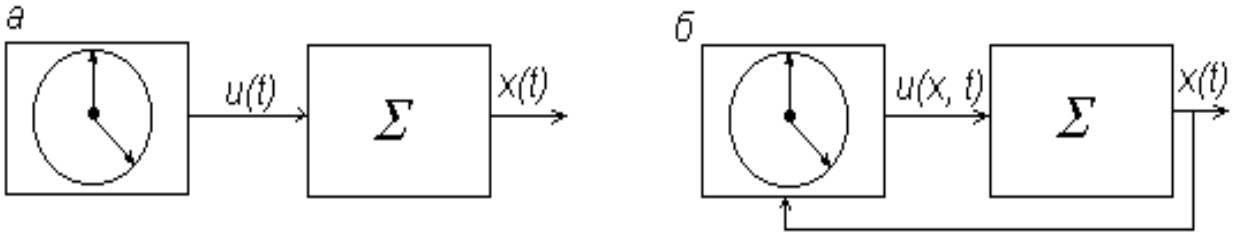


Рис. 3.15. Управление типа открытого (*а*) и замкнутого (*б*) контуров.

где *k* – постоянная такая, что *k>f*. Используя этот закон, получим динамическое уравнение для замкнутого контура в виде

$$\dot{x} = (f-k)x(t), x(0) = c, \qquad (3.31)$$

из которого следует, что положение в начале координат асимптотически устойчиво для всех начальных возмущений *c*.

Теперь проанализируем различие между законами управления типа открытого и замкнутого контуров с физической точки зрения. Законы типа открытого контура представляют собой попытку при помощи внешних воздействий изменить поведение системы при сохранении соотношения между состояниями неуправляемой системы, т.е. без изменения связей между переменными состояния. Законы типа замкнутого контура, или обратной связи, меняют поведение системы в результате фактического изменения самой динамики системы. Следовательно, законы управления с обратной связью видоизменяют соотношения между переменными состояния и в результате изменяют траекторию системы *x(t)* путем фактического изменения ее топологии.

Адаптируемость в линейной системе. Выше были даны определения адаптируемости динамических процессов. Однако они требовали от адаптируемой системы способности сохранять свое поведение независимо от воздействия различного вида возмущений. Поскольку наша основная цель – анализ устойчивости, то будет исследоваться вопрос глобальной асимптотической устойчивости (в смысле Ляпунова) систем, в которых допускается неопределенность в динамике, параметрах системы и, возможно, в самих управляющих воздействиях. Мы не будем предполагать, что априори заданы некоторые статистические свойства неопределенностей, а потребуем только, чтобы неопределенности были ограниченны. Наша цель – научиться находить такие управления с обратной связью, которые гарантировали бы глобальную асимптотическую устойчивость при любых ограниченных возмущениях системы.

Очевидно, что если рассматривать асимптотическую устойчивость как свойство поведения системы, которое должно сохраняться вопреки внешним воздействиям, то систему, управляемую законом обратной связи подобного типа, действительно можно считать адаптируемой. Такой подход к адаптируемости позволяет не обязательно рассчитывать устойчивость системы в начале проектирования, так как желаемые свойства устойчивости обычно можно достигнуть введением подходящих контуров обратной связи.

Рассмотрим для большей наглядности и простоты выкладок линейную систему. Пусть система описывается линейными дифференциальными уравнениями

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv;\ x(0) = C, \qquad (3.32)$$

где u – m-мерный вектор управлений, v – l-мерный вектор возмущений, а A, B и C – постоянные матрицы нужных размеров. Кроме того, предположим, что матрица A устойчива, а для элементов A и B как возмущаемых известны только верхние и нижние границы их значений. Наша задача – найти такой закон управления с обратной связью $u = u(x)$, чтобы система была глобально асимптотически устойчивой при всех ограниченных возмущениях v и всех допустимых матрицах A и B.

Опуская достаточно сложные промежуточные выкладки, запишем i-ю компоненту закона стабилизирующей нелинейной обратной связи в виде

$$U_i(x) = \begin{cases} -\rho_i(x)\text{sing}\left[(b_i, P_X)\right],\ x \notin N_i; \\ \\ \varepsilon\left\{y_i \in R: |y_i| \le \rho_i(x)\right\},\ x \in N_i. \end{cases} \qquad (3.33)$$

Здесь P является решением матричного уравнения Ляпунова

$$PA + A^T P + Q = 0; \qquad (3.34)$$

Q>0 произвольно; индекс T означает транспонирование, (., .) – произведение векторов; b_i - i-й столбец матрицы B; $\rho_i(x)$ – функция, которая зависит от границ неопределенностей в A, B и возмущениях v,. Множество N_i определяется как

$$N_i = \left\{x \in R^n : (b_i, P_X) = 0\right\}. \qquad (3.35)$$

Таким образом, используя закон управления с обратной связью $u(x)$, линейную систему можно сделать асимптотически устойчивой при любых ограниченных по величине неопределенностях в матрицах A, B и ограниченных возмущениях y.

3.7. Поведение электроэнергетических систем различной структуры

В п. 2.4 были рассмотрены узлы и связи структурной модели ЭЭС, имеющие различную роль и значимость в системе. В зависимости от того, из какого уровня элементов (местные, подсистемные, системные и т.д.) состоит ЭЭС и каким образом они связаны друг с другом, формируется структурная модель системы в целом. При этом оказывается, что особенности структуры сложной ЭЭС,

роль и значимость отдельных элементов существенным образом определяют поведение системы. Рассмотрим отдельные положения этой проблемы более подробно (рис. 3.16).

Местные узлы (генераторы, подсистемы) характеризуются сильной зависимостью их режимов и условий устойчивости от местных параметров (электростанции, нагрузки прилегающего сетевого района) и сравнительно слабой - от поведения остальной части системы. Они могут быть либо малозначимыми, либо существенными для работы ЭЭС. Согласно существующей терминологии это концевые узлы (см. рис. 3.16, *а*).

Если связь концевого узла с системой слабая, то это вносит ряд особенностей в анализ режимов, определение устойчивости “в малом” и “в большом”, связанных с малой пропускной способностью связи (в том числе возможны частые нарушения устойчивости без значительных последствий для системы). Если связь узла с системой имеет среднюю жесткость, то система влияет на его работу.
Анализ режимов и устойчивости концевых узлов (электростанций, ЭЭС) показывает, что сильное влияние на пределы устойчивости параметров самого узла и близлежащей нагрузки связано с возможностями поддержания напряжения в прилегающем энергорайоне в стационарных и переходных режимах. Особенно сильна зависимость предела передаваемой мощности по связи от располагаемой реактивной мощности для дефицитных узлов. Подобные узлы следует моделировать подробно и выявлять зависимость пределов устойчивости по связи от режимов работы нагрузки и располагаемой реактивной мощности. Управление местными узлами выполняется по местным параметрам (см. рис. 3.16, *а*).

Внутренние узлы. Для них характерна сильная зависимость от режимов работы генераторов, входящих в одну подсистему (см. рис. 3.16, *в*). Внутренние узлы могут быть основными и малозначимыми. Как правило, для внутренних генераторов не возникает проблем с обеспечением устойчивости при коротких замыканиях, ликвидируемых действием мгновенных ступеней релейной защиты. Однако при затягивании отключений повреждений вблизи электро

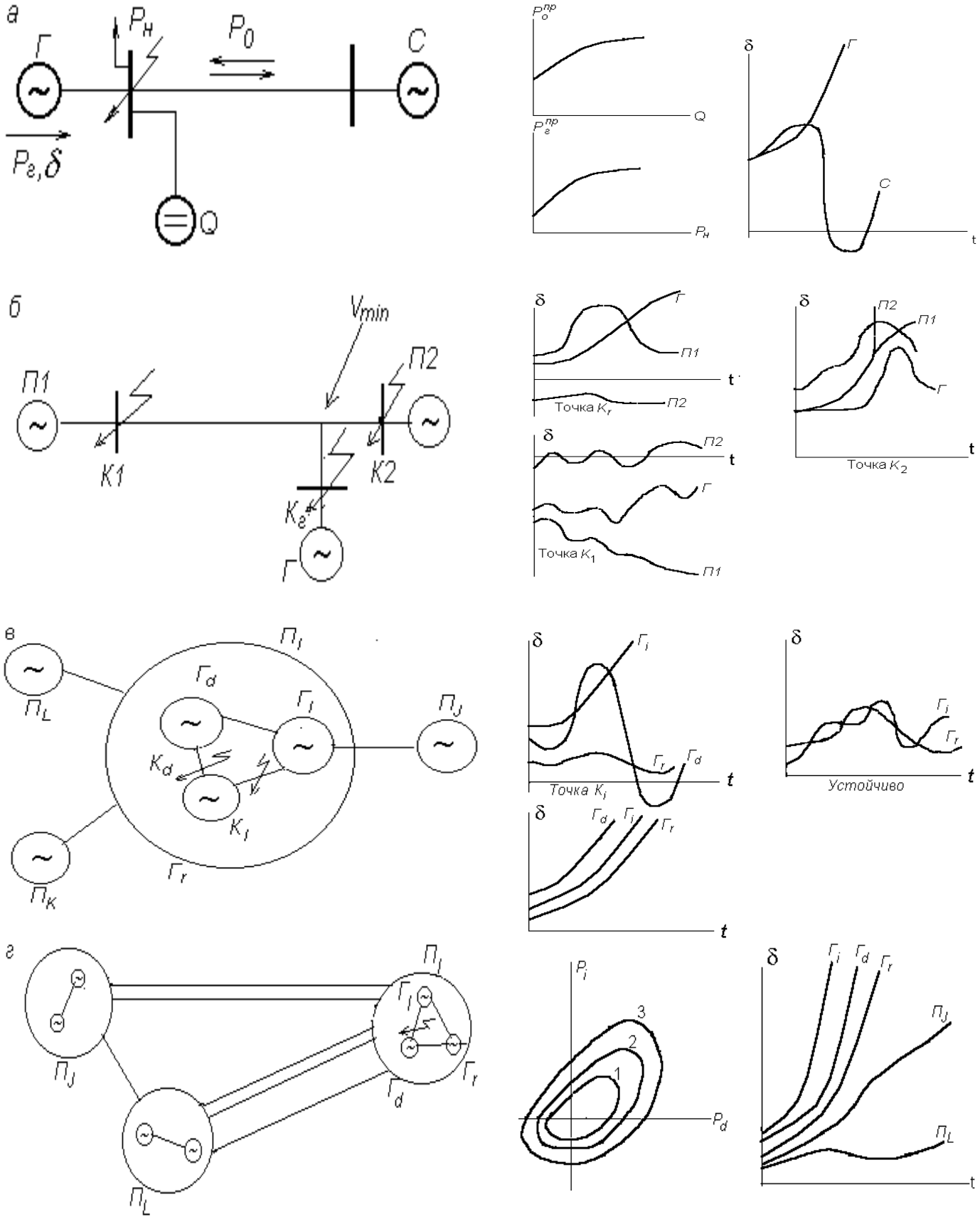


Рис. 3.16. Специфика процессов в различных структурах

станций может нарушаться устойчивость их генераторов по отношению к системе. Характер нарушения устойчивости определяется местом возмущения. Если короткое замыкание происходит у основного генератора, то может иметь место групповое нарушение устойчивости этого генератора и сильно связанных с ним малозначимых генераторов. Повреждение вблизи малозначимого узла приводит к его локальному нарушению устойчивости по отношению к системе, не влияющему на устойчивость остальных генераторов. В первом случае управление должно быть направлено на сохранение устойчивости основного генератора, во втором – на отделение малозначимого генератора со сбалансированной нагрузкой от системы.

Системные узлы характеризуются наиболее сложными условиями работы (см. рис. 3.16, *г*). Именно они формируют ЭЭС, связывая подсистемы в одно целое. Режимы работы и параметры таких узлов существенно влияют на пропускную способность внутренних и внешних связей подсистемы. Изменение числа включенных генераторов, мощности их участия в покрытии нагрузки, типы и настройки регуляторов возбуждения в системных узлах необходимо учитывать при анализе режимов и устойчивости ЭЭС. Как правило, этими узлами являются мощные электростанции, не имеющие значительной собственной нагрузки, расположенные в центре системы.

Режимы и устойчивость системных узлов можно исследовать только через многомерные зависимости, отражающие характер функциональных связей между узлами. Их размерность определяется числом значимых межузловых структурных связей. В подавляющем большинстве случаев тяжелые возмущения вблизи системных узлов (многофазные и затянувшиеся короткие замыкания) приводят к нарушению устойчивости целых подсистем, а иногда распространяются и за их пределы, вызывая каскадное развитие аварий (см. п. 3.8).

Многомерные зависимости режимов системных узлов существенно определяются составом включенного оборудования (на рис. 3.16, *г* области 1-3 соответствуют разному составу работающих агрегатов узла *i*). Как правило, управление такими узлами должно быть централизованным (по общесистемным параметрам).

Равнозначимые узлы характеризуются более сложными условиями работы. Их отличительный признак – наличие равновеликих структурных связей, относящихся либо к одноименному (генератор–генератор, подсистема–подсистема), либо к более высоким уровням иерархии (генератор–подсистема, подсистема–система). Подобные узлы целесообразно исследовать в составе лучевых (радиальных) структур с числом лучей, равным числу значимых связей.

Наиболее характерной лучевой структурой является трехлучевая, состоящая из трех узлов: исследуемый генератор или подсистема и два других генератора соответственно (см. рис. 3.16, *б*). При этом равнозначимый узел может располагаться в так называемом электрическом центре качаний ЭЭС (условная точка, по отношению к которой происходят колебания генераторов). Это обусловливает определенные особенности переходных процессов при коротких замыканиях. Место нарушения устойчивости зависит от места короткого замыкания и отключаемого элемента. В итоге могут быть следующие случаи: совместное нарушение устойчивости П1 и Г относительно П2 при ослаблении связей с П2 или повреждениях внутри нее; то же для П2 и Г по отношению к П1; общесистемное нарушение устойчивости при различных движениях всех трех узлов.

Близость узла к электрическому центру качаний создает возможность его отключения защитой генератора из-за перегрузки по реактивной мощности, что может приводить к развитию аварий. Указанные явления слабее выражены в многолучевых структурах, так как там смещение центра качаний к равнозначимому узлу имеет место гораздо реже по сравнению с трехлучевой схемой. Как правило, управление такими узлами организуется с помощью делительной автоматики, отделяющей аварийный луч от остальной части системы.

3.8. Распространение возмущений. Живучесть систем

Простой пример динамической системы. Вернемся к анализу поведения сложных систем при изменениях их параметров, но с несколько иных, по сравнению с п. 3.3–3.5, позиций, а именно – с точки зрения анализа механизмов распространения возмущений. Для этой цели рассмотрим сначала простой пример динамической

системы, описываемой одним дифференциальным уравнением вида (3.1), где в частном случае c=0. Качественно вид потенциальной функции (функции Ляпунова) для этой системы изображен на рис. 3.17 сплошной линией, при этом для наглядности $V(0)\neq 0$.

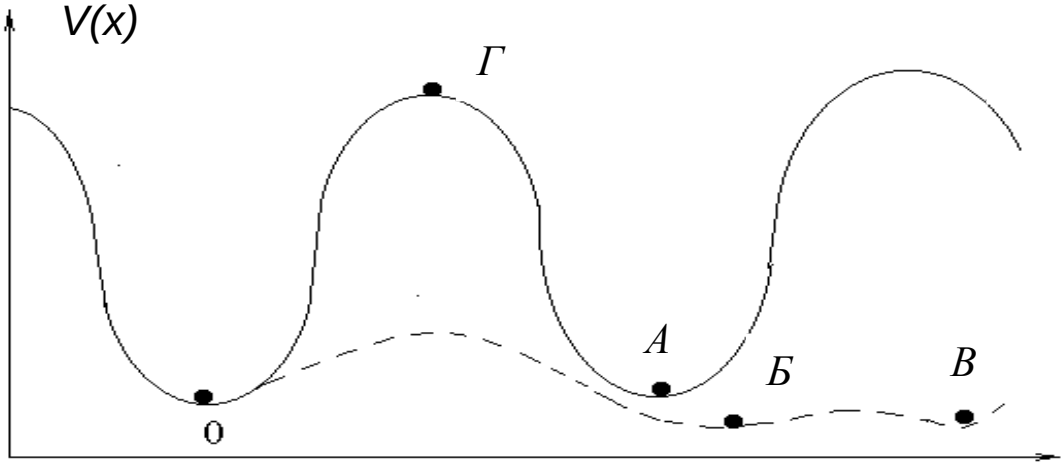


Рис.3. 17. К иллюстрации “ослабления” системы.

Пусть эта потенциальная функция относится к системе при исходных значениях ее параметра a. При достаточно большом возмущении начальных условий $x(0)=c^*$ устойчивость системы нарушится, она покинет область притяжения устойчивого положения равновесия в точке 0, и, “перевалив” неустойчивое положение равновесия *Г*, попадет в другую область притяжения – положения равновесия *А*.

Предположим теперь, что значение параметра a изменилось и стало равным a^*. Это изменение может быть таким, что произойдет существенное изменение топологии потенциальной функции системы и она теперь будет представляться штриховой кривой. Очевидно, что то же, что и ранее, возмущение начальных условий приведет к нарушению устойчивости системы, но она может оказаться даже не в положении равновесия *Б*, “проскочив” его, а возможно, в положении равновесия *В*, существенно отличающемся от положения равновесия *А*.

Этот простой пример, имеющий исключительно иллюстративный смысл, показывает, что в результате изменения параметров системы она может оказаться существенно “ослабленной” и ее поведение сильно, даже качественно изменяется, хотя и не происходят явления типа “катастрофы”.

Сложные системы. В структурно сложной многомерной системе возмущения начальных условий и параметров системы происходят в некотором смысле локально, некоторая часть координат системы вблизи места возмущения получает более сильный “толчок” по сравнению с удаленными координатами. Происходящее нарушение устойчивости системы в таком случае выражается в том, что эта группа “возмущенных” координат системы, условно говоря, покидает область притяжения устойчивого положения равновесия, но остальные координаты продолжают оставаться в этой области и топология многомерной потенциальной функции для остающихся координат практически не меняется.

В более сложных ситуациях в результате изменения параметров системы может существенно измениться топология потенциальной функции всей системы, произойдет в определенном смысле ее ослабление. Тогда возмущение, происшедшее в какой-то одной части системы, как бы “затягивает” в нежелательный динамический процесс достаточно удаленные координаты, по которым затем также может нарушиться устойчивость, и поведение системы сильно усложняется. Такие ситуации связаны с “распространением” возмущения по системе.

Подобные ситуации характерны для сложных территориально протяженных ЭЭС. В подавляющем большинстве случаев при возмущении в ЭЭС (например, при коротком замыкании в результате грозового перекрытия на линии) устойчивость системы сохраняется, часто за счет управляющих воздействий. Случаи нарушения устойчивости имеют преимущественно локальный характер, описанный выше на примере условной системы. Но бывают и такие сложные ситуации, когда из-за некоторых нежелательных изменений параметров ЭЭС (из-за отказа устройств управления, ошибок персонала, наложения нескольких возмущений и т.д.) система “ослабляется” весьма существенно и происходит нежелательное развитие аварийного процесса со случаями “нарушений устойчивости” в удаленных частях системы, опасного для ЭЭС и потребителей изменения параметров режима, отключений элементов системы и потребителей и др.

Подобные случаи в ЭЭС получили название каскадных аварий. Каскадность понимается в смысле цепочки некоторых следующих друг за другом через определенные промежутки времени аварийных событий, усугубляющих аварию и ослабляющие систему. В ре-

зультате тяжелой каскадной аварии ЭЭС часто разделяется на изолированные подсистемы, от нее отключаются многие электростанции и потребители. В конце концов система приходит в некоторое послеаварийное состояние, из которого затем осуществляется ее последовательное восстановление – объединение разделившихся подсистем, подключение к системе электростанций и потребителей.

С каскадными системными авариями непосредственно связано понятие живучести ЭЭС. Под *живучестью* в электроэнергетике понимают свойство системы противостоять возмущениям, не допуская их каскадного развития с массовым нарушением питания потребителей. Это свойство “противостоять” обеспечивается соответствующим образом выбранной структурой ЭЭС (это задача проектирования системы), целесообразными ее режимами с обеспечением требуемых запасов по устойчивости (это задача эксплуатации), а главное – средствами и системами управления, пытающимися “бороться” с ослаблением системы и нежелательным развитием аварии на всех стадиях этого процесса. Принципы и структура управления определяются на стадии проектирования ЭЭС, а правильная работа средств и систем управления обеспечивается в процессе эксплуатации системы.

С определенной долей условности процессы каскадного развития аварии (*1*) и восстановления (*2*) показаны на рис. 3.18. Здесь φ - некоторый обобщенный показатель, характеризующий ЭЭС, например, суммарная мощность электростанций, работающих в системе. Линия *3* иллюстрирует ситуацию “прерывания” каскадноразвивающейся аварии с помощью средств управления. Следует отметить, что подобные ситуации распространения возмущений, каскадного развития аварий и связанное с ними понятие живучести характерны не только для ЭЭС, но и для других сложных систем различной природы. При этом трактовка свойства живучести примерно соответствует приведенной выше для ЭЭС, отличаясь в некоторых деталях. Подчеркнем, что только для сложных систем имеет смысл говорить

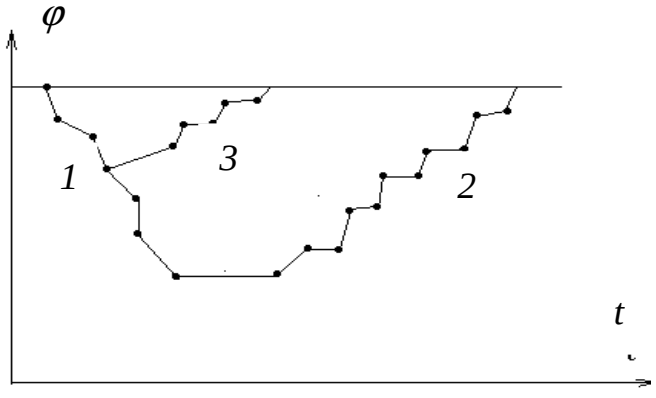


Рис. 3.18. Характер процесса развития каскадной аварии и восстановление ЭЭС.

о свойстве живучести, простым системам такие явления и процессы не свойственны.

3.9. Процессы самоорганизации в системах. Синергетика

Хаос и самоорганизация. *Хаосом* в древнегреческой мифологии называлась беспредельная, но обладающая какими-либо формами упорядоченности масса, из которой и возникло все сущее. Позже хаотическими стали называть действия, события, расположения предметов и их частей, не подчиняющиеся какому-либо порядку, взаимному упорядочению, не обладающие какими-нибудь определенными формами. В частности, *динамическим хаосом* называются случайные движения динамических систем. Если обратиться к свойствам, которыми должна обладать динамическая система, чтобы в ней с высокой вероятностью возник динамический хаос, то окажется, что большое число динамических переменных, их сильная взаимосвязь в процессе движения, нелинейность и большой запас энергии в системе, как правило, ведут к существованию хаотических режимов движения. Динамический хаос – это отсутствие пространственных и временных корреляций событий.

Уже простейшие, не обладающие какими-либо исключительными свойствами динамические системы обнаруживают способность пребывать в стохастических режимах движения. Пример стохастического поведения в случае структурно простого процесса демонстрировался в п. 1.3 (см. рис. 1.5). Поэтому не следует ожидать, что системы сложные, со многими степенями свободы, с большим числом независимых динамических переменных и разнообразными связями, взаимодействиями между подсистемами будут обладать лишь регулярными движениями, пространственно регулярными структурами.

И в то же время даже в сложных системах возникают пространственно упорядоченные структуры или формы движения. Это связано с явлением самоорганизации. То есть *самоорганизацией* называется возникновение упорядоченности в пространственной структуре или форме движения из первоначально неупорядоченных, нерегулируемых форм движения без специальных, упорядочивающих внешних воздействий на систему. Другими словами, самоорганизация означает самопроизвольное усложнение формы или в более общем случае структуры системы при медленном и

плавном изменении ее параметров. Например, периодические колебания динамических переменных системы под действием периодической силы не являются самоорганизацией движения – это просто отклик системы на упорядочивающее влияние внешней силы. А вот образование волнового рельефа песка под действием дующего с постоянной скоростью ветра – пример самоорганизации.

Возникает вопрос, при каких условиях и в каких динамических системах может из хаоса возникнуть порядок – движение, наделенное пространственной структурой и регулярной временной последовательностью.

Одно условие очевидно. Оно вытекает из второго начала термодинамики. Чтобы с системой произошло что-нибудь маловероятное (по сравнению с состояниями термодинамического равновесия в замкнутой системе), она должна быть в начальный момент далеко от состояния термодинамического равновесия (быть сильно неравновесной) или неравновесность в ней должна поддерживаться все время внешними воздействиями.

Постоянно отклоняемая внешними силами от состояния равновесия система не является замкнутой. Такие системы называются открытыми. Условие открытости или сильной неравновесности системы необходимое, но недостаточное для самоорганизации движения. Существуют другие важные для самоорганизации движения свойства систем. Одно из них – наличие большого числа сильно взаимодействующих подсистем или большого числа динамических переменных с сильной взаимной связью скоростей их изменения. Явление самоорганизации всегда связано с потерей устойчивости менее организованного или неупорядоченного состояния движения и по своей природе всегда *нелинейное*. При этом *баланс притока и оттока энергии* в открытой системе – необходимое условие существования стационарного состояния движения, в том числе самоорганизации, эквивалентное балансу внешних сил и сил трения при установлении асимптотически устойчивых состояний движения в динамических системах.

Что такое синергетика? На этот вопрос можно дать несколько ответов.

Во-первых, буквальный – слово заимствовано из греческого языка и в переводе означает “совместное действие”. Речь идет о явлениях, которые возникают от *совместного действия нескольких*

разных факторов, в то время как каждый фактор в отдельности к этому явлению не приводит. В науку термин “синергетика” вошел сравнительно недавно, он был предложен немецким ученым Г. Хакеном (см., например, [28]).

Во-вторых, синергетику часто определяют как *науку о самоорганизации*. Обычно в качестве примера приводят ячейки Бенара. Явление состоит в следующем. В плоском сосуде с жидкостью, равномерно подогреваемом снизу, самопроизвольно возникают конвективные вихревые течения, если мощность подогрева превосходит некое критическое значение. Вихри формируют регулярную структуру, которая схематично представлена на рис. 3.19. Эта структура образуется в результате “конкуренции” (а также совместного действия) нескольких процессов: теплопроводности, гидродинамической конвенции и теплопередачи.

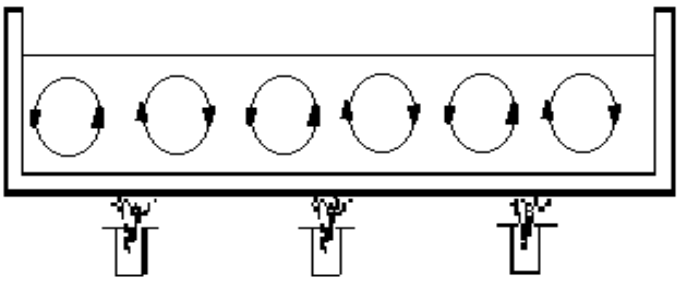


Рис.3.19. Ячейки Бенара

Если мощность подогрева ниже критической, то никаких вихрей не образуется, жидкость остается однородной. Неоднородная регулярная структура возникает сама при увеличении параметра – температуры подогрева; в этом заключается суть явления. Можно привести много примеров подобного рода: образование перистых облаков, геологических структур и т.п.

Примером самоорганизации во времени служит самопроизвольное возникновение *автоколебаний*. Обыкновенные часы, как известно, стоят, но начинают работать в периодическом режиме с определенным периодом, если напряжение выше критического. Примеров таких автоколебательных процессов великое множество. В химии это периодические реакции. В живой природе к таковым относятся все биологические ритмы.

Важный класс явлений пространственно–временной самоорганизации – так называемые *автоволны*. Наиболее известный и в то же время яркий пример – распространение импульса по нервному волокну. В двухмерной и трехмерной средах (например, в сердечной мышце) этот же феномен выглядит еще ярче и богаче: тут могут образовываться спиральные волны, торроидальные структуры, концентрические волны и т.п. Здесь, как и в предыдущих случаях,

явление исчезает (или возникает) при медленном изменении параметров активной среды.

Можно дать и третье определение: *синергетика – наука о неожиданных явлениях*. Это определение не противоречит, а скорее дополняет предыдущие. Действительно, на первый взгляд все перечисленные случаи неожиданные. При низкой температуре подогрева ячеек Бенара не было, а при ее увеличении структура “вдруг” возникла. То же можно сказать об автоколебаниях: ритмический режим появляется “вдруг” при медленном плавном и монотонном изменении параметров. Можно сказать, что любое качественное изменение состояния системы (или режима ее работы) производит впечатление неожиданного. При более детальном анализе выясняется, конечно, что ничего “неожиданного” в этом нет. “Причиной” неожиданного, как правило, оказывается неустойчивость. Анализ, вскрывающий причину неожиданного явления, и составляет предмет изучения в синергетике.

Метод (или математический аппарат), который используется в синергетике, – это *теория динамических систем*. Сам метод не нов, он развивается в физике и математике почти столетие. Более того, ситуации, о которых шла речь выше, также изучались давно. Таким образом, само понятие “синергетика” не привнесло в науку ни нового предмета, ни нового метода. Тем не менее синергетика дает новый методический взгляд на, казалось бы, известные явления, и этот взгляд весьма продуктивный. Формирование синергетики как цельного научного направления произошло недавно, и это также закономерно (как и все синергетические феномены). Польза его в том, что на базе общих интересов и общего метода объединились ученые, работающие в самых различных областях химии, физики, биологии и других наук.

Стохастичность и самоорганизация в ЭЭС. Стохастичность состояний и поведения ЭЭС – довольно обыденные вещи. Стохастичность состояний определяется *случайными флуктуациями режима ЭЭС* вследствие того, что значения нагрузок потребителей в каждый момент времени случайны. Например, нагрузка крупного машиностроительного завода зависит от того, какие станки и агрегаты в данный момент времени включены и каков их режим работы. Существует множество других причин стохастичности режима ЭЭС, которые отмечались в п. 1.4, и мы здесь их повторять не будем.

Стохастичность поведения ЭЭС, например динамического поведения во времени, также определяется вполне объективными факторами. Прежде всего, если это динамическое поведение вызвано возмущением, то нужно учитывать, что многие возмущения имеют случайную природу (например, место, время и параметры короткого замыкания на ЛЭП). Далее, желаемое поведение ЭЭС после возмущения с целью сохранения устойчивости системы достигается за счет разнообразных устройств управления и противоаварийной автоматики, которые отказывают, и эти отказы случайны. Каждый такой отказ автоматики ведет к своим последствиям, связанным со специфичностью поведения ЭЭС, последующих действий противоаварийной автоматики и т.д.

В то же время в сложных ЭЭС достаточно распространены явления, связанные с элементами самоорганизации. Это прежде всего резонансные процессы типа автоколебаний, упомянутых выше. Один из примеров таких резонансных явлений – так называемый электромеханический резонанс, когда резонансное соотношение электрических параметров сети вызывает в ней электромагнитный резонанс, влекущий за собой раскачивание механических масс роторов близлежащих генераторов. При определенном соотношении параметров системы такие электромеханические колебания могут происходить достаточно продолжительное время.

Интересный случай такого резонанса представляет *электромеханический резонанс на низких частотах* – так называемый *субсинхронный резонанс*. Такое явление охватывает, как правило, всю ЭЭС. На рис. 3.20 представлен подобный случай, когда аварийное отключение агрегата мощностью 1000 Мвт в западной части ЕЭЭС СССР (*d*) вызывает достаточно интенсивные колебания роторов генераторов в Сибири (*e*), удаленных от места возмущения на тысячи километров. Представленный на рис. 3.20 процесс получен расчетным путем в ЭНИН им. Г.М. Кржижановского (В.А. Баринов и др.). Однако подобные явления наблюдались и в действительности [20].

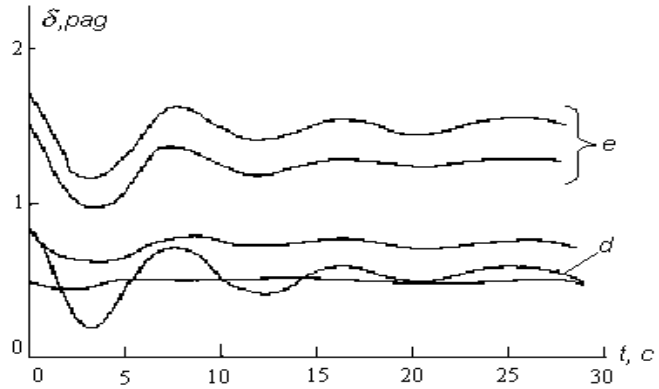


Рис. 3.20. Субсинхронный резонанс в ЕЭЭС СССР.

Другой интересный случай резонансных явлений представляют собой *высшие гармоники в сетях ЭЭС*. На рис. 3.21 показано распределение уровней 5-й гармоники (*U*5) в протяженной двухцепной ЛЭП 220 кВ и снижение этих уровней (*U*5-*f*) в результате применения специальных устройств (фильтров) для подавления высших гармоник (С.С. Смирнов, Л.И. Коверникова, Институт систем энергетики СО РАН)

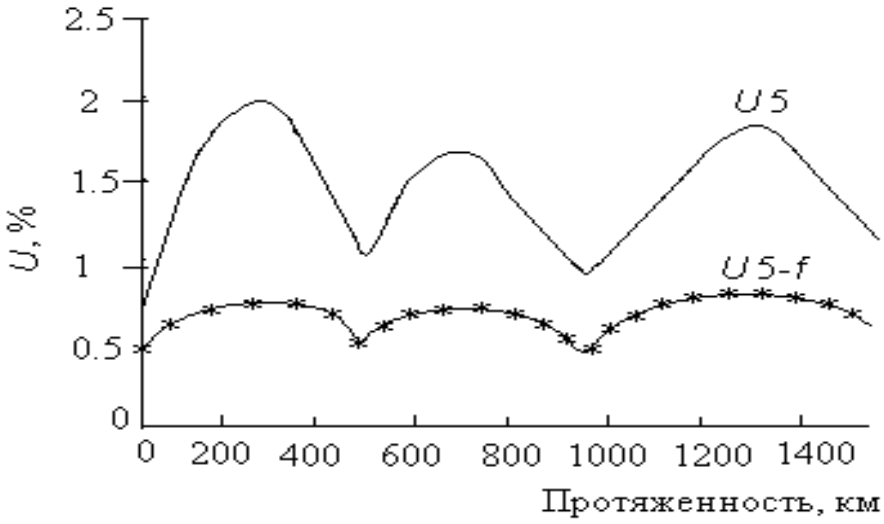


Рис. 3.21. Уровни 5-й гармоники в протяженной ЛЭП 220 кВ без (*U*5) и с применением (*U*5-*f*) специальных устройств.

Приведенные примеры показывают достаточную распространенность случаев стохастичности и самоорганизации в ЭЭС.

Глава 4. СИСТЕМЫ И ИНФОРМАЦИЯ

4.1. Характеристики информации

Роль информации в управлении. Понятие “информация” может быть истолковано как некоторая совокупность сведений, определяющих *меру наших знаний* о тех или иных процессах, событиях, явлениях, фактах и их взаимосвязи. Например, наши знания о конкретной ЭЭС определяются информацией о ее топологии, параметрах элементов, режимах работы системы и т.д.

Информация увеличивает знания. Она оценивается в зависимости от ее влияния на процесс принятия решений.

Подобно веществу и энергии информацию можно накапливать, хранить, обрабатывать тем или иным образом, передавать куда-либо или кому-либо, видоизменять форму.

Информация об объекте существует в виде *данных* о нем. Данные представляют собой наборы конкретных значений количественных и качественных параметров, характеризующих объект.

Пока данные не организованы соответствующим образом и не используются для какой-либо цели, они не являются информацией. Данные становятся информацией, когда осознается их *смысловое значение*. С точки зрения принятия решений можно считать, что информацией являются данные, оказывающие влияние на поведение системы и используемые в процессе принятия решений или в связи с осуществлением тех или иных действий.

Хотя *информация как отображение некоторого процесса или объекта* существует сама по себе, независимо от восприятия ее каким-либо субъектом, она всегда представлена на некотором *носителе*. Таким носителем может быть в принципе любое материальное тело – камень, металл, стекло, керамика и т.д. В настоящее время наиболее распространенными носителями информации являются бумага и магнитные диски.

Любой материальный носитель с нанесенной на нем информацией можно *перемещать в пространстве*, тем самым осуществляя *передачу информации*. Кроме того, можно передавать инфор-

мацию, используя различные физические процессы – звуковые, световые и электромагнитные волны. Последние два процесса в виде оптоволоконных, радиорелейных и проводных линий связи активно используются для передачи информации в ЭЭС.

В отличие от вещества и энергии информация может возникать и исчезать. Объект, в котором возникает информация, называют *источником информации*. Он воспринимает значения характеристик процесса или явления или их изменения и преобразует воспринятые значения в форму, удобную для передачи или использования. Источниками информации могут быть различные технические устройства – датчики, преобразователи и т.д.

Информацию об объекте можно рассматривать как *отображение этого объекта в некоторой материальной системе*, которое может существовать в виде данных независимо от самого объекта и от того, будет ли эта информация кем-то или где-то использована. Однако если информация как некоторое отображение реальности может существовать независимо от восприятия человеком, то говорить о ценности информации, о ее потребительской стоимости можно только в связи с ее использованием для какой-либо цели.

В системах управления *ценность информации* определяется ее значением для правильного выбора решения. Информация, которая никак не влияет на выбор решения, *бесполезна*, не имеет никакой ценности. Более того, отвлекая внимание и силы системы управления хотя бы на осмысливание ее содержания, простейший анализ с целью определения возможности использования информации при управлении, требуя определенных затрат ресурсов на ее восприятие, создавая, как говорят, “информационный шум”, она приносит определенный *вред.*

Обычно только незначительная часть факторов имеет существенное значение при принятии решений, поэтому основную массу данных, которые возникают при функционировании объектов, следует тщательно “фильтровать” и только необходимые данные передавать в нужные подсистемы управления для принятия соответствующих управляющих воздействий. Прошедшую “фильтр” информацию следует “агрегировать”**,** т.е. исключить второстепенное, обобщить, укрупнить.

Основные характеристики информации. Существование источника и пользователя информации определяет *цикл жизни дан-*

ных, в котором основное значение имеют зарождение, преобразование, передача, хранение, использование и уничтожение. На всех указанных этапах можно выделить некоторые важные характеристики информации.

Одной из существенных с точки зрения принятия решений характеристик информации является ее целевое назначение. Одни и те же данные могут быть использованы в самых различных целях, при решении разных задач. Ценность информации для принятия решения определяется главным образом двумя факторами: *ценностью самого решения* (для принятия которого используется информация), определяемой ожидаемыми результатами его реализации, и *степенью влияния информации на принимаемое решение.*

Ценность информации существенно зависит от способа и скорости ее передачи, своевременности и ряда других характеристик, таких как достоверность, надежность и т.д. Изменения ценности информации могут происходить скачком – когда существует критический срок принятия решения, для которого она предназначена, либо постепенно. В последнем случае этот процесс называется *старением* информации.

Для передачи и восприятия информации существенную роль играет ее *объем*. Зависимость между объемом и ценностью информации обычно имеет нелинейный характер – ценность возрастает медленнее, чем объем. Однако это справедливо лишь для однотипных сообщений. Иногда краткое сообщение из одной-двух фраз обладает неизмеримо большей ценностью, чем текст на многих страницах.

Ценность информации тесно связана с ее *полнотой, надежностью и достоверностью.* Полнота информации определяет содержание в ней всех тех значений параметров отображаемого объекта, которые существенны с точки зрения решаемой задачи. Надежность зависит скорее от технических возможностей источников, средств передачи и обработки информации. Она определяет наличие ошибок в данных. Достоверность информации характеризует степень ее соответствия тому процессу или объекту, который она отражает. Информация может быть достоверной и надежной, но не полной, или полной но недостоверной и т.д.

Важное значение при построении информационных систем имеет *избыточность информации*, под которой понимают увеличение

объема сообщения без увеличения его информативной ценности (хотя это определение не совсем точно). Увеличение избыточности приводит к неоправданному росту объема, а следовательно, к непроизводительным затратам ресурсов времени на передачу и обработку, места на хранение и т.д. Однако избыточность существенно важна для повышения достоверности и надежности информации, так как позволяет обнаружить, а при значительной избыточности и исправить содержащиеся в данных ошибки.

Среди характеристик информации важное значение имеет *скорость передачи и обработки.* Быстродействие информационных систем определяется объемом данных, обрабатываемых или передаваемых в единицу времени. Высокое быстродействие необходимо для динамических систем, управляемых в реальном масштабе времени. Например, если информация о месте и параметрах короткого замыкания в ЭЭС приходит на устройство управления слишком поздно, то устойчивость ЭЭС может нарушиться и действие устройства управления окажется после этого бесполезным.

Периодичность или частота передачи информации о некотором объекте связана с динамическими параметрами самого объекта и характером задач, решаемых системой управления. Периодичность передачи и приема информации существенно связана с ее ценностью. Слишком часто поступающие сообщения о небольших изменениях состояния отображаемого объекта имеют небольшую ценность, хотя и обходятся дороже. Вместе с тем очень редкие сообщения, не позволяющие эффективно управлять системой, не имеют какой-либо ценности с точки зрения решения задач управления.

Информация требует *затрат* на ее получение, передачу и обработку в месте приема. Эти затраты определяются количеством общественно-полезного труда, необходимого для выполнения указанных процессов. При использовании современных технических средств затраты могут быть довольно существенными, поэтому прежде чем организовывать сбор, передачу и обработку информации, необходимо соотнести затраты с ее ценностью.

Необходимая и достаточная информация. Управляемая система и внешняя среда подвержены случайным воздействиям, что приводит к частым изменениям их состояния. Для обеспечения эффективности функционирования системы необходимо следить

за этими изменениями, своевременно их обнаруживать и в случае необходимости корректировать поведение системы. В то же время избыточная информация вызывает излишние затраты и ухудшает условия работы системы управления.

В связи с этим возникает стремление к *минимизации* и, как следствие, требование определения *необходимой и достаточной* информации, используемой для управления. Объем необходимой и достаточной информации существенно зависит от динамических свойств контролируемого параметра.

Ряд параметров, например длина и количество ЛЭП или паспортные данные генераторов электростанций, остается неизменным во времени. Другие, например сопротивление ЛЭП, которое зависит от температуры наружного воздуха, можно считать условно постоянными в течение некоторого времени. Постоянные и условно постоянные параметры, не меняющиеся в течение трех-четырех циклов принятия решений, не требуют систематического и частого обновления значений и передачи. Необходимо лишь обеспечить их надежное хранение и изредка контролировать правильность.

При определении объемов необходимой и достаточной информации для параметров, *изменяющихся* от цикла к циклу принятия решений, требуется применение более сложных методов. Прежде всего, следует определить, что понимается под *существенным изменением значения параметра*, т.е. такого изменения, которым нельзя пренебречь с точки зрения принятия решения. Исходным для этого является определение *допустимого отклонения* управляемого процесса. Затем, используя модель процесса, устанавливают, какое изменение входного параметра, приводит к соответствующему отклонению на выходе. Далее выбираются некоторые *стратегии управления*, среди которых можно выделить следующие.

1. Решение о воздействии на управляемый процесс принимается через равные промежутки времени, определяемые средними характеристиками изменения входных и выходных параметров.

2. Решение принимается каждый раз, когда отклонение управляемого процесса от принятого становится больше допустимого.

3. Решение принимается каждый раз, когда изменение значения контролируемого параметра становится существенным.

4. Решение принимается после нескольких сообщений о существенном отклонении контролируемого параметра.

Для стратегий 1 и 4 объем необходимой и достаточной информации определяется частотой и объемом сообщений об изменениях входных и выходных параметров. Частота контроля выбирается такой, чтобы существенные отклонения не могли быть пропущены.

Для стратегий 2 и 3 объем необходимой и достаточной информации определяется динамическими свойствами управляемой системы и контролируемых параметров, от которых зависит частота появления существенных отклонений. При этом следует учитывать экономические аспекты проблемы – стоимость получения информации об отклонениях и возможные потери от отсутствия информации или ее недостоверности. Непрерывное или частое наблюдение за контролируемым параметром для обнаружения системой управления существенных отклонений, как правило, нерационально главным образом из-за отвлечения системы управления на не свойственные ей задачи.

При рассмотрении более чем двух параметров возникает слишком много возможностей и предварительная коррекция решения может оказаться труднореализуемой. Поэтому в таких случаях обычно более рационально определять влияние любой очевидной комбинации изменений тогда, когда они действительно имеют место, а не пытаться заранее задавать критерии значимости этих изменений и определять необходимую информацию. Даже когда интервал несущественных изменений значений параметров определить нельзя, для каждого параметра полезно строить графики статистического контроля. Такие графики облегчают обнаружение тенденций и других неслучайных колебаний значений параметров.

Если есть основания считать, что значение параметра существенно изменилось, следует выяснить причину такого явления и установить, устойчивое оно или временное. При этом часто возникает возможность выявить дополнительную переменную, которую следует включить в подмножество необходимых данных. Если же причину существенного изменения параметра обнаружить не удается, необходимо провести дополнительные наблюдения этого параметра на нескольких последовательных интервалах времени.

В сложных системах, к которым относятся и ЭЭС, количество контролируемых параметров, необходимых для эффективного управления, весьма велико. Поэтому для сбора, обработки и анализа информации разрабатываются специальные математические методы. Некоторые из них будут рассмотрены в гл. 6.

Информация на разных уровнях управления. На использование информации системой управления в процессе принятия решений существенно влияет характер решаемых задач, определяемых иерархической структурой управления. Рассмотрим особенности информации на разных уровнях управления применительно к ЭЭС.

В электроэнергетике сложились понятия *территориальной и временной иерархии управления*. Территориальная иерархия управления ЕЭЭС России содержит (см. п 1.2) три уровня: ЕЭЭС – ОЭЭС – РЭЭС. Как правило, информация на более высоких территориальных уровнях управления, имея те же состав и структуру, обладает более высоким уровнем обобщения, агрегирования. Например, на уровне ОЭЭС требуются эквивалентные характеристики расхода топлива в зависимости от загрузки агрегатов электростанций РЭЭС, сами РЭЭС или их крупные части могут заменяться некими эквивалентными узлами, агрегировано представляющими эти части. Аналогичное обобщение, агрегирование информации об ОЭЭС часто происходит на уровне ЕЭЭС. Что касается временной иерархии управления, различают прежде всего *управление эксплуатацией (функционированием) и управление развитием* ЭЭС. Управление функционированием рассматривается до года (иногда до 2-3 лет) и в свою очередь подразделяется на долгосрочное планирование режимов (год), краткосрочное (от недели до месяца), оперативное управление (до суток), автоматическое управление (в темпе процесса).

Общей закономерностью при переходе от долгосрочного планирования режимов к краткосрочному и далее к оперативному и автоматическому управлению является, с одной стороны, объективное уточнение информации в связи с большей точностью прогноза при уменьшении его заблаговременности, а с другой – повышение требований к точности данных в связи со все большей ответственностью принимаемых решений (в том смысле, что заблаговременно принятое неточное решение можно потом уточнить, а в условиях жесткой ограниченности по времени это сделать уже невозможно).

Задачи управления развитием ЭЭС также могут иметь различную заблаговременность – принято различать периоды на 5, 10, 15, 20 и т.д. лет вперед. *Чем на более продолжительный период рассматривается развитие системы, тем более неточна и неопределенна информация об условиях ее развития*. Все это наклады-

вает отпечаток на характер принимаемых решений: на более продолжительный период решения более приближенны и, как правило, менее ответственны, имея в виду возможность и необходимость последующего уточнения решений по мере уточнения информации на более близких этапах развития ЭЭС. В методологии планирования развития ЭЭС (как, впрочем, и других систем) сложилось следующее правило: принимать окончательные решения как можно ближе (позже), насколько это возможно по условиям их реализации.

Изложенные характеристики информации на разных уровнях управления накладывают свой отпечаток и на методы обоснования решений, но это уже другая проблема, различные аспекты которой рассматриваются в последующих главах.

4.2. Хранение и обработка информации

Первичная обработка данных. Большой объем данных, поступающих в автоматизированную систему управления, требует введения в качестве самостоятельного этапа первичной обработки данных. Этот этап предшествует непосредственному использованию информации для решения задач управления.

Одной из основных задач первичной обработки является *контроль достоверности данных*. Ошибки в исходных данных неизбежно приводят к неверным результатам, причем чем позже ошибка обнаружена, тем труднее ее исправить. Иногда обнаруженную на позднем этапе ошибку вообще не удается исправить за допустимое время.

Другой важной функцией этапа первичной обработки является *преобразование данных к виду*, удобному для дальнейшего использования. Например, сведения, получаемые из разных источников относительно одного из показателей, могут быть выражены в разных единицах измерения – например, напряжение в вольтах и в относительных единицах. Иногда сведения могут быть даже различной размерности.

Поступающие данные должны иметь *одинаковую точность*. Если один источник округляет посылаемые сведения до целых значений, а другой передает числа с точностью 2-3 знаков после запятой, то их желательно приводить к единому виду до начала основного решения задачи. Вообще говоря, определение необходимой

точности данных, поступающих от различных источников информации, требует специального анализа.

Очень часто первичная обработка данных заключается в их *объединении, агрегировании* с целью передачи на более высокие уровни управления для дальнейшего применения. При этом детальные данные могут быть использованы для управления на низшем уровне, а после агрегирования – для решения задач более высокого уровня.

В достаточно совершенных системах управления первичная обработка данных включает в себя простейшие виды анализа. Довольно распространенный вид анализа – выявление *отклонений от заданного режима.*

Для каждого вида режима устанавливается верхняя $\delta_{1в}$ и нижняя $\delta_{1н}$ границы, в пределах которых режим считается нормальным. Если фактические значения параметров режима выходят за эти границы, но остаются в пределах $\delta_{2в} - \delta_{2н}$, где $\delta_{2в} > \delta_{1в}$ и $\delta_{2н} < \delta_{1н}$, это свидетельствует об отклонении режима, требующем оперативного вмешательства. Если значения параметров режима выходят за пределы $\delta_{2в}$ или $\delta_{2н}$, это указывает на аварийную ситуацию, требующую принятия срочных мер. Примерно такой подход имеет место в ЭЭС при контроле частоты системы.

В результате анализа поступивших данных определяются контрольные точки, в которых наблюдаются отклонения больше допустимых, и именно эти отклонения сообщаются системе управления. Принцип управления по отклонениям разгружает систему управления от излишней информации, уменьшает загрузку систем передачи данных, позволяет более четко и оперативно выдавать управляющие воздействия, делает систему управления нечувствительной к случайным флуктуациям режима. Именно на таком принципе построены все системы управления режимами ЭЭС.

В ряде случаев первичный анализ данных включает их *статистическую обработку*. При этом ставится задача либо ретроспективного анализа работы системы за некоторый прошедший период времени, либо экстраполяции, прогнозирования поведения системы в ближайшем будущем.

Достоверность информации. При передаче и хранении информация обычно представлена в виде дискретных последова-

тельностей некоторых символов, чаще всего букв или цифр. Это относится и к машинным носителям или электрическим каналам связи.

При передаче, хранении или обработке дискретной последовательности появление *искажения* хотя бы в одном символе ведет к тому, что последовательность оказывается искаженной. Так как искажения возникают случайным образом, качество передачи дискретной последовательности можно характеризовать вероятностью появления в ней искаженных символов.

Форма представления информации существует не только как дискретные последовательности, но и в непрерывном виде. Например, в виде непрерывной функции времени $f(t)$, заданной на отрезке времени. Примером может служить напряжение в какомлибо узле ЭЭС, измеряемое вольтметром. Одной из форм передачи такой информации является преобразование ее к дискретному виду с отмеченными выше проблемами искажения. В случае непрерывной функции *f(t)* выявляется отклонение реальной функции от неискаженной (идеальной), которое не должно превышать некоторого порога.

Искажения информации могут быть вызваны внешними помехами (например, близлежащей радиостанцией при радиорелейной передаче информации).

Одним из методов *нейтрализации искажений* является удаление источников помех от рассматриваемой системы. Другим методом может быть разнесение частотного диапазона источника помех и системы управления. Могут устанавливаться частотные фильтры и т.д.

Наряду с прямыми методами борьбы с помехами могут использоваться косвенные, основанные на *избыточности информации*. Избыточность позволяет дублировать некоторые части информации, предупреждая и компенсируя тем самым ее искажения.

Существуют также способы *выявления недостоверной информации.* При дискретном представлении это так называемые корректирующие коды, когда в код вводятся дополнительные признаки. Есть методы проверки неискаженности кодов, а также методы, основанные на анализе соответствия всех составляющих данных некоторым контрольным соотношениям (например, в ЭЭС это метод контрольных уравнений [17]).

Хранение и поиск данных. От момента формирования информации до момента ее использования всегда проходит некоторое время, иногда довольно значительное. Возникает необходимость хранить информацию в виде данных. В настоящее время основным средством хранения данных являются ЭВМ.

В зависимости от того, как меняется *ценность информации* во времени, надо обеспечить соответствующую длительность ее хранения. Иными словами, информацию надо хранить до тех пор, пока она представляет собой какую-либо ценность. Отсюда вытекает обратное положение: не следует хранить информацию, потерявшую всякую ценность.

Другой важной характеристикой информации, влияющей на способ ее хранения, кроме ценности, является *частота использования*. В большинстве случаев для часто используемых сведений допустимо относительно краткосрочное хранение, для реже используемых – долгосрочное, а для еще реже используемых – долговременное. Такая практика позволяет затрачивать в среднем на поиск информации наименьшее время.

Информация должна быть доступна в тот момент, когда она нужна для принятия решения, не раньше и не позже. Любые задержки, чем бы они ни были вызваны, снижают эффективность принимаемых решений или вообще мешают возможности своевременно принять решение. Информация, полученная раньше, чем необходимо, не нужна, ее приходится где-то запоминать, а потом извлекать, что неизбежно связано с потерями того или иного характера.

Для ускорения выдачи данных надо иметь хорошо организованную систему их хранения и поиска. Это обеспечивается в современных базах данных.

При сохранении данных должна быть предусмотрена их *защита* от случайного или преднамеренного к ним доступа. Защита данных, прежде всего, страхует их от искажений, нечаянных или целенаправленных, а также при необходимости обеспечивает конфиденциальность информации. Для защиты данных в ЭВМ используются различные “ключи”, пароли и т.д. В некоторых случаях проводится специальное искажение информации, например путем масштабирования. Могут выдаваться фиктивные данные правдоподобного вида.

Создание системы защиты данных и ее ведение требуют определенных затрат, поэтому всегда следует сопоставлять ценность данных, доступ к которым ограничивается, со стоимостью создания системы защиты от несанкционированного доступа к ним. Если использование данных другими пользователями не приводит к существенным потерям, система защиты не только вызывает дополнительные затраты на ее создание, но и затрудняет общение с данными основным пользователям, вводя излишние дополнительные процедуры контроля.

Базы данных. В настоящее время в связи с повсеместным использованием ЭВМ для управления необходимая информация хранится в памяти машины в виде баз данных и знаний.

Базой данных называют совокупность взаимосвязанных массивов, обеспечивающих хранение данных в некоторой управляемой системе с такой минимальной избыточностью, которая обеспечивает их оптимальное использование во всех практических случаях, связанных с этой управляемой системой. Данные хранятся таким способом, чтобы они не зависели ни от программ, их использующих, ни от программ, их обновляющих.

Принципиальным для организации баз данных является выделение двух основных выполняемых ими функций. Первая заключается в создании *динамической информационной модели управляемого объекта* (системы) и непрерывном поддержании соответствия между фактическим состоянием объекта и данными модели, хранящимися в базе данных. Вторая функция предусматривает выдачу необходимых пользователю данных, имеющихся в базе. Так как эти сведения выдаются по запросу пользователя – человека или программы, их часто называют справками, а выполняемую функцию – *справочной.* Справки выдаются в виде некоторой совокупности данных, соответствующих запросу. Их смысловое соответствие, интерпретация содержания и результатов остаются в компетенции пользователей. Выделение двух автономных функций позволяет формировать, накапливать и изменять по мере необходимости данные в базе независимо от программ пользователей, которые в дальнейшем будут эти данные использовать. В свою очередь, пользователя не интересует, каким образом вводятся и хранятся данные в базе, он просто запрашивает и получает те данные, которые ему нужны.

Для управления базой данных используют комплекс программ, называемый *системой управления базой данных* (СУБД), которая решает задачи распределения данных, организует проверку и защиту данных, их пересылку между различными уровнями памяти, причем пользователь СУБД может об этом и не знать.

В базах данных выделяют три уровня описания данных.

На п е р в о м уровне пользователь описывает нужные ему данные и логические зависимости между ними таким образом, как это ему необходимо для решения его задач, не задумываясь о физическом размещении данных в памяти ЭВМ.

На в т о р о м уровне *логическое описание данных* пользователем увязывается с логическим описанием базы данных в целом, которое учитывает как интересы всех существующих пользователей, так и предполагаемые направления развития базы данных. Этот уровень принципиально важен для реализации концепции базы данных. Благодаря такой логической увязке пользователь может менять свое описание данных и их состав в соответствии с изменением решаемых им задач или переделкой своих программ без какого-либо влияния на логическую организацию базы данных, и наоборот, изменения базы данных не требуют изменения программ пользователя или нового описания данных.

Т р е т ь и м уровнем является *физическое описание данных*, хранимых в базе. В результате физической привязки обеспечивается независимость физического хранения и логической структуры базы данных.

Одну и ту же определенную пользователем логическую структуру данных можно представить на физических носителях, образующих память ЭВМ, различными способами, получая различные структуры физического хранения данных.

По мере увеличения количества взаимосвязанных решаемых задач и их усложнения, особенно в системах коллективного пользования, становятся все более сложными, перекрещивающимися и переплетающимися отношения между элементами, группами и другими совокупностями данных, что затрудняет их обработку.

Любую структуру сетевого типа можно за счет введения избыточности, выражающейся в повторении элементов, изобразить как ветвящееся дерево (см. рис. 4.1). В свою очередь, любые зависимости, имеющие вид дерева, можно представить в виде обычных

двумерных таблиц. Поэтому любые связи, отношения между элементами могут быть заданы в табличной форме.

В таких таблицах в каждой клетке записан один элемент данных; элементы каждого столбца однотипны, что позволяет присвоить столбцам однозначные наименования – идентификаторы. В таблице нет двух полностью совпадающих строк. Строки и столбцы в ней можно просматривать в любом порядке независимо от их смыслового содержания.

Двумерную таблицу такого типа называют отношением, а базу данных, построенную на основе таких таблиц или отношений, – *реляционной базой данных***.**

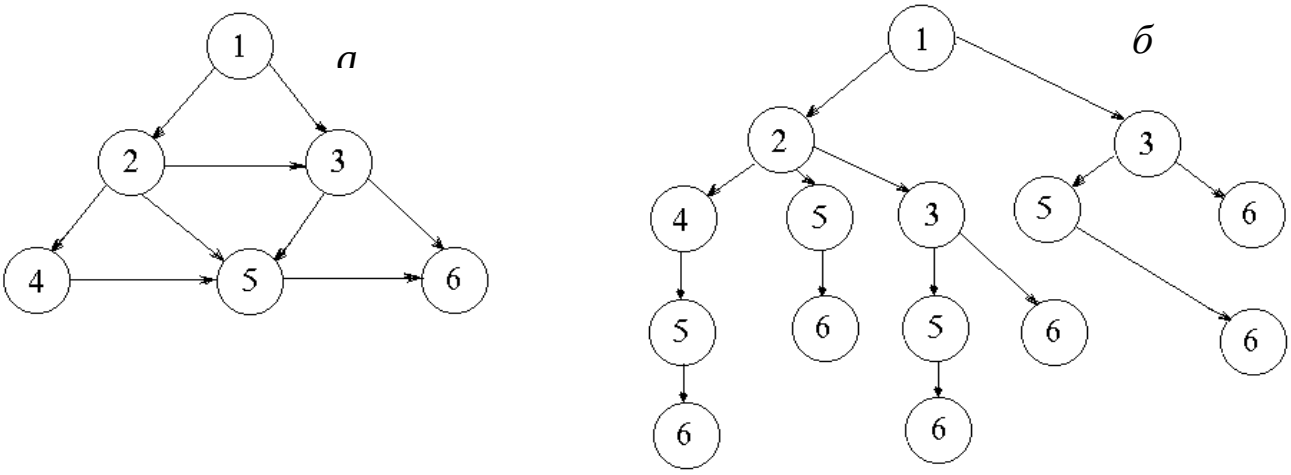


Рис. 4.1. Соответствие сетевой (*а*) и древовидной (*б*) структур данных.

С логической точки зрения реляционная база данных представляет собой множество таблиц, из которых можно извлекать или в которые можно объединять любые отдельные столбцы.

Таблицы легко преобразовывать для нужд отдельных пользователей, как бы разрезая их по столбцам и создавая из них таблицы меньшего размера, или, наоборот, получать большие таблицы путем объединения, “склеивания” нескольких таблиц или их частей. Такие сравнительно простые операции обеспечивают большую гибкость использования данных различными пользователями, позволяя легко удовлетворять требования, затруднительные в других структурах.

Важным преимуществом реляционных баз данных является возможность использования для описания отношений и выполне-

ния операций над ними строго формального аппарата – *алгебры отношений*.

Представление знаний. Люди имеют запас “знаний” о мире, в котором они живут. Некоторые виды знаний общеизвестны; к ним относятся знания, связанные с приемом пищи, вождением автомобиля и т.д. Другие знания более специальные, например те, что используются экспертами в какой-либо области. Знания обычно представляются в виде *фактов*, характерных для окружающего мира (т.е. классов объектов и взаимосвязей между ними), *процедур и правил манипулирования фактами,* а также в виде информации о том, когда и как следует применять правила и процедуры.

Объекты группируются по *классам.* Трансформатор, выключатель, разъединитель, разрядник могут мыслиться как объекты. Их можно отнести к классу “оборудование”. В дополнение к этому трансформатор, выключатель, разъединитель могут быть классифицированы как “основное оборудование”, а разрядник – как “вспомогательное оборудование”.

Мы можем также определить *отношения* между классами (или отдельными объектами). Например, отношение “входит (выключатель, подстанция)” означает, что выключатель входит в состав оборудования подстанции. Знания об объектах и их взаимоотношениях позволяют классифицировать эти объекты и соотносить их между собой.

Второй тип знаний – *правила*. Они дают возможность определить, как вывести новые отличительные особенности класса или отношения для объектов, прежде не подразделенных на классы. Например, если мы определим отношение “входит (выключатель, подстанция)”, то можем установить правило:

“входит (выключатель, подстанция) есть ИСТИНА ЕСЛИ “установлен (выключатель, подстанция)” есть ИСТИНА

Итак, мы ввели две составляющие – факты и правила. Третья необходимая компонента обработки знаний – *управляющая структура;* она определяет способ применения разнообразных правил. По существу любая управляющая структура позволяет решить, какое из правил должно применяться следующим. В большинстве реальных ситуаций количество необходимых правил очень велико, при этом возможны различные формы управляющих структур. Правила можно выбирать последовательно или же неко-

торое подмножество правил может быть применено для выбора следующего правила (такие подмножества мыслятся как правила более высокого уровня, или метаправила). Механизм приложения правил в тех ситуациях, когда требуется производить их выбор, является прерогативой управляющей структуры. Например:

Правило 1: “входит (выключатель, подстанция)” есть ИСТИНА ЕСЛИ “установлен (выключатель, подстанция)” есть ИСТИНА

Правило 2: “входит (разъединитель, подстанция)” есть ИСТИНА ЕСЛИ “установлен (разъединитель, подстанция)” есть ИСТИНА

Метаправило: если “правило 1” есть ИСТИНА и “правило 2” есть ИСТИНА ТО “входят (выключатель, разъединитель; подстанция)” есть ИСТИНА

Для описания процесса обработки знаний можно использовать как *декларативные знания* (классы, отношения), так и *процедурные знания* (правила и управляющие структуры). Граница между ними очень подвижна. Чем меньше знаний мы декларируем, тем больше процедурных знаний необходимо, и наоборот. В реальных условиях различие между декларативными и процедурными знаниями не имеет существенного значения, поскольку определение того или иного правила может рассматриваться как декларативное знание.

Знания могут иметь различную форму представления. Самой распространенной формой, наиболее соответствующей процедурному характеру знаний, является *правило продукции*, которое по своей сути – просто программа из одного оператора вида “ЕСЛИ условие, ТО действие”.

Продукционные системы для решения какой-либо задачи состоят из трех компонентов:

базы знаний, содержащей правила продукций;

базы данных, которая отображает текущее состояние некоторой задачи;

управляющей структуры (интерпретатора в терминологии программирования), решающей, какое из правил продукции надлежит применить следующим.

В основе правил продукций лежит простой принцип: они определяют набор разрешенных преобразований, с помощью которых происходит продвижение от начального состояния до окончатель-

ного решения поставленной задачи. Текущие (промежуточные) состояния отражаются с помощью множества фактов, фиксируемых в базе знаний. В ходе решения задачи происходит сопоставление одной из частей правила с содержимым базы знаний. В реальной системе возможна ситуация, когда можно применить одновременно несколько правил. Поэтому возникает необходимость в управляющей структуре, которая должна решать, какое из правил применить.

Работа со знаниями составляет основное содержание *систем искусственного интеллекта*. Термин “интеллект” соотносится обычно с такими понятиями, как “знать”, “понимать”, “запоминать”. Определение “искусственный” означает созданный человеком, а не природой. Различные системы искусственного интеллекта оформляется в виде так называемых *экспертных систем*, позволяющих решать достаточно сложные задачи.

В гл. 6 мы еще вернемся к использованию систем искусственного интеллекта для поддержки принятия решений по управлению развитием и эксплуатацией ЭЭС.

Глава 5. ОПИСАНИЕ СИСТЕМ

5.1. Представление системы

Математическая модель как описание системы. В п. 1.5 были даны первоначальные сведения о моделях и моделировании вообще. Здесь мы рассмотрим конкретный вид модели при описании системы – ее математическую модель. Другими словами, математическая модель дает возможность получить описание системы в интересующем нас смысле, описание состояния, поведения, развития и т.д.

Невозможно себе представить современную науку и практику без широкого применения математического моделирования. Сущность этой методологии состоит в *замене исходного объекта его "образом"* – математической моделью – и дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов. Этот "третий метод" познания, конструирования, проектирования *сочетает в себе многие достоинства как теории, так и эксперимента* (первые два метода познания).

Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его математической моделью дает возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях (*преимущества теории*). В то же время вычислительные (имитационные) эксперименты с моделями объектов позволяют, опираясь на мощь современных вычислительных методов и технических инструментов информатики, подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам (*преимущества эксперимента*). Не удивительно, что методология математического моделирования бурно развивается, охватывая все новые сферы – от разработки технических систем и управления ими до анализа сложнейших экономических и социальных процессов.

Элементы математического моделирования использовались с самого начала появления точных наук, и не случайно, что некото-

рые методы вычислений носят имена таких корифеев науки, как Ньютон и Эйлер, а слово “алгоритм” происходит от имени средневекового арабского ученого Аль-Хорезми. Второе “рождение” этой методологии пришлось на конец 40-х – начало 50-х годов XX века и было обусловлено по крайней мере двумя причинами. Первая из них – появление ЭВМ (компьютеров), хотя и скромных по нынешним меркам, но тем не менее избавивших ученых и практиков от огромной по объему рутинной вычислительной работы. Вторая – беспрецедентный социальный заказ – выполнение национальных программ СССР и США по созданию ракетно-ядерного щита, которые не могли быть реализованы традиционными методами. Математическое моделирование справилось с этой задачей: ядерные взрывы и полеты ракет и спутников были предварительно “осуществлены” в недрах ЭВМ с помощью математических моделей и лишь затем стали реализовываться на практике. Этот успех во многом определил дальнейшие достижения методологии, без применения которой в развитых странах ни один крупномасштабный технологический, экологический или экономический проект теперь всерьез не рассматривается (сказанное справедливо и по отношению к некоторым социально-политическим проектам) [25].

Сейчас математическое моделирование вступает в *третий* принципиально важный этап развития, “встраиваясь” в структуры так называемого *информационного общества*. Впечатляющий прогресс средств переработки, передачи и хранения информации отвечает мировым тенденциям к усложнению и взаимному проникновению различных сфер человеческой деятельности. Без владения информационными “ресурсами” нельзя и думать о решении все более укрупняющихся и все более разнообразных проблем, стоящих перед мировым сообществом. Однако информация как таковая зачастую мало что дает для анализа и прогноза, для принятия решений и контроля за их исполнением. Нужны надежные способы переработки информационного “сырья” в готовый “продукт”, т.е. в точное знание. История методологии математического моделирования убеждает: она может и должна быть *интеллектуальным ядром* информационных технологий, всего процесса информатизации общества.

Технические, экологические, экономические и иные системы, изучаемые современной наукой и практикой, больше не поддаются исследованию (в нужной полноте и точности) обычными теорети-

ческими методами. Прямой натурный эксперимент над ними долог, дорог, часто либо опасен, либо попросту невозможен, так как многие из этих систем существуют в единственном экземпляре. Цена ошибок и просчетов с ними недопустимо высока. *Поэтому математическое моделирование является неизбежной составляющей научно-технического прогресса.*

Сказанное целиком относится и к электроэнергетическим системам. Невозможно себе представить сейчас процессы прогнозирования и планирования развития ЭЭС, управления их функционированием, научные исследования без применения математических моделей.

Основные принципы формирования модели. Прежде всего еще раз уточним главные понятия, поскольку термины “математическая модель”, “математическое моделирование” не имеют в настоящее время однозначного толкования. Под *математической моделью* будем иметь в виду описание структуры, состояния, поведения, развития и т.д. системы с помощью математических соотношений того или иного вида. Соответственно *математическое моделирование* есть методология, процесс составления математической модели, математического описания системы. Термин “имитационное моделирование”, рассматривавшийся в п. 1.5, имеет более широкое толкование и включает в качестве одной из основных составляющих математическое моделирование. К сущности и содержанию имитационного моделирования мы вернемся подробно в гл. 7.

Вспомним опять гл. 1, а конкретнее, рис. 1.1, иллюстрирующий понятие “система” как *вычленение изучаемого объекта - системы из среды*. Строго говоря, однозначные рекомендации, где ”провести” границу между системой и средой, априори сформулировать трудно. Слова “сильные связи”, “слабые связи” мало что дают в этом отношении. Нужно ввести количественные границы степени этих “силы” и “слабости”.

Любой процесс или любая сложная система представляет собой всегда лишь некоторую составляющую другой, более сложной системы. Если к этому добавить неизбежно присутствующую стохастику, которой во многих случаях не удается пренебречь, то проблема корректного выделения интересующего нас процесса (или системы) всегда представляется нетривиальной. Тем не менее со-

временная математика разработала весьма совершенные методы, позволяющие разделять переплетения взаимосвязанных между собой процессов и факторов и на определенном, ограниченном временном интервале изучать их как независимые, “самостоятельные” объекты. Такие возможности дают, прежде всего, *методы асимптотического анализа*, которые подробнее мы рассмотрим в п. 5.7.

Итак, нам удалось вычленить систему из среды (системы более высокого уровня). Теперь нужно, во-первых, правильно или, как говорят, *адекватно реальности* выполнить математическое описание системы, причем эта “реальность” различна для разных задач изучения одной и той же системы. Иначе говоря, каждая задача исследования системы требует своей математической модели. В этом проявляется так называемый феномен *многомодельности* при изучении систем. Основные виды математического описания системы мы рассмотрим далее в пп. 5.2–5.6.

Во-вторых, хотя мы и вычленили, “вырезали” систему из среды, во многих случаях желательно, хотя бы достаточно приближенно, *учесть влияние среды на систему*. Оказывается, методы асимптотического анализа дают такие возможности.

Весьма часто проблема математического моделирования не ограничивается формированием адекватного математического описания системы, состояний и процессов, в ней происходящих. Для некоторых этапов решения задачи с использованием сформированной математической модели системы желательно *упростить модель* с целью повышения эффективности расчетов. Обоснованное, рациональное упрощение математической модели также основано на идеологии асимптотического анализа систем.

Рассмотрение типов математического описания систем начнем в п. 5.2 с систем алгебраических уравнений, опуская более простые математические модели типа множеств и отношений, а также графов. Возможности теории графов уже были продемонстрированы в гл. 2 при рассмотрении проблем структурного анализа систем. Собственно, структурная модель также является математическим описанием системы на структурном уровне, т.е. мы уже в гл. 2 начали рассматривать вопросы описания систем. Множества и отношения являются слишком упрощенным математическим описанием систем и весьма редко используются в задачах для ЭЭС.

Нужно сказать, что процесс формирования математической модели системы, как правило, не завершается первоначальным математическим описанием ее структуры, состояний и процессов, развития и т.д. После такого первоначального описания системы часто требуется проверить количественно степень влияния тех или иных факторов и процессов. Для этого необходимо выполнить необходимые исследования модели, после чего можно сделать более обоснованное, чем первоначальное априорное, заключение о степени полноты учета исследуемых факторов в модели. Собственно говоря, такое исследование по определению, приведенному в п. 1.5, уже задача имитационного моделирования, которое будет рассмотрено далее в гл. 7.

5.2. Системы алгебраических уравнений

Линейные системы. Во многих практических важных случаях состояния системы могут быть описаны системой линейных алгебраических уравнений, в матричной форме представляемой как

$$AX=B, \tag{5.1}$$

или более подробно –

$$\begin{bmatrix} a_{11}\, a_{12}\, a_{13}\ldots\ ..a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22}\, a_{23}\ldots..\, a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\, a_{n2}\, a_{n3}\ldots\ldots a_{nn} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ . \\ b_n \end{bmatrix} \tag{5.2}$$

В случае поэлементной записи система (5.1) будет иметь вид

$$\begin{aligned} &a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3+\ldots.+a_{1n}x_n = b_1; \\ &a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3+\ldots.+a_{2n}x_n = b_2; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+a_{n3}x_3+\ldots.+a_{nn}x_n = b_n. \end{aligned} \tag{5.3}$$

В (5.2), (5.3) x_i – *переменные*, a_{ij} – *коэффициенты*, b_i – *правые части* системы.

Число λ называется собственным значением (собственным числом) матрицы A, если существует такой ненулевой вектор X, что

$$AX=\lambda X. \qquad (5.4)$$

Любой вектор $X\neq 0$, удовлетворяющий этому уравнению, называется *собственным вектором* матрицы A, соответствующим собственному значению λ. Совокупность всех собственных значений называется *спектром* матрицы.

Для того, чтобы число λ было собственным значением матрицы A, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство

$$\det(\lambda E - A) = 0, \qquad (5.5)$$

где E – единичная матрица, на главной диагонали которой единицы, а остальные элементы нулевые.

Функция $\det(\lambda E - A)$ относительно параметра λ есть многочлен, степень которого равна порядку матрицы A:

$$\det(\lambda E - A) = \lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + ... + a_{n-1}\lambda + a_n. \qquad (5.6)$$

Этот многочлен называется *характеристическим многочленом* матрицы A. После приравнивания его нулю в соответствии с (5.5) это – *характеристическое уравнение* системы (5.1). Корни характеристического уравнения, и только они, образуют спектр матрицы A.

Приведенные понятия достаточно широко используются в электроэнергетических задачах. Описание ЭЭС в виде системы линейных алгебраических уравнений возможно для некоторых задач анализа установившихся режимов ЭЭС. Это могут быть уравнения узловых напряжений, в которых переменными являются напряжения в узлах сети, правые части – токи в узлах, а коэффициенты – проводимости связей между узлами и узлов на землю (в диагональных элементах матрицы). Собственные значения и собственные векторы играют существенную роль при исследовании структурных характеристик ЭЭС. Положение корней характеристического уравнения в комплексной плоскости корней использовано А.М. Ляпуновым при формулировании его метода анализа устойчивости в малом, о чем мы поговорим подробно в п. 5.3. Некоторые методы упрощения математических моделей ЭЭС основаны на анализе спектра матрицы A, а именно соотношений собственных значений. Собственные значения и собственные векторы матрицы играют важную роль при выборе управлений в ЭЭС, о чем будет сказано в гл. 6.

Метод Гаусса. Методов решения систем линейных алгебраических уравнений имеется достаточно много. Каждый из них учитывает ту или иную специфику решаемой системы. В электроэнергетических задачах наибольшее распространение получил метод исключения Гаусса, один из наиболее эффективных и универсальных методов, который и рассмотрим.

Процесс решения по методу Гаусса состоит из двух этапов. На первом (*прямой ход*) система (5.3) приводится к треугольному виду, на втором этапе (*обратный ход*) идет последовательное определение неизвестных из этой треугольной системы.

Перейдем к подробному описанию метода Гаусса. Будем считать, что коэффициент a_{11}, который называют *ведущим элементом первого шага*, отличен от нуля. (В случае a_{11}=0 поменяем местами уравнения с номерами 1 и i, где $a_{i1} \neq 0$. Поскольку система (5.3) предполагается невырожденной, такой номер i заведомо найдется). Составим соотношения

$$m_{21} = -\frac{a_{21}}{a_{11}};\ m_{31} = -\frac{a_{31}}{a_{11}};...;\ m_{n1} = -\frac{a_{n1}}{a_{11}} \qquad (5.7)$$

и прибавим к i-му уравнению системы (i=2,3,..., n) первое уравнение, умноженное на m_{i1}. Проделав это, мы исключим неизвестное x_1 из всех уравнений, начиная со второго. Преобразованная система примет вид

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + ...a_{2n}^{(1)}x_n &= b_2^{(1)}; \\ ..... \\ a_{n2}^{(1)}x_2 + a_{n3}^{(1)}x_3 + ... + a_{nn}^{(1)}x_n &= b_n^{(1)}. \end{aligned} \qquad (5.8)$$

Здесь $a_{ij}^{(1)}, b_i^{(1)} (i,j = 2,3,...,n)$ - новые значения коэффициентов и правых частей, которые получаются после выполнения первого шага прямого хода метода Гаусса. Основным результатом этого шага является подсистема $(n-1)$-го порядка с неизвестными $x_2, x_3, ..., x_n$, образованная последними $(n-1)$ уравнениями системы (5.8). Дальнейшим преобразованиям будем подвергать именно эту подсистему.

Переходя к выполнению второго шага, предположим, что элемент $a_{22}^{(1)}$, который называют *ведущим элементом второго шага*,

отличен от нуля. (В противном случае необходимо произвести соответствующую перестановку уравнений аналогично предыдущему.) Составим соотношения

$$m_{32} = -\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}};\ m_{42} = -\frac{a_{42}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}};...;\ m_{n2} = -\frac{a_{n2}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} \qquad (5.9)$$

и прибавим к i-му уравнению системы (5.8) (i=3, 4, ...,n) второе уравнение, умноженное на m_{i2}. В результате получим систему

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + ... + a_{2n}^{(1)}x_n &= b_2^{(1)}; \\ a_{33}^{(2)}x_3 + ... + a_{3n}^{(2)}x_n &= b_3^{(2)}; \\ ..... \\ a_{n3}^{(2)}x_3 + ... + a_{nn}^{(2)}x_n &= b_n^{(2)}. \end{aligned} \qquad (5.10)$$

После $(n-1)$-го шага мы придем к треугольной системе

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + ... + a_{1n}x_n &= b_1; \\ a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 + ... + a_{2n}^{(1)}x_n &= b_2^{(1)}; \\ a_{33}^{(2)}x_3 + ... + a_{3n}^{(2)}x_n &= b_3^{(2)}; \\ ..... \\ a_{nn}^{(n-1)}x_n &= b_n^{(n-1)}. \end{aligned} \qquad (5.11)$$

Второй этап – обратный ход метода Гаусса – реализуется следующим образом. Из последнего уравнения системы (5.11) определяем x_n. По найденному значению x_n из $(n-1)$-го уравнения определяем x_{n-1}. Затем по значениям x_n и x_{n-1} из $(n-2)$-го уравнения находим x_{n-2} и т.д. Последовательное вычисление неизвестных продолжается до тех пор, пока мы не определим из первого уравнения x_1. На этом процесс решения заканчивается.

Отметим некоторые специфические особенности изложенного метода Гаусса, характерные и для задач ЭЭС. Основная из них заключается в *погрешностях вычислений* в результате округления чисел вследствие конечной длины разрядной сетки ЭВМ. Погрешности зависят в основном от величины ведущего элемента. На шаге исключения прямого хода метода Гаусса погрешности возрастают, если ведущий элемент мал по сравнению с другими коэффици-

ентами столбца матрицы *A*, соответствующего исключаемой переменной. Поэтому с целью снижения погрешностей вычислений производят специальный выбор ведущего элемента – перестановкой уравнений добиваются того, чтобы на данном шаге исключения в качестве ведущего элемента оказался наибольший коэффициент уравнения. Обычно в результате такой модификации метода удается практически устранить погрешности вычислений из-за округления чисел. Остающиеся погрешности при необходимости могут быть устранены другими специальными приемами.

Еще одна особенность реализации метода Гаусса, в том числе для электроэнергетических задач, связана со *слабой заполненностью матрицы A* (т.е. матрица *A* содержит большое число нулевых элементов). В этом случае напрямую изложенный выше алгоритм прямого хода метода Гаусса использовать было бы нерационально (проводить вычисления с нулевыми коэффициентами). Разработаны алгоритмы исключения, оперирующие только ненулевыми элементами исходной и промежуточных систем уравнений. В этих алгоритмах важен порядок исключения с тем, чтобы минимизировать количество операций, а вместе с этим и величину погрешностей вычислений. Общим принципом является исключение в первую очередь тех переменных, которые связаны с меньшим числом других переменных.

Нелинейные системы. Практически в большинстве случаев, как отмечалось в п. 1.3, реальные системы обладают нелинейностями. Не составляют исключения в этом смысле и ЭЭС. Обычно всегда задачи, связанные с установившимися режимами ЭЭС, требуют математического описания в виде системы нелинейных алгебраических уравнений того или иного вида.

Для электроэнергетических задач нелинейности в системе нелинейных алгебраических уравнений могут быть разными в зависимости от вида описания состояний ЭЭС (тригонометрические функции, произведения переменных и др.). Поэтому далее будем рассматривать нелинейную систему алгебраических уравнений в общем виде

$$F(X) = o. \qquad (5.12)$$

Метод касательных (метод Ньютона). Это один из наиболее эффективных численных методов решения уравнений и систем

уравнений. Его идея очень проста, рассмотрим ее на примере одного уравнения. Предположим, что функция $f(x)$, имеющая корень c на отрезке $[a, b]$, дифференцируема на этом отрезке и ее производная $df(x)/dt = f'(x)$ не обращается на нем в нуль. Возьмем произвольную точку x_0 и запишем в ней уравнение касательной к графику функции $f(x)$:

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0). \qquad (5.13)$$

Графики функции $f(x)$ и ее касательной близки около точки касания, поэтому естественно ожидать, что точка x_1 пересечения касательной с осью x будет расположена недалеко от корня c (рис. 5.1).

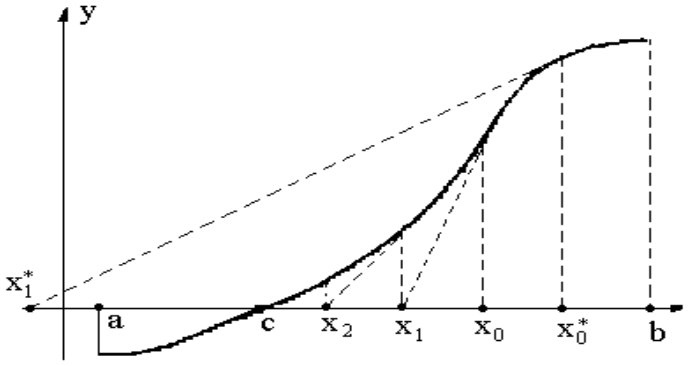


Рис. 5.1. Построение последовательности $\{x_n\}$ по месту касательных.

Для определения точки x_1 имеем уравнение

$$f(x_0) + f'(x_0)(x_1 - x_0) = 0 \ . \qquad (5.14)$$

Таким образом,

$$x_1 = x_0 - f(x_0)/f'(x_0). \qquad (5.15)$$

Повторим проделанную процедуру: запишем уравнение касательной к графику функции $f(x)$ при $x = x_1$ и найдем для нее точку пересечения x_2 с осью x (см. рис. 5.1):

$$x_2 = x_1 - f(x_1)/f'(x_1) \qquad (5.16)$$

Продолжая этот процесс, получим последовательность $\{x_k\}$, определенную с помощью рекуррентной формулы

$$x_{k+1} = x_k - f(x_k)/f'(x_k),\ k = 0, 1, 2, ..., \qquad (5.17)$$

которая и представляет метод касательных (метод Ньютона).

В случае системы нелинейных алгебраических уравнений (5.12) речь идет о касательной плоскости в n-мерном пространстве R^n, которая представляется матрицей частных производных порядка $(n \times n)$ вида

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} ..... \frac{\partial f_1}{dx_n} \\ ..... \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \frac{\partial f_n}{\partial x_2} ..... \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}, \qquad (5.18)$$

называемой *матрицей Якоби или якобианом*. Обобщение рекуррентной формулы метода Ньютона (5.17) на многомерный случай будет иметь вид

$$X_{n+1} = X_n - F(X_n) \cdot J^{-1}(X_n),\ n = 0,1,2,.... \qquad (5.19)$$

Существует теорема, доказывающая сходимость метода Ньютона при выполнении определенных условий, накладываемых на функцию $F(X)$. Важное значение имеет начальное приближение X_0 для старта метода Ньютона. Рис. 5.1. иллюстрирует неудачное начальное приближение x_0^*, касательная к функции $f(x)$ в этой точке попадает на значение переменной x_1^*, лежащее за пределами области определения функции.

Имеются модификации метода Ньютона, улучшающие его сходимость.

5.3. Системы дифференциальных уравнений

Линейные системы. Как отмечалось выше, во многих задачах допустимо математическое описание процессов в системе системой линейных дифференциальных уравнений. Это справедливо и для ЭЭС. Наиболее простой случай такого описания - системы линейных дифференциальных уравнений с *постоянными коэффициентами* вида [15]

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} a_{1j} \frac{d^2 x_j}{dt^2} + \sum_{j=1}^{n} b_{1j} \frac{dx_j}{dt} + \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j = f_1(t); \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \frac{d^2 x_j}{dt^2} + \sum_{j=1}^{n} b_{ij} \frac{dx_j}{dt} + \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j = f_i(t); \qquad (5.20) \\ &..... \\ &\sum_{j=1}^{n} a_{nj} \frac{d^2 x_j}{dt^2} + \sum_{j=1}^{n} b_{nj} \frac{dx_j}{dt} + \sum_{j=1}^{n} c_{nj} x_j = f_n(t), \end{aligned}$$

где $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} \left(i, j = \overline{1,n}\right)$ - *постоянные коэффициенты*, зависящие от параметров системы; $x_1,...,x_n$ - *переменные*, характеризующие состояние системы в каждый момент времени; $f_1(t),...,f_n(t)$ - *внешние силы*, переменные во времени, отражающие изменения внешних условий работы системы.

Выявление свойств процессов в линейной системе осуществляется на основе изучения системы уравнений (5.20). Каждому набору функций $f_1(t),..., f_n(t)$ и набору начальных условий

$$x_1(0) = x_{10}; ....; x_n(0) = x_{n0};$$
$$\frac{dx_1(0)}{dt} = x'_{10}, ...; \frac{dx_n(0)}{dt} = x'_{n0}, \qquad (5.21)$$

будет соответствовать решение системы (5.20):

$$x_1(t), ..., x_n(t).$$

Это решение будет представлять собой процесс поведения системы во времени.

Обычно в (5.20) рассматриваются не сами переменные, а их отклонения от начальных условий, т.е. $x_i = x_i^* - x_{i0}$, где x_i^* – абсолютные значения переменных. Тогда правая часть (5.21) приобретает вид $x_1(0) = 0; ...x_n(0) = 0$. Начальные значения производных могут быть в общем случае ненулевыми.

Существующие методы позволяют анализировать характер поведения системы во времени *двумя путями*:

1) получением решений $x_1(t),...,x_n(t)$ при заданных начальных условиях и $f_1(t),...,f_n(t)$ в виде аналитических формул или некоторого набора значений этих функций через равноотстоящие промежутки времени;

2) суждением о свойствах процесса без попытки отыскать сами решения.

Второй путь менее трудоемок и часто используется, в том числе в электроэнергетических задачах. Однако и на первом пути в настоящее время имеются весьма эффективные алгоритмы, которые применяются для решения практических задач. Поэтому рассмотрим последовательно возможные методы в том и другом случае.

Устойчивость по Ляпунову. В п. 3.2 было дано качественное определение устойчивости, введенное А.М. Ляпуновым. Приведем

более строгое математическое определение устойчивости по Ляпунову.

Положение равновесия системы (5.20) называется *устойчивым*, если для любого $\varepsilon>0$ можно найти такое $\delta>0$, что все решения системы с начальными условиями $|x_{i0}|<\delta,\ |x'_{i0}|<\delta,\ i=\overline{1,n}$, для $t>t_0$, будут удовлетворять $|x_i(t)|<\varepsilon,\ i=\overline{1,n}$.

Положение равновесия называется *асимптотически устойчивым*, если решения, кроме того, удовлетворяют условию

$$\lim_{t\to\infty} x_i(t)=0,\ i=\overline{1,n}, \qquad (5.22)$$

т.е. возмущенное движение асимптотически приближается к состоянию равновесия.

Согласно приведенному определению устойчивости изучаются общие свойства решений однородной системы (5.20), способность их группироваться вблизи состояния равновесия, а не расходиться от него со временем. Эта способность связана с возникновением внутренних сил системы, противодействующих ее удалению от состояния равновесия. При дальнейшем развитии теории устойчивости после Ляпунова было показано, что если состояние равновесия системы (5.20) асимптотически устойчиво, то и при действии возмущающих сил $f_i(t)\neq0$, произвольных по виду, но малых по величине, отклонения переменных $x_i(t)$ также будут малы, т.е. будет иметь место устойчивость системы и при длительно действующих возмущениях. Это положение известно в теории устойчивости как *теорема И.Г. Малкина*.

Устойчивость либо неустойчивость состояния равновесия является чисто качественной характеристикой решений системы уравнений, близких к решению $x_i\equiv0,\ i=\overline{1,n}$. Однако инженеру важно знать и количественные характеристики качества переходных процессов, позволяющие сопоставлять различные устойчивые системы между собой. Для этого на множестве решений рассматриваемой системы уравнений определяют функцию, т.е. каждому решению ставят в соответствие некоторое, по определенному правилу вычисляемое число. Такая функция, определенная на множестве функций, называется в математике *функционалом*. В рассматриваемых задачах функционалы называются *критериями качества переходных процессов*.

Часто критерии качества переходных процессов определяются по степени колебательности этих процессов, по степени их затухания во времени и т.д.

Сравнивая значения критериев качества переходных процессов для различных систем, имеют в виду задачу определения такой системы, которая обладает заданными характеристиками переходных процессов.

Решение системы уравнений. Один из подходов использует преобразование Лапласа. Напомним основные его положения.

Пусть $x_j(t)$ имеет изображение по Лапласу $x_j(p)$:

$$L\left[x_j(t) = x_j(p)\right] \tag{5.23}$$

Тогда dx_j / dt имеет изображение

$$L\left[dx_j / dt\right] = px_j(p) - x_j(0), \tag{5.24}$$

а d^2x_j / dt^2 – изображение

$$L\left[d^2x_j / dt^2\right] = p^2x_j(p) - px_j(0) - x_j'(0). \tag{5.25}$$

Учитывая это, получаем для изображений $x_j(p)$ из системы уравнений (5.20) следующую систему уравнений:

$$\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij}p^2 + b_{ij}p + c_{ij}\right)x_j(p) = f_i(p) + \sum_{j=1}^{n}\left[\left(a_{ij}p + b_{ij}\right)x_{j0} + a_{ij}x'_{j0}\right],\ i = \overline{1,n}. \tag{5.26}$$

Обозначим

$$f_i(p) + \sum_{j=1}^{n}\left[\left(a_{ij}p + b_{ij}\right)x_{j0} + a_{ij}x_{j0}\right] = \Psi_i(p). \tag{5.27}$$

Тогда система (5.26) перепишется в виде

$$\sum_{j=1}^{n}\left(a_{ij}p^2 + b_{ij}p + c_{ij}\right)x_j(p) = \Psi_i(p),\ i = \overline{1,n}, \tag{5.28}$$

откуда получим

$$x_i(p) = \sum_{j=1}^{n}\frac{D_{ji}(p)\Psi_j(p)}{D(p)}, i = \overline{1,n}, \tag{5.29}$$

где $D(p)$ - главный определитель системы уравнений (5.28) ; $D_{ji}(p)$ - алгебраическое дополнение элемента, стоящего на j-й строке и i-м столбце главного определителя.

Рассмотрим два случая.

1. Начальные условия нулевые, а $f_i(t) \neq 0$, где

$$x_i(p) = \sum_{j=1}^{n} \frac{D_{ji}(p) f_j(p)}{D(p)}. \qquad (5.30)$$

Множители $D_{ji}(p)/D(p)$ называются *операторными коэффициентами передачи, или передаточными функциями* системы от воздействия f_j к переменной x_i.

Часто удобно говорить о возмущающих функциях как о воздействиях, поданных на вход системы, а о координатах, характеризующих движение системы, – как о выходах системы. Тогда множитель $D_{ji}(p)/D(p)$ представляют как передаточную функцию от *j*-го входа к *i*-му выходу;

2. Пусть теперь начальные условия ненулевые, а все $f_j(t) \equiv 0$. Тогда

$$\Psi_i(p) = \sum_{j=1}^{n} \left[\left(a_{ij} p + b_{ij} \right) x_{j0} + a_{ij} x_{j0} \right] \qquad (5.31)$$

При этом $x_i(p)$ имеет *полюсы*[*], совпадающие с корнями главного определителя $D(p)$, т.е. с корнями $p_1, p_2, \ldots, p_k, \ldots, p_m$

$$D(p) = 0. \qquad (5.32)$$

Это уравнение называется *характеристическим* (*m* - степень характеристического уравнения). Других полюсов $x_i(p)$ не имеет, так как функция $D_{ji}(p)\Psi_j(p)$ в этом случае является целой. Полагая корни уравнения (5.32) простыми и используя теорему разложения, получаем оригинал

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{D_{ij}(p_k)\Psi_j(p_k) e^{p_k t}}{D(p_k)}. \qquad (5.33)$$

Аналогично можно получить оригинал и для $x_i(p)$ при учете $f_i(t)$, однако в этом случае полюсы $x_i(p)$ содержат не только корни характеристического уравнения, но и полюсы $f_i(p)$, $i = \overline{1,n}$.

Из выражения (5.33) видно, что поведение решения во времени определяется корнями характеристического уравнения.

---

[*] Полюсами $x_i(p)$ называются нули знаменателя, т.е. такие значения комплексного переменного *p*, при которых $x_i(p)$ обращается в бесконечность.

Теорема устойчивости по первому приближению для линейных систем, сформулированная А.М. Ляпуновым, дает следующие качественные характеристики устойчивости (рис. 5.2):

1) состояние равновесия асимптотически устойчиво, если все корни характеристического уравнения имеют отрицательные вещественные части. Это положение верно и в случае, если корни кратные;

2) если хотя бы у одного корня характеристического уравнения положительная действительная часть, то положение равновесия неустойчиво;

3) если характеристическое уравнение имеет простые корни с нулевой действительной частью (т.е. чисто мнимые корни или один корень нулевой), то положение равновесия устойчиво, но асимптотической устойчивости нет;

4) если у характеристического уравнения два нулевых корня, то положение равновесия неустойчиво.

На рис. 5.2 p_1 и p_2, p_4 и p_5, p_8 и p_9 - пары комплексно-сопряженных корней.

При простых корнях характеристического уравнения (5.32) решение (5.33) можно записать в более простом виде:

$$x_k(t) = C_{1k}e^{p_1(t)} + ... + C_{nk}e^{p_n t},$$
$$k = \overline{1,n}. \qquad (5.34)$$

При этом действительному корню $p_i = \alpha_i (\omega_i = 0)$ соответствует в решении член

$$C_{ik}e^{\alpha_i t}, \qquad (5.35)$$

где C_{ik} – действительное число.

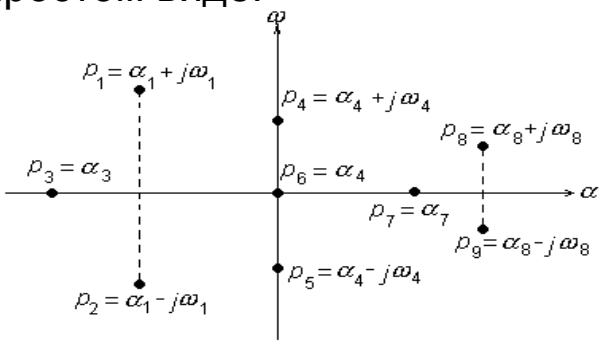


Рис. 5.2. Расположение корней на комплексной плоскости.

Паре комплексно-сопряженных корней $p_s = \alpha_s + j\omega_s$, $p_{s+1} = \alpha_s - j\omega_s$ соответствуют два члена в решении

$$C_{sk}e^{(\alpha_s + j\omega_s)t} + C_{s+1,k}e^{(\alpha_s - j\omega_s)t}, \qquad (5.36)$$

где c_{sk} и c_{s+1} всегда (при любых начальных условиях) комплексно–сопряженные

$$C_{sk} = A_{sk} - jB_{sk}; C_{s+1,k} = A_{sk} + jB_{sk}. \qquad (5.37)$$

Поэтому (5.36) после некоторых преобразований можно записать в виде

$$A_{sk}e^{\alpha_s t}\cos\omega_s t + B_{sk}e^{\alpha_s t}\sin\omega_s t = C_{sk}e^{\alpha_s t}\sin(\omega_s t + \varphi_{sk}), \qquad (5.38)$$

где $C_{sk} = \sqrt{A_{sk}^2 + B_{sk}^2}$; $\varphi_{sk} = \text{arctg}(A_{sk} / B_{sk})$.

На рис. 5.3 показаны особенности переходных процессов при различном расположении корней характеристического уравнения, показанных на рис. 5.2: 1 – p_3; 2 – p_7; 3 – p_1, p_2; 4 – p_8, p_9. Случаи 1 и 2 – апериодические устойчивый и неустойчивый, а случаи 3 и 4 – колебательные устойчивый и неустойчивый процессы соответственно.

Существуют так называемые частотные методы анализа устойчивости, основанные на использовании преобразования Фурье, однако мы их здесь касаться не будем.

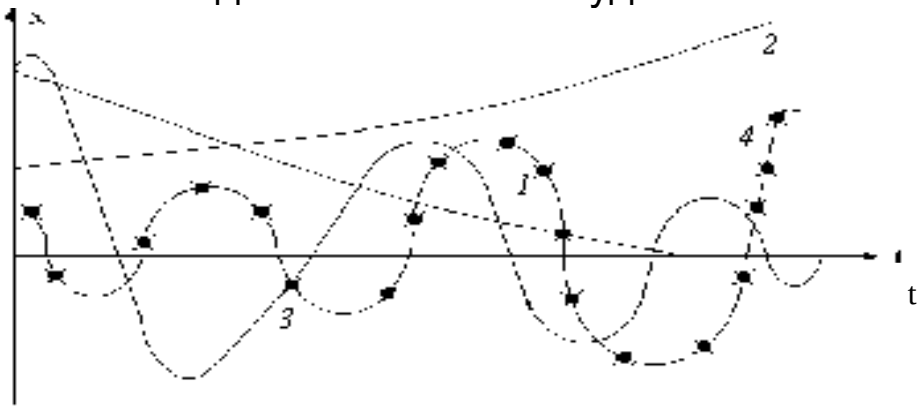


Рис. 5.3. Характер процесса во времени при разном расположении корней.

Модальный анализ. Будем рассматривать общий класс линейных моделей, описываемых в матричной форме уравнениями (в несколько иной записи по сравнению с (5.20)):

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bz(t), \qquad y(t) = cx(t), \tag{5.39}$$

где x – $(n \times 1)$-мерный вектор переменных состояния; z – $(r \times 1)$-мерный вектор входных переменных; y – $(q \times 1)$-мерный вектор выходных переменных; A, B, C – матрицы соответственно размерностью $n \times n$, $n \times r$, $q \times n$.

Как было отмечено выше, если матрица A имеет n различных собственных значений λ_j, $j = \overline{1,n}$, то она также имеет n соответствующих линейно независимых собственных векторов U_j, $j = \overline{1,n}$, удовлетворяющих уравнениям

$$AU_j = \lambda_j U_j, j = \overline{1,n}. \tag{5.40}$$

Нетрудно заметить, что собственные значения матрицы A из (5.39) и корни характеристического уравнений (5.32) – это одно и то же.

Матрица U, составленная из собственных векторов матрицы A,

$$U = [U_1, U_2, ..., U_n] \tag{5.41}$$

а также матрица V, составленная из собственных векторов $V_j, j = \overline{1,n}$, транспонированной матрицы A^{T},

$$V = [V_1, V_2, ..., V_n] \tag{5.42}$$

называются *модальными матрицами*.

Известно, что

$$V_j^{\mathrm{T}} U_i = 0, \;\; i \neq j; \;\; i, j = \overline{1,n}, \tag{5.43}$$

а при $i = j$

$$V_j^{\mathrm{T}} U_j = C_j \neq 0, \tag{5.44}$$

или в нормализованном виде

$$V_j^{\mathrm{T}} U_j = 1, \;\; j = \overline{1,n}. \tag{5.45}$$

Тогда для модальных матриц

$$V^{\mathrm{T}} U = E, \tag{5.46}$$

откуда

$$V^{\mathrm{T}} = U^{-1}. \tag{5.47}$$

Важным свойством модальной матрицы является то, что преобразование подобия с этой матрицей приводит исходную матрицу A к диагональному виду, т.е.

$$U^{-1} A U = \Lambda, \tag{5.48}$$

где $\Lambda = \mathrm{diag}[\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_n]$.

Если ввести новый вектор состояния $\xi(t)$, связанный с вектором $x(t)$ соотношением

$$x(t) = U\xi(t), \tag{5.49}$$

то с учетом (5.48) уравнения (5.39) преобразуются к каноническому виду

$$\begin{aligned} \frac{d\xi(t)}{dt} &= \Lambda\xi(t) + U^{-1} B z(t); \\ y(t) &= CU\xi(t). \end{aligned} \tag{5.50}$$

Решение первого уравнения системы (5.50) при нулевом векторе входных переменных $(z(t) = 0)$

$$\xi_i(t) = \xi_i(0)e^{\lambda_i t}, \quad i = \overline{1,n} \tag{5.51}$$

С учетом (5.49) решение первого уравнения системы (5.39) при $z(t) = 0$ может быть записано в виде

$$x(t) = U_1\xi_1(0)e^{\lambda_1 t} + ... + U_n\xi_n(0)e^{\lambda_n t}. \tag{5.52}$$

Положив в (5.52) t=0, получим

$$x(0) = U_1\xi(0) + ... + U_n\xi_n(0), \tag{5.53}$$

откуда

$$\xi(0) = U^{-1}x(0) = V^{\mathrm{T}}x(0) \tag{5.54}$$

или

$$\xi_i(0) = V_i^{\mathrm{T}}x(0), \quad i = \overline{1,n}. \tag{5.55}$$

С учетом (5.54) решение $x(t)$ при $z(t) = o$ может быть записано в виде

$$x(t) = U_1V_1^{\mathrm{T}}x(0)e^{\lambda_1 t} + ... + U_nV_n^{\mathrm{T}}x(0)e^{\lambda_n t} \tag{5.56}$$

или

$$x(t) = \sum_{i=1}^{n}[exp(\lambda_i t)]U_iV_i^{\mathrm{T}}x(0). \tag{5.57}$$

Из (5.52) следует, что свободное движение системы представляет собой линейную комбинацию n функций вида $[\exp(\lambda_i t)]U_i$, которые характеризуют *n динамических модальных составляющих или мод* системы (отсюда – модальный анализ).

В матричной форме (5.57) запишется как

$$x(t) = Ue^{\Lambda t}U^{-1}x(0) = \Phi(t)x(0). \tag{5.58}$$

В случае наличия произвольного вектора входных переменных $z(t)$ решение $x(t)$ при использовании переходной матрицы имеет следующий вид:

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bz(\tau)d\tau. \tag{5.59}$$

Косвенные методы. Критерий Гурвица. Как было отмечено выше, существуют косвенные методы анализа устойчивости линейных систем. Один из таких методов использует так называемый критерий Гурвица.

Для устойчивости системы требуется, чтобы коэффициенты характеристического уравнения были положительными, а также удо-

влетворяли некоторым соотношениям. *Критерий Гурвица* устанавливает эти соотношения в форме неравенств, соблюдение которых является необходимым и достаточным условием устойчивости системы любого порядка.

Система неравенств Гурвица строится следующим образом. Из коэффициентов характеристического уравнения n-й степени

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_n \tag{5.60}$$

составляется квадратная матрица n-го порядка

$$\begin{Vmatrix} \underline{a_1} & a_3 & a_5 & a_7 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \underline{a_0} & a_2 & a_4 & a_6 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots & a_{n-3} & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n \end{Vmatrix}. \tag{5.61}$$

Правило составления матрицы Гурвица следующее. По главной диагонали располагают коэффициенты многочлена (5.60) в порядке их нумерации с a_1 до a_n. В строках помещаются поочередно коэффициенты только с нечетными или только с четными индексами (включая и коэффициент a_0), причем влево от диагонали с уменьшающимися, вправо с увеличивающимися индексами. Все недостающие коэффициенты, т.е. коэффициенты с индексами меньше нуля или больше n, заменяются нулями.

Для обеспечения устойчивости требуется, чтобы все n диагональных миноров матрицы (5.61) были положительным. Диагональные миноры (называемые *определителями Гурвица*) получаются отчеркиванием их справа и снизу, как показано в (5.61). Таким образом, критерий Гурвица записывается как

$$\Delta_1 = a_1 > 0;\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} > 0; \ldots;\ \Delta_n > 0. \tag{5.62}$$

Заметим, что последний определитель Δ_n включает в себя уже всю матрицу Гурвица целиком. Если его раскрыть по элементам последнего столбца, содержащего только коэффициент a_n, то можно записать

$$\Delta_n = a_n \Delta_{n-1}. \qquad (5.63)$$

Гурвиц показал, что если непрерывно изменять коэффициенты характеристического уравнения, ухудшая устойчивость системы, то при потере устойчивости в нуль прежде всего обратится определитель Δ_n. Если при этом $\Delta_{n-1} > 0$, то граница устойчивости определяется условием $a_n = 0$. Это *граница апериодической устойчивости* (один действительный корень находится на мнимой оси плоскости корней). Если $a_n > 0$, то в нуль обращается Δ_{n-1}, что соответствует наличию на границе пары чисто мнимых корней $p_{1,2} = \pm j\omega_1$. Это *граница колебательной устойчивости*. При переходе через эту границу начинается самораскачивание системы с частотой ω_1. Если и дальше продолжать изменять коэффициенты, то могут стать отрицательными и другие определители Гурвица, а Δ_{n-1} вновь может стать положительным. Поэтому положительность a_n и Δ_{n-1} (а значит, и Δ_n) еще не свидетельствует об устойчивости, должны быть положительны также и другие определители Гурвица.

Существуют и другие косвенные методы анализа устойчивости линейных систем. Все эти методы (прямые и косвенные) активно используются при анализе устойчивости и качества переходных процессов линейных моделей ЭЭС.

Нелинейные системы. Методы решения. В общем виде нелинейные динамические модели систем описываются совместными нелинейными системами дифференциальных и алгебраических уравнений следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x,y); \\ 0 &= \varphi(x,y). \end{aligned} \qquad (5.64)$$

В ЭЭС математические модели вида (5.64) или их модификации широко используются для описания различного рода переходных процессов – электромеханических движений роторов синхронных и асинхронных машин с учетом происходящих в них электромагнитных процессов, действия систем регулирования, динамики энергоносителя в турбине и котле, их систем управления, динамики поведения частоты (частот) в системе и т.д.

Основным методом решения уравнений модели вида (5.64) является *численное интегрирование систем дифференциальных уравнений* модели, которое позволяет построить траектории изменения координат системы во времени.

Методов численного интегрирования нелинейных дифференциальных уравнений достаточно много. Рассмотрим на примере одного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = f(x) \qquad (5.65)$$

простейший из них – метод Эйлера. Для этого запишем (5.65) в приращениях на конечном интервале времени Δt

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = f(x) \quad \text{или} \quad \Delta x = f(x)\Delta t\,. \qquad (5.66)$$

Пусть нам известно значение правой части (5.65) в точке $t_k - f(x_k)$. Приращение координаты Δx_{k+1} на интервале Δt можно определить так, как показано на рис. 5.4, линеаризуя $f(x)$ на интервале Δt в точке t_k, и тогда

$$\Delta x^*_{k+1} = f(x_k)\Delta t\,.$$

Новое значение переменной x в точке t_{k+1} получится как

$$x^*_{k+1} = x_k + f(x_k)\Delta t\,. \qquad (5.67)$$

Из рис. 5.4 видно, что линеаризация $f(x)$ на шаге Δt дает погрешность в определении значения функции, которая тем больше, чем больше шаг Δt. При некоторых, достаточно больших Δt может получиться качественно другой процесс по сравнению с реальным: например, реальный процесс является затухающим колебательным, а его оценка с помощью метода Эйлера – расходящейся, с нарастающими колебаниями. С этой точки зрения для каждой системы, каждого процесса свое предельное значение Δt.

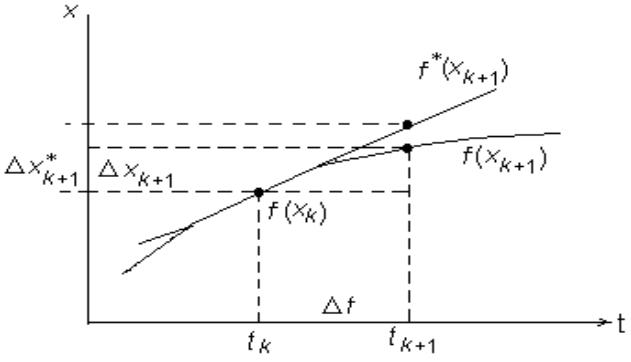


Рис. 5.4. Иллюстрация метода Эйлера.

В связи с *погрешностями интегрирования* существует такое понятие, как *устойчивость методов численного интегрирования*. Устойчивыми являются те методы, при применении которых не накапливаются погрешности интегрирования. По существу в этом

смысле понимание устойчивости то же, что и для динамических систем вообще.

Метод Эйлера вида (5.67) является так называемым *явным методом интегрирования*, когда слева от знака равенства новое значение переменной в точке t_{k+1} , а справа – ее значение и значение функции в предыдущей точке t_k.

Более устойчивы *неявные методы численного интегрирования*. Формула неявного метода Эйлера по аналогии с (5.67) выглядит как

$$x_{k+1} = x_k + f(x_{k+1})\Delta t\,. \qquad (5.68)$$

Ее отличия от (5.67) очевидны. Но для решения (5.68) нужно ее рассматривать на шаге Δt как нелинейное алгебраическое уравнение (в случае системы – систему нелинейных алгебраических уравнений), которое необходимо решать, например, методом Ньютона. В этом случае для модели (5.64) обе подсистемы уравнений нужно рассматривать и решать методом Ньютона совместно.

При использовании явных методов интегрирования вторую подсистему из (5.64) приходится решать на шаге интегрирования отдельно, после определения новых значений x, относительно неизвестных y. Затем на основе полученных y выполняется численное интегрирование первой подсистемы относительно x.

Явный (5.67) и неявный (5.68) методы Эйлера являются методами интегрирования первого порядка. Существуют методы второго и выше порядка. Одна группа методов высокого порядка использует еще несколько предшествующих точек $t_{k-1}, t_{k-2}, t_{k-3}, \ldots$ для более точной аппроксимации функции $f(x)$ на рассматриваемом шаге Δt. Другая группа применяет интерполяционные формулы для представления аппроксимаций $f(x)$ внутри шага Δt. Чем выше порядок метода, тем выше в общем случае его точность.

Приведенные краткие сведения дают лишь самые общие представления о методах численного интегрирования систем нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику систем, в том числе ЭЭС. Детальное изучение этой области – цель специальных курсов.

Качественным методом оценки устойчивости нелинейных динамических систем является метод функций Ляпунова, рассмотренный в п. 3.2. Однако для ЭЭС он не получил распространения вви-

ду трудности его применения к достаточно сложным системам и недостаточной точности получения оценок.

5.4. Случайные события, состояния и процессы

Случайные события. Теория вероятностей - это математическая наука, изучающая закономерности случайных событий, случайных величин и случайных функций.

Каждое событие, происходящее в окружающем мире, есть результат воздействия большого числа других событий, влияющих на возможность возникновения данного события. *Случайным событием* называется событие, которое может в данных конкретных условиях или произойти, или не произойти. В отличие от этого *достоверным* называется событие, которое обязательно произойдет, а *невозможным* - событие, которое не может произойти.

Если рассматривать достаточно большое число случаев, когда событие может произойти или не произойти, либо производить большое число проб (испытаний), то у любого случайного события начнет проявляться определенная объективная закономерность. Она выражается количественной характеристикой, присущей данному случайному событию. Этой характеристикой является *вероятность события*.

В ЭЭС случайными событиями являются, например, аварии типа короткого замыкания на ЛЭП, отказы оборудования и другие.

Два случайных события, *A* и *B*, будут считаться *независимыми*, если наступление одного из них не влияет на наступление другого, а *зависимыми* – в обратном случае.

Обычно в электроэнергетике, как и во многих других областях, приходится изучать вероятности не простых, а сложных случайных событий, являющихся комбинациями ряда простых (элементарных). Это можно сделать с помощью *законов вероятности сложных событий*.

Для независимых случайных событий такие законы могут быть сформулированы следующим образом:

1) вероятность возникновения хотя бы одного из двух случайных независимых и несовместимых событий *A* и *B* равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B); \qquad (5.69)$$

2) вероятность возникновения хотя бы одного из двух независимых и совместимых случайных событий *A* и *B* может быть записана как

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB), \qquad (5.70)$$

где последний член – вероятность одновременного возникновения событий.

3) вероятность одновременного возникновения двух несовместимых событий *A* и *B* равна нулю:

$$P(AB)=0; \qquad (5.71)$$

4) вероятность одновременного возникновения двух независимых и совместимых событий равна произведению их вероятностей:

$$P(AB)=P(A)P(B); \qquad (5.72)$$

5) сумма вероятностей противоположных событий равна единице:

$$P(A)+P(B)=1. \qquad (5.73)$$

Пусть два события *A* и *B* являются зависимыми; это означает, что вероятность одного из них изменяется, если происходит другое событие.

Условной вероятностью события *A* и *B* называется вероятность события *A*, если событие *B* имеет место. Она обозначается через $P(A/B)$.

Основные законы для взаимосвязанных случайных событий формулируются следующим образом:

1) условная вероятность события *A* и *B* при их совместимости и взаимозависимости равна

$$P(A/B)=P(AB)/P(B), \qquad (5.74)$$

причем $P(AB)\neq P(A)P(B)$;

2) из (5.74) следует вероятность одновременного наступления двух взаимозависимых и совместимых событий:

$$P(AB)=P(A/B)\cdot P(B). \qquad (5.75)$$

Взаимозависимыми событиями в ЭЭС являются, например, повреждения отдельных фаз ЛЭП. При повреждении одной фазы с незаземленной нейтралью напряжения двух других фаз возрастают в $\sqrt{3}$ раз, что увеличивает вероятность повреждения других фаз. Но даже в сети с заземленной нейтралью, где повышение напряжения других фаз не имеет места, ионизация воздуха, обусловленная коротким замыканием на одной фазе, способствует перекрытию других фаз.

При большом числе однотипных генерирующих агрегатов в ЭЭС вероятности повреждения различного числа агрегатов могут быть определены по биномиальной формуле вероятности для схемы независимых испытаний (схема Бернулли).

Пусть p – вероятность того, что событие *A* произойдет, q - что не произойдет, при этом

$$q = 1 - p .$$

Зная p и q, можно определить вероятность того, что в n независимых испытаниях событие *A* (например, повреждение агрегата) случится m раз. Обозначим эту вероятность через P_n^m. Она равна произведению числа комбинаций из n по m на вероятность события в степени m и на противоположную вероятность в степени $(n-m)$:

$$P_n^m = C_m^n p^m q^{n-m} = \frac{n!}{n!(n-m)!} p^m q^{n-m}. \qquad (5.76)$$

Это выражение называют *формулой биномиального распределения*. Очевидно, что

$$\sum_{m=0}^{n} P_n^m = 1. \qquad (5.77)$$

Случайные состояния определяются случайными величинами. *Случайной величиной* называется величина, принимающая в результате опыта то или иное значение, которое заранее неизвестно. Между случайной величиной и случайным событием существует тесная связь. Если каждому случайному событию можно поставить в соответствие какую-либо величину, то появлению того или иного случайного события отвечает та или иная случайная величина. В качестве случайной величины можно принять число однородных случайных событий за определенный промежуток времени.

К случайным величинам в электроэнергетике относятся такие важные параметры режима ЭЭС, как спрос электрической мощности (нагрузка) и энергии (потребление), отклонения частоты и напряжений в электрических сетях от номинальных значений, располагаемые мощности электростанций, мощность агрегатов в аварийном ремонте, длительности безаварийной работы и аварийного ремонта отдельных агрегатов, напор на ГЭС и др. Знание закономерностей этих случайных величин необходимо как при проектировании, так и при эксплуатации ЭЭС.

Случайные величины можно разделить на два класса: дискретные и непрерывные. Для количественной оценки вероятностей как тех, так и других вводят функцию распределения $F(x)$, которая, по определению, равна вероятности того, что данная случайная величина η (непрерывная или дискретная) попадает в интервал значений от -∞ до некоторого значения x, т.е. она меньше, чем x:

$$F(x) = P(-\infty \le \eta < x). \qquad (5.78)$$

Если известны значения $F(x_1)$ и $F(x_2)$ для случайной величины η, то искомая вероятность попадания в интервал будет

$$P(x_1 \le \eta < x_2) = F_2(x_2) - F_1(x_1). \qquad (5.79)$$

Плотность распределения вероятностей $\varphi(x)$ представляет собой производную от функции распределения по значению случайной величины x:

$$\varphi(x) = dF(x)/dx, \qquad (5.80)$$

поэтому

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(x)dx \qquad (5.81)$$

и нетрудно получить, что

$$P(x_1 \le \eta < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} \varphi(x)dx. \qquad (5.82)$$

Для оценки среднего (в вероятностном смысле) значения случайной величины вводится понятие математического ожидания, представляющего собой действительно среднее значение случайной величины, определяемое с учетом различных вероятностей отдельных значений. Математическое ожидание для дискретной случайной величины определяется как

$$M(\eta) = \sum_k x_k P_k, \qquad (5.83)$$

а для непрерывной –

$$M(\eta) = \int_{-\infty}^{\pm\infty} x \cdot \varphi(x)dx. \qquad (5.84)$$

В теории вероятностей доказывается ряд теорем, связанных с математическим ожиданием, которые здесь приводятся без доказательств.

1. Математическое ожидание постоянной величины C равно этой величине, т.е.

$$M(C) = C. \qquad (5.85)$$

2. Математическое ожидание произведения случайной величины на постоянную C равно

$$M(C\eta) = CM(\eta). \quad (5.86)$$

3. Математическое ожидание суммы случайных величин равно

$$M(\alpha + \beta) = M(\alpha) + M(\beta). \quad (5.87)$$

4. Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно

$$M(\alpha\beta) = M(\alpha)M(\beta). \quad (5.88)$$

В качестве меры отклонений случайной величины от ее математического ожидания принимают величину, равную математическому ожиданию квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания, которую называют *дисперсией* случайной величины, т.е.

$$D(\eta) = M[\eta - M(\eta)]^2. \quad (5.89)$$

Квадратный корень из величины дисперсии называется *среднеквадратичным* или *стандартным отклонением* случайной величины:

$$\delta(\eta) = \sqrt{D(\eta)} = \sqrt{M[\eta - M(\eta)]^2}. \quad (5.90)$$

Для дискретных случайных величин

$$D(\eta) = \sum [x_k - M(x)]^2 P_k, \quad (5.91)$$

а для непрерывных –

$$D(\eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} [x - M(x)]^2 \varphi(x) dx. \quad (5.92)$$

Приведем без доказательств ряд теорем о дисперсии случайных величин.

$$D(C) = 0. \quad (5.93)$$

$$D(C\eta) = C^2 D(\eta). \quad (5.94)$$

$$D(C + \eta) = D(\eta). \quad (5.95)$$

$$D(\varepsilon + \eta) = D(\eta). \quad (5.96)$$

$$D\left(\frac{\eta_1 + \eta_2 + ... + \eta_n}{n}\right) = \frac{1}{n^2}[D(\eta_1) + ... + D(\eta_n)] = D(\eta_i)/n \quad (5.97)$$

при условии $D(\eta_1) = ... = D(\eta_n)$.

Случайные процессы. Определим сначала понятие *случайной функции*, которой называется величина, изменяющаяся при изме-

нении аргумента случайным образом. Если аргументом случайной функции, как это в большинстве практических приложений имеет место, является время, то такая случайная функция называется *случайным процессом*.

Случайная функция в каждом отдельном опыте представляется некоторой конкретной функцией аргумента – неслучайной. Эта конкретная функция называется *реализацией случайной функции* в данном опыте.

Случайные процессы в электроэнергетике связаны в первую очередь с метеорологическими условиями – это изменения располагаемой мощности и энергии ГЭС, зависящие от приточности рек; изменения суммарного спроса мощности и энергии в ЭЭС, зависящие от изменения температуры наружного воздуха, и т.д. Случайные процессы могут быть связаны также с потоками однородных событий, например возникновение аварий, окончание аварийных ремонтов и т.п.

Для каждого конкретного значения времени t случайный процесс характеризуется некоторой случайной величиной, которая называется *сечением случайного процесса*. Случайные величины, представляющие собой сечения случайного процесса, являются *зависимыми величинами*, т.е. имеют корреляционную связь. В этой связи и заключается *единство процесса*.

Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратичное отклонение случайного процесса – это характеристики всех его сечений, т.е. неслучайные функции времени $M_X(t), D_X(t), \delta_X(t)$.

Для полной характеристики случайного процесса нужно знать еще одну величину – так называемую *корреляционную функцию* процесса, которая представляет собой математическое ожидание произведения централизованных значений для случайных величин для двух произвольных конкретных значений t и t', т.е.

$$K_X(t,t') = M\left[\overset{\circ}{X}(t)\overset{\circ}{X}(t')\right], \qquad (5.98)$$

где централизованное значение $\overset{\circ}{X}(t)$ равно разности случайной функции времени и ее математического ожидания:

$$\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - M_X(t). \qquad (5.99)$$

Для $t = t'$

$$K_x(t,t) = M\left[\overset{\circ}{X}(t)\right]^2 = D_x(t). \qquad (5.100)$$

Если ввести понятие *нормированной* случайной величины, определяемой как

$$X_N(t) = \frac{X(t) - M_x(t)}{\delta_x(t)} = \frac{\overset{\circ}{X}(t)}{\delta_x(t)}, \qquad (5.101)$$

то *коэффициент корреляции* двух нормированных сечений будет

$$\rho_x(t,t') = \frac{K_x(t,t')}{\delta_x(t)\delta_x(t')} = M[X_N(t)X_N(t')]. \qquad (5.102)$$

При $t = t'$

$$\rho_x(t,t) = \frac{D_x(t)}{\delta_x^2(t)} = 1. \qquad (5.103)$$

Одним из простейших случайных процессов является поток случайных однородных событий, представляющий собой случайное чередование этих событий. Примеры потоков однородных событий в электроэнергетике были приведены выше. *Простейшим потоком* однородных событий называется поток, обладающий свойствами стационарности, отсутствия последствия и ординарности. В качестве величины, характеризующей этот поток, примем вероятность того, что за некоторый интервал времени τ (от α до $\alpha+\tau$) произойдет k однородных событий. Обозначим эту величину через $U_k(\tau)$.

Стационарность процесса заключается в том, что значения $U_k(\tau)$ не зависят от значения α – начала данного интервала, т.е. вероятностные характеристики потока не зависят от времени. Так как интервалом времени τ может быть любое число событий, от 0 до ∞, то

$$\sum_{k=0}^{\infty} U_k(\tau) = 1. \qquad (5.104)$$

Отсутствие последействия означает, что $U_k(\tau)$ не зависит от событий, имевших место до начала интервалаα. Следовательно, условная вероятность того, что за интервал произойдет именно k событий (при условии, что до начала интервала произошло некоторое число событий), равна безусловной вероятности $U_k(\tau)$. Таким

образом, протекание процесса в непересекающихся интервалах времени независимо.

Ординарность процесса показывает, что вероятность возникновения двух и более событий за интервал τ стремится к нулю. Если обозначить вероятность двух и более событий за интервал τ через $\psi(t)$, то ординарность выражается как

$$\psi(\tau) \to 0 \quad \text{при } \tau \to 0. \tag{5.105}$$

Заметим, что

$$\psi(\tau) = 1 - U_o(\tau) - U_1(\tau). \tag{5.106}$$

Таким образом, за очень короткий интервал времени возникновение двух событий имеет ничтожную вероятность, т.е. практически невозможно.

Простейший случайный процесс, несмотря на его допущения, позволяет описывать достаточно адекватно реальности многие случайные процессы в электроэнергетике.

5.5. Нечеткие описания

Нечеткие множества. В традиционной прикладной математике множество понимается как совокупность элементов (объектов), обладающих некоторым общим свойством. Для любого элемента при этом рассматриваются лишь две возможности: он либо принадлежит данному множеству (т.е. обладает данным свойством), либо нет (т.е. не обладает данным свойством).

Понятие *нечеткого множества* – попытка математической формализации, в основе которой лежит представление, что составляющие данное множество элементы, обладающие общим свойством, могут обладать этим свойством в различной степени и, следовательно, принадлежать данному множеству с различной степенью.

Один из простейших способов математического описания нечеткого множества – характеризация степени принадлежности элемента множеству числом, например, из интервала [0, 1].

Пусть X – некоторое множество (в обычном смысле) элементов. В дальнейшем мы будем рассматривать подмножества этого множества.

Нечетким множеством C в X называется совокупность пар вида $(x, \mu_C(x))$, где $x \in X$, а μ_C – функция $X \to [0,1]$, называемая *функ-*

цией принадлежности нечеткого множества x, определяет *степень принадлежности* этого элемента нечеткому множеству C.

Нечеткие системы впервые были предложены в 1920-х годах польским математиком К. Лукашевичем. В 1960-е годы американский математик Л. Заде ввел понятия взвешенной принадлежности и функции принадлежности.

Операции над нечеткими множествами. *Равенство*. Два нечетких множества *A* и *B* равны (*A*=*B*) тогда и только тогда, когда

$$(A = B) = \forall x \in X : \mu_A(x) = \mu_B(x). \quad (5.107)$$

Пересечение двух нечетких множеств *A* и *B*, обозначаемое *A*∩*B*, определяют как наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в *A* и *B* (см. рис. 5.5, *а*), т.е.

$$(A \cap B) = (\forall x \in X : \mu_{A \cap B}) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)). \quad (5.108)$$

Объединение двух нечетких множеств *A* и *B* определяется как наименьшее нечеткое подмножество, которое содержит как A, так и B (см. рис. 5.5, *б*), т.е.

$$(A \cup B) = (\forall x \in X : \mu_{A \cup B}) = max(\mu_A(x), \mu_B(x)). \quad (5.109)$$

Дополнение. Будем говорить, что два нечетких множества дополняют друг друга, если (см. рис. 5.5, *в, г*)

$$\forall x \in X : \mu_A(x) = 1 - \mu_B(x). \quad (5.110)$$

Включение. Будем говорить, что *A* содержится в *B*, если (см. рис. 5.5, *е*)

$$(A \subset B) = (\forall x \in X : \mu_A(x) \le \mu_B(x)). \quad (5.111)$$

Операция *перемещения* изменяет значения множества на величину λ (см. рис. 5.5, *д*), т.е.

$$\forall x \in X, \mu_B(x) = \mu_A(x - \lambda), \lambda \in R. \quad (5.112)$$

Нормализация. Операция осуществляется в соответствии со следующей формулой (см. рис. 5.5, *е*)

$$\forall x \in X, \mu_B(x) = \mu_A(x) / \max \mu_A(x). \quad (5.113)$$

Уплотнение. Операция проводится в соответствии со следующей формулой (см. рис. 5.5, *ж*)

$$\forall x \in X, \mu_B(x) = (\mu_A(x))^k, k > 1. \quad (5.114)$$

а *б* *в*

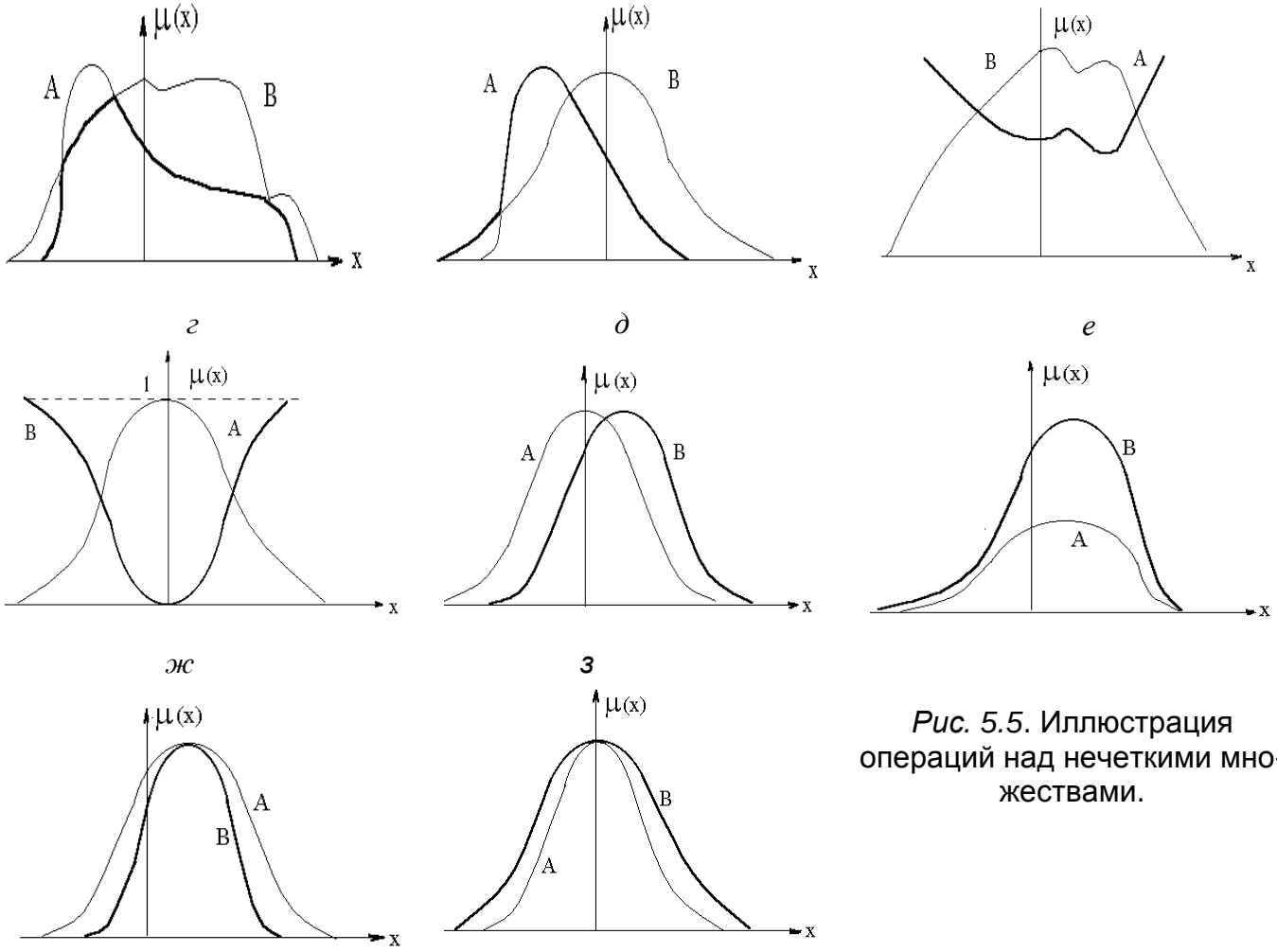


Рис. 5.5. Иллюстрация операций над нечеткими множествами.

Растяжение. Операция выполняется в соответствии со следующей формулой (см. рис. 5.5, *з*)

$$\forall x \in X, \mu_B(x) = (\mu_A(x))^k, 0 < k < 1. \qquad (5.115)$$

Нечеткие отношения. *Нечетким отношением R на множестве X* называется нечеткое подмножество декартова произведения $X \cdot X$, характеризующиеся функцией принадлежности $\mu_R : X \cdot X \to [0,1]$. Значение $\mu_R(x,y)$ этой функции понимается как субъективная мера или степень выполнения отношения xRy.

Обычное отношение можно рассматривать как частный случай нечеткого отношения, функция принадлежности которого принимает лишь значения 0 или 1.

Далее будем использовать символы $\bigvee\limits_x$ для обозначения максимума относительно элемента или переменной x, $\bigwedge\limits_x$ – для обозначения минимума относительно элемента или переменной x. Так,

$$\mu_1(x) = \bigvee_y \mu(x,y) = \max_y \mu(x,y), \quad (5.116)$$

$$\mu_2(x) = \bigwedge_y \mu(x,y) = \min_y \mu(x,y). \quad (5.117)$$

Операции над нечеткими отношениями. *Пересечение двух отношений R и L* обозначается R∩L и определяется выражением

$$\mu_{R\cap L}(x,y) = \mu_R(x,y) \wedge \mu_L(x,y) = \min(\mu_R(x,y), \mu_L(x,y)). \quad (5.118)$$

Объединение двух отношений R и L обозначается $R \cup L$ и определяется выражением

$$\mu_{R\cup L}(x,y) = \mu_R(x,y) \vee \mu_L(x,y) = \max(\mu_R(x,y), \mu_L(x,y)) \quad (5.119)$$

Алгебраическое произведение $R \cdot L$ двух отношений R и L определяется выражением

$$\mu_{R\cdot L}(x,y) = \mu_R(x,y) \cdot \mu_L(x,y). \quad (5.120)$$

Знак «·» в правой части этого выражения обозначает обычное умножение.

Алгебраическая сумма двух отношений R и L обозначается $R + LR + L$ и определяется следующим выражением

$$\mu_{R+L}(x,y) = \mu_R(x,y) + \mu_L(x,y) - \mu_R(x,y) \cdot \mu_L(x,y). \quad (5.121)$$

Знак “+” здесь – обычное сложение.

Дополнение отношения R (обозначается $\overline{R}$) есть такое отношение, что

$$\mu(x,y) \subset X \cdot Y : \mu_{\overline{R}}(x,y) = 1 - \mu_R(x,y). \quad (5.122)$$

Дизъюнктивная сумма двух отношений R и L обозначается $R \oplus L$ и определяется выражением:

$$R \oplus L = \left(R \cap \overline{L}\right) \cup \left(\overline{R} \cap L\right). \quad (5.123)$$

Композиция двух нечетких отношений. Пусть R_1 и R_2 - два нечетких отношения, $R_1 \subset X \times X$, $R_2 \subset Y \times Z$. Композиция max-min двух нечетких отношений обозначается $R_1 \cdot R_2$ и определяется выражением

$$\mu_{R_1\cdot R_2}(x,z) = \bigvee_y \left(\mu_{R_1}(x,y) \wedge \mu_{R_2}(x,z)\right) = \max\left(\min\left(\mu_{R_1}(x,y), \mu_{R_2}(x,y)\right)\right). \quad (5.124)$$

Приведенные определения нечетких множеств и нечетких отношений, а также базовые операции над ними являются основой для нечетких описаний систем. Более детальное рассмотрение данного подхода выходит за рамки предварительного ознакомления с тео-

рией нечеткости; более подробные сведения об этом можно найти в специальной литературе.

5.6. Логические и другие неаналитические модели

Рассмотрим некоторые модели неаналитического типа, которые часто используются при описании систем [20].

Логика высказываний изучает предложение естественного языка, которые могут быть либо истинны, либо ложны. Имеется пять *логических связок*:

* отрицание (обозначается $\neg$);
* конъюнкция или логическое “и” (обозначается $\wedge$);
* дизъюнкция или логическое “или” (обозначается $\vee$);
* импликация или “следует” (обозначается $\rightarrow$ или $\subset$, или $\Rightarrow$);
* эквивалентность (обозначается $\equiv$ или $\leftrightarrow$, или $\Leftrightarrow$, или $\sim$).

Всякое высказывание из *множества базовых элементов*, включающих множество высказываний и множество логических связок, называется *формулой*. Значение истинности сложной формулы зависит от ее структуры и от значений истинности составляющих ее высказываний. Таким образом, формулы исчисления высказываний можно рассматривать как *функции истинности*, или *функции алгебры логики*, или *булевы функции* по имени английского математика XIX столетия Дж. Буля – основоположника математической логики.

Рассмотрим в качестве примера следующую логическую формулу:

“выключатель включен - ИСТИНА” $\wedge$ “ток ненулевой - ЛОЖЬ” $\rightarrow$ “нагрузка нулевая - ИСТИНА”

Предикаты. Исчисление высказываний не позволяет формализовать все множество реально встречающихся рассуждений. Для этого используются *предикаты*, которые отражают некоторые свойства, присущие определенному объекту, или отношения, которые существуют между группой элементов.

В состав *базовых элементов* исчисления предикатов первого порядка включаются:

* *индивидные константы* – как правило, имена некоторых объектов, их обозначают обычно строчными буквами латинского алфавита $a, b, c, d, \ldots$;

• *переменные* – служат для обозначения предикатных переменных. Часто обозначаются последними строчными буквами латинского алфавита – $z, y, x, \ldots$;

* *функциональные символы* – выражают функциональные зависимости между объектами. Обозначаются строчными латинскими буквами f, g, h и строчными греческими буквами. Иногда используются слова русского языка, не содержащие прописных букв, например “прибавить”, “включить”, “уничтожить”;

* *предикатные символы* – обозначаются либо прописными буквами латинского алфавита $A, B, C, \ldots, Z$, либо словами русского языка, составленными из прописных букв, например, “БОЛЬШЕ”, “БЫТЬ РАБОТОСПОСОБНЫМ” и т.д.;

* *базовые элементы логики высказываний* – см. выше;

* *кванторы существования и общности*. При записи предикатных выражений могут встретиться два важных случая. В одном из них предикатная переменная может пробегать всю совокупность элементов соответствующего ей множества значений. Во втором – предикатное высказывание относится к некоторым элементам соответствующего множества, но каким – неизвестно.

В первом случае говорят “Для всех элементов из множества данный факт имеет место”. Во втором – “Хотя бы для одного элемента множества данный факт имеет место”.

Для записи предикатных выражений в первом случае используют символ $\forall$ – *квантор общности* (перевернутая буква А от английского слова ALL - все), во втором – *квантор существования* $\exists$ (перевернутая буква Е от английского слова EXIST – существовать). В обоих случаях справа от квантора пишется переменная, к которой он относится.

Рассмотрим в качестве примера выражение “Для каждой системы x существует система y, включающая ее. Для каждой системы x существует система z, включаемая в нее”. Предикатная форма записи этого выражения выглядит как

$$\forall x \exists y \text{ включает } (x, y) \wedge \forall x \exists z \text{ входит } (x, z)$$

Конечные автоматы. Конечный автомат есть логико-математический объект $C = \langle X, Y, S, \delta, \lambda \rangle$, где X – конечный входной алфавит (значения непрерывной или дискретной переменной); Y – конечный выходной алфавит (смысл тот же); S – конечное множество состояний; $\delta : S \times X \to S$ – функция переходов; $\lambda: S \times X \to Y$ (автомат Мили) или $\lambda: S \to Y$ (автомат Мура) – функция выходов.

В зависимости от того, каким образом определены функции переходов и выходов, конечный автомат может быть *детерминированным*, *вероятностным* или *нечетким*.

Конечный автомат функционирует в дискретные такты времени $T = \{0, 1, 2, 3, ...,\}$ так что очередное состояние в момент $t \in T$

$$s(t+1) = \delta(s(t), x(t)) \tag{5.125}$$

и выходной символ

$$\begin{aligned} y(t) &= \lambda(s(t), x(t)) - && \text{для автомата Мили;} \\ y(t) &= \lambda(s(t)) - && \text{для автомата Мура.} \end{aligned} \tag{5.126}$$

Сложные конечно-автоматные модели могут быть представлены *композицией автоматов*, т.е. некоторой совокупностью автоматов, имеющих соединенные друг с другом входные и выходные полюсы. Общее число состояний композиции автоматов может достигать значения, равного произведению чисел состояний автоматов, составляющих композицию.

С практической точки зрения автоматные модели можно разделить на модели поведения, модели диагностики и модели управления. *Модели поведения* выражают зависимость событий – следствий от вызывающих их событий – причин. *Модели диагностики* выражают зависимость диагностического состояния от зафиксированной наблюдениями последовательности событий. *Модели управления* выражают зависимость событий, которые будут выступать в качестве управляющих воздействий, от поставленных целей управления.

Сети Петри. Множество ситуаций, возникающих в реальном мире, при моделировании их сетями Петри делится на элементы двух типов: *события* и *условия*. Событие может быть осуществлено лишь тогда, когда для этого созреют необходимые условия. Свершение события, в свою очередь, влечет за собой выполнение какого-либо из частных условий. Частные условия, выполненные в

определенной совокупности, создают условия для реализации некоторого события.

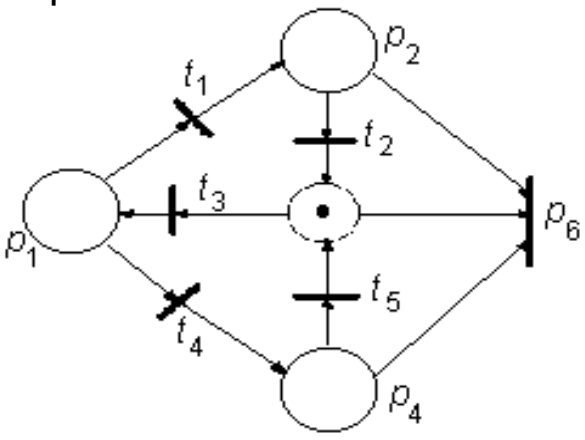


Рис. 5.6. Сеть Петри (p_i – место-условие; t_i – переход событие; • – фишка).

В графическом представлении сетей Петри (рис. 5.6) события изображают “помехами” и называют их переходами, а условия – “кружочками”, называя их *местами*. Направленными дугами соединяют места с переходами, а переходы с местами. Совокупность выполненных условий изображается маркировкой, т.е. размещением фишек в кружках, соответствующих местам сети. Набор *фишек*, размещенных некоторым образом, называется *разметкой* сети Петри.

Функционирование сети Петри осуществляется как совокупность срабатываний переходов, изменяющих разметку сети. Переход срабатывает, если маркированы все места, соединенные с дугами, входящими в данный переход. Срабатывание перехода влечет за собой перемещение фишек из мест, расположенных на дугах, входящих в переход, в места, расположенные на дугах, выходящих из перехода. Места, из которых дуги ведут в переход, называются *входными***.** Места, в которые дуги ведут из перехода, называются *выходными.*

С каждым переходом сети может быть сопоставлено продукционное правило “ЕСЛИ В, ТО А”, вытекающее из правила вывода $\frac{\mathrm{B}, \mathrm{B} \to \mathrm{A}}{\mathrm{A}}$, где В – формула, представляющая собой конъюнкцию высказываний, соответствующих входным местам; А – формула, представляющая собой конъюнкцию высказываний, соответствующих выходным местам.

Асинхронность моделируемого процесса не выдвигает требований того, чтобы истинность высказываний из В или свершение соответствующих им событий относилось к одному моменту времени. Они могут происходить последовательно друг за другом в произвольном порядке, важно лишь, чтобы они все произошли.

Формально сеть Петри – это набор $NP = (P, T, F, W, M_0)$, где *З* – множество мест сети; Т – множество переходов сети;

$F \subseteq P \times T \cup T \times P$ – отношение инцидентности; $W: F \to N$ – кратность дуг, т.е. функция, сопоставляющая каждую дугу с натуральным числом; $M_0: P \to N$ – начальная разметка сети, т.е. функция, сопоставляющая с каждым местом натуральное число, соответствующее его маркировке.

Срабатывание перехода $t \in T$ при разметке M порождает разметку M_1 по следующему правилу:

$$\forall p \in P : M_1(p) = M(p) - F(p,t) + F(t,p), \qquad (5.127)$$

т.е.
$$M_1 = M - F(t) + F_1(t) \qquad (5.128)$$

Искусственные нейронные сети. Элементами искусственной нейронной сети (ИНС) являются *формальные нейроны*, каждый из которых имеет множество входов $X = \{x_i, i = \overline{1,n}\}$ и один выход $F(Y)$. Функционирование нейрона осуществляется в два приема. На первом шаге находится численное значение *возбуждения* Y, полученного нейроном со стороны входов, на втором – *активационной функции* F, определяющей его выход.

Величина возбуждения вычисляется обычно как взвешенная по весовым коэффициентам w_i сумма входных сигналов

$$Y = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \,. \qquad (5.129)$$

Активационная функция может быть представлена по-разному, но наиболее часто используются:

- пороговая функция $F(Y) = \begin{cases} 1, \text{ если } Y > \alpha, \\ 0, \text{ если } Y \le \alpha; \end{cases}$ (5.130)

- сигмоидная функция $F(Y) = \dfrac{1}{1 + \exp(-aY)}$, $a > 0$; (5.131)

- гиперболический тангенс $F(Y) = \text{th}(bY)$, $b > 0$. (5.132)

Формальные нейроны объединяются в ИНС, располагая их *слоями*. При этом выделяют входной слой, на который подаются входные сигналы, выходной слой, с которого снимается обработанный сетью сигнал, и промежуточные – скрытые слои.

Существует большое количество способов для объединения нейронов в ИНС. К наиболее важным из них относятся:

- *перцентрон* – сеть прямого распространения, в которой нейроны каждого слоя не связаны между собой, а сигналы передаются только на нейроны следующего слоя;
- *карта Кохонена* – нейроны внутри слоя Кохонена могут иметь неизменяемые тормозящие связи с соседями, связи с нейронами входного слоя настраиваются в процессе обучения с учетом топологической близости нейронов в слое Кохонена;
- *сеть Хопфилда* – все нейроны связаны друг с другом.

Так как выходная реакция ИНС на входные сигналы зависит от параметров активационной функции и значений весовых коэффициентов каждого нейрона, то, изменяя их, можно менять функциональные преобразующие свойства сети. Это используют для обучения ИНС. Изменению подвергаются обычно значения весовых коэффициентов. Имеются различные виды обучения ИНС, однако это уже предмет специального рассмотрения.

Очень важное свойство ИНС – ее *способность к обобщениям* – состоит в том, что при появлении ранее не встречавшейся входной ситуации сеть может выдать такой же ответ, какой следовал бы при предъявлении ситуации, уже знакомой из прошлого опыта и в определенном смысле близкой к текущей. Именно это свойство используется исследователями при необходимости относить текущие ситуации к тому или иному классу. Тогда сеть реализует продукцию вида “ЕСЛИ ситуация, ТО класс”, где под ситуацией понимается некоторое множество событий. Связывая ситуации с классами решений, можно получать продукцию “ЕСЛИ ситуация, ТО решение”.

Комбинированные модели. В этом параграфе даны общие представления лишь о некоторых видах логических (точнее, логико-лингвистических) моделей. Существуют еще и другие подобные модели или их разновидности, например разновидности сетей Петри. Как уже было видно, все они в основе содержат или позволяют воспроизводить продукционные правила, рассмотренные в п. 4.2 как один из языков представления знаний. Следовательно, все рассмотренные в данном параграфе модели являются языками представления знаний и могут быть использованы (и используются практически) в качестве таковых в экспертных системах.

Многообразие свойств систем часто не позволяет ограничиваться лишь одной какой-нибудь формой логико-лингвистической модели. Применение комбинированных моделей значительно расширяет их возможности.

Таким образом, *комбинированная логико-лингвистическая модель*, соединяющая совокупность декларативных и процедурных знаний, может быть представлена композицией логико-лингвистических моделей, каждая из которых в функциональном отношении осуществляет логический вывод, а с точки зрения конструктивной воплощает логико-математический механизм, адекватный структуре отражаемого данной моделью декларативного знания.

5.7. Преобразования моделей систем

Методической основой преобразования моделей систем являются современные формальные методы теории декомпозиции и теории возмущений [13, 14]. Рассмотрим суть этих методов применительно к моделям ЭЭС на пример динамических моделей, из которых легко получаются другие при соответствующих допущениях [1].

Декомпозиция моделей. В общем виде модель динамической системы может быть представлена как

$$dX/dt = f(X,V);\ X(0) \in R^X;\ V \in V^*, \qquad (5.133)$$

где множество R^X и V^* для ЭЭС определяют, соответственно, установившиеся доаварийные режимы системы и возмущения, которым она подвержена, а матричное дифференциальное уравнение – математическое описание переходных процессов в ЭЭС при возмущениях. Структуру системы определяют ее параметры, которые формируют связи между элементами и отображают структуру в правой части (5.133). Установившийся режим ЭЭС описывается матричным алгебраическим уравнением, получающимся из указанного дифференциального уравнения как частный случай при $dX/dt = 0$:

$$f(X) = 0;\ X \in R^X. \qquad (5.134)$$

Послеаварийный режим, в который приходит ЭЭС после планового переключения или возмущения в результате действия средств управления и персонала, определяется условием

$$X(T) \in R_{\Pi}^{X}, \qquad (5.135)$$

где T - момент времени, соответствующий установлению послеаварийного режима; R_{Π}^{X} характеризует ограничения на переменные состояния ЭЭС в послеаварийном режиме.

В общем случае декомпозиция динамической системы вида (5.133) связана с некоторым *гладким преобразованием координат*

$$Z = \pi(X), \qquad (5.136)$$

в результате которого система (5.133) с учетом (5.135) заменяется системой

$$dZ/dt = \varphi(Z,V); Z(0) \in R^{Z}; \quad V \in V^{*}; Z(T) \in R_{\Pi}^{Z}. \qquad (5.137)$$

Смысл R^{Z} и R_{Π}^{Z} аналогичен R^{X} и R_{Π}^{X}.

Преобразование (5.136) *обратимо*, если существует обратная ему функция $X = \pi(Z)$, в противном случае преобразование (5.136) необратимо. Одним из условий обратимости преобразования (5.136) является один и тот же размер векторов X и Z.

Преобразование (5.136) осуществляет декомпозицию рассматриваемой системы, если при $Z = \{Z_{\ell}, Z_{m}\}$ система (5.137) представляется следующими составляющими (условия определения $Z(0)$, $Z(\mathrm{T})$ и V далее для простоты опускаются):

$$\begin{aligned} dZ_{\ell}/dt &= \varphi_{\ell}(Z_{\ell}, V); \\ dZ_{m}/dt &= \varphi_{m}(Z_{m}, V), \end{aligned} \qquad (5.138)$$

или

$$\begin{aligned} dZ_{\ell}/dt &= \varphi_{\ell}(Z_{\ell}, V), \\ dZ_{m}/dt &= \varphi_{m}(Z_{\ell}, Z_{m}, V). \end{aligned} \qquad (5.139)$$

Система (5.138) включает две независимые подсистемы. Система (5.139) фактически представляет собой иерархическую двухуровневую модель исходной системы (5.133).

Можно подобрать такое преобразование (5.136), чтобы каждая компонента вектора Z представляла некоторый подвектор X. Тогда вместо (5.133) получим *агрегированную* систему (5.137). Преобразование (5.136) в этом случае не будет обратимым. Можно также подобрать такое преобразование (5.136), чтобы в результате декомпозиции в (5.138) или (5.139) лишь некоторые переменные, например вектор Z_{ℓ}, агрегировали бы вектор X.

Представленная декомпозиция динамической системы с помощью преобразования (5.136) является *точной*. В практических задачах, в том числе в ЭЭС, подбор этого преобразования в общем случае является нетривиальной проблемой, которая лишь иногда сравнительно просто решается для линейных систем. Поэтому на практике часто, особенно для нелинейных систем, рассматривается *приближенная декомпозиция*. Теоретической основой различных приемов приближенной декомпозиции служит теория возмущений.

Теория возмущений. Суть математической теории возмущений применительно к (5.133) сводится к анализу влияния возмущений параметров системы на характер ее решений и исключению из этой системы несущественных факторов и связей. Методы теории возмущений используют введение малых параметров ε в правые части (5.133) или в (5.134) (регулярный случай) либо в качестве коэффициентов при части производных в (5.133) (сингулярный случай).

С учетом введения малых параметров в результате приближенной декомпозиции системы (5.133), аналогичной, например, переходу к (5.138), будем иметь:

в регулярном случае

$$\begin{aligned} dZ_\ell / dt &= \varphi_\ell(Z_\ell, \varepsilon h_\ell(Z_m), V), \\ dZ_m / dt &= \varphi_m(Z_m, \varepsilon h_m(Z_l), V); \end{aligned} \tag{5.140}$$

в сингулярном случае

$$\begin{aligned} dZ_\ell / dt &= \varphi_\ell(Z_\ell, Z_m, V), \\ \varepsilon dZ_m / dt &= \varphi_m(Z_\ell, Z_m, V). \end{aligned} \tag{5.141}$$

Принимая $\varepsilon \to 0$ из (5.140), получим асимптотическую систему вида (5.138), которая является результатом декомпозиции (5.133); $\varepsilon \to 0$ в (5.141) приводит к понижению порядка динамической системы.

В практических задачах важно подобрать такое преобразование координат (5.136), которое привело бы к явному или неявному появлению малых параметров вида (5.140), (5.141). Достаточно часто явное введение малых параметров встречает принципиальные трудности, однако использование идей и подходов теории возмущений, как правило, дает конструктивные результаты, о чем свидетельствует опыт построения математических моделей ЭЭС. При этом в ряде случаев использование преобразования координат (5.136) не требуется, а переход от (5.133) к (5.140) или (5.141) мо-

жет быть осуществлен на основе анализа коэффициентов уравнений исходной системы.

Методы усреднения. Асимптотические методы исследования системы вида (5.140) или (5.141) дают возможность не только выполнить декомпозицию исходной системы (5.133) при $\varepsilon \to 0$ и далее анализировать независимо подсистемы, определяемые векторами Z_ℓ и Z_m, но и учесть интегральное влияние поведения одной системы при исследовании второй. Такая возможность реализуется с использованием *методов усреднения*, позволяющих получить в том или ином виде некоторый *сглаживающий оператор от усредняемых переменных.*

Например, для (5.141) усреднение по вектору быстрых переменных Z_m в виде

$$\overline{Z}_m = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_m(Z_\ell(0), Z_m, V)dt \qquad (5.142)$$

дает возможность уточнить решение по вектору «медленных» переменных путем использования системы уравнений

$$dZ_\ell / dt = \varphi_\ell\left(Z_\ell, \overline{Z}_m, V\right) \qquad (5.143)$$

вместо первой подсистемы из (5.141). При этом (5.143) при соответствующем преобразовании координат (5.136) является агрегированной системой по отношению к (5.133).

С другой стороны, приближенное решение подсистемы «быстрых» переменных Z_m из (5.141) может быть получено при $Z_\ell = \text{const}$.

Целесообразную степень декомпозиции и агрегирования определяют цели исследований, а также погрешности задания исходных параметров системы. Чем меньше точность их задания, тем более слабые требования могут быть предъявлены к модели в смысле полноты и точности представления факторов. В свою очередь, это определяет степень введения малых параметров и необходимость рассмотрения различных асимптотических приближений исходной системы.

Очевидно, что изложенный в данном параграфе математический аппарат напрямую применим лишь к моделям аналитического вида, прежде всего, описываемым системами алгебраических и дифференциальных уравнений. Этот подход может быть также применен к вероятностным или нечетким описаниям систем, если в

каждой реализации случайного или нечеткого состояния или процесса используется алгебраическая или дифференциальная система. Как общая методология изложенные идеи применимы, возможно, к любым видам моделей, в том числе логико-лингвистическим, хотя соответствующие проработки практически отсутствуют.

Глава 6. ВЫБОР РЕШЕНИЙ

6.1. Критериальное описание выбора

В п. 1.6 были приведены основные исходные положения, определяющие проблему выбора решений. В математике направление, связанное с формализацией проблемы выбора решений, называется *исследованием операций.* Под операцией здесь понимается процедура выбора решения. В общем виде операцию можно представить как

$$\{X, \Phi\} \to X^*, \tag{6.1}$$

где X – исходное множество альтернатив; Φ – правило выбора; X^* – выбранное подмножество альтернатив.

Существует ряд подходов к описанию процесса выбора. Один из них – критериальное описание выбора, с которого и начнем рассмотрение [23].

Критерий, целевая функция. Каждую отдельно взятую альтернативу в задаче выбора можно оценить конкретным числом (значением критерия), и сравнение альтернатив сводится к сравнению соответствующих им чисел.

Пусть x – некоторая альтернатива из множества X. Считается, что для всех $x \in X$ может быть задана функция которая называется *критерием (критерием качества, целевой функцией, функцией предпочтения, функцией полезности* и т.д.) и обладает тем свойством, что если альтернатива x_1 предпочтительнее альтернативы x_2 (будем обозначать это $x_1 > x_2$), то $q(x_1) > q(x_2)$, и обратно.

Выбор как максимизация критерия. Если теперь сделать еще одно важное предположение, что выбор любой альтернативы приводит к однозначно известным последствиям (т.е. считать, что выбор осуществляется в *условиях определенности)* и заданный критерий $q(x)$ численно выражает оценку этих последствий, то

наилучшей альтернативой x^* будет, естественно, та, которая обладает наибольшим значением критерия:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} q(x). \qquad (6.2)$$

Задача отыскания x^* простая по постановке, часто оказывается сложной для решения, поскольку метод ее решения (да и сама возможность решения) определяется характером как множества X (размерностью вектора x и типом множества X, является ли оно конечным, счетным или континуальным), так и критерия ($q(x)$ – функция или функционал и какая или какой именно).

Однако сложность отыскания наилучшей альтернативы существенно возрастает, если более полное рассмотрение альтернатив приводит к необходимости оценивать их не по одному, а по *нескольким критериям,* качественно различающимся между собой. В ЭЭС, как и в других системах, такая необходимость возникает довольно часто. Достаточно вспомнить, что эффективность работы ЭЭС оценивается по трем основным показателям: экономичности режимов, надежности электроснабжения потребителей и качеству электроэнергии.

Итак, пусть для оценивания альтернатив используются несколько критериев $q_1(x), i = \overline{1,p}$. Теоретически можно представить себе случай, когда во множестве X окажется одна альтернатива, обладающая наибольшими значениями всех p критериев; она и будет наилучшей. Однако на практике такие случаи почти не встречаются и возникает вопрос, как же тогда осуществлять выбор.

Скаляризация векторного критерия. Рассмотрим наиболее употребительные способы решения многокритериальных задач. Первый состоит в том, чтобы *многокритериальную задачу свести к однокритериальной.* Это означает введение суперкритерия, т.е. скалярной функции векторного аргумента:

$$q_0(x) = q_0\left(q_1(x), q_2(x), \ldots, q_p(x)\right). \qquad (6.3)$$

Суперкритерий позволяет упорядочить альтернативы по величине q_0, выделив тем самым наилучшую (в смысле этого критерия). Вид функции q_0 определяется тем, как мы представляем себе вклад каждого критерия в суперкритерий; обычно используют *аддитивные* и *мультипликативные функции:*

$$q_0 = \sum_{i=1}^{p} (\alpha_i q_i) / S_i; \qquad (6.4)$$

$$1 - q_0 = \prod_{i=1}^{p} (1 - \beta_i q_i / S_i). \qquad (6.5)$$

Коэффициенты S_i, обеспечивают, во-первых, *безразмерность* числа q_i / S_i (частные критерии могут иметь разную размерность, и тогда некоторые арифметические операции над ними, например сложение, не имеют смысла) и, во-вторых, в необходимых случаях (как в формуле (6.5)) выполнение условия $\beta_i q_i / S_i \le 1$. Коэффициенты α_i и β_i отражают *относительный вклад* частных критериев в суперкритерий.

Итак, при данном способе задача сводится к максимизации суперкритерия:

$$x^* = \arg\max_{x \in X} q_0 \left(q_1(x), q_2(x), ..., q_p(x)\right). \qquad (6.6)$$

Очевидные достоинства объединения нескольких критериев в один суперкритерий сопровождаются рядом трудностей и недостатков, которые необходимо учитывать при использовании данного метода. Оставив в стороне трудности построения самой функции и вычислительные проблемы ее максимизации, обратим внимание на следующий очень важный момент. Упорядочение точек в многомерном пространстве в принципе не может быть однозначным и полностью определяется видом упорядочивающей функции. Суперкритерий играет роль этой *упорядочивающей функции,* и его даже "небольшое" изменение может привести к тому, что оптимальная в новом смысле альтернатива будет очень сильно отличаться от старой. На рис. 6.1, *а* видно, как изменяется выбор наилучшей альтернативы при простой смене коэффициентов в линейной упорядочивающей функции (6.4), что отражается в изменении наклона соответствующей прямой: $q_{01}\left(x_1^*\right) > q_{01}\left(x_2^*\right)$, но $q_{02}\left(x_1^*\right) < q_{02}\left(x_2^*\right)$.

Заметим, что линейные комбинации частных критериев придают упорядочиванию следующий смысл: "чем дальше от нуля в заданном направлении, тем лучше". На рис. 6.1, *а* направления, соответствующие суперкритериям q_{01} и q_{02}, изображены стрелками.

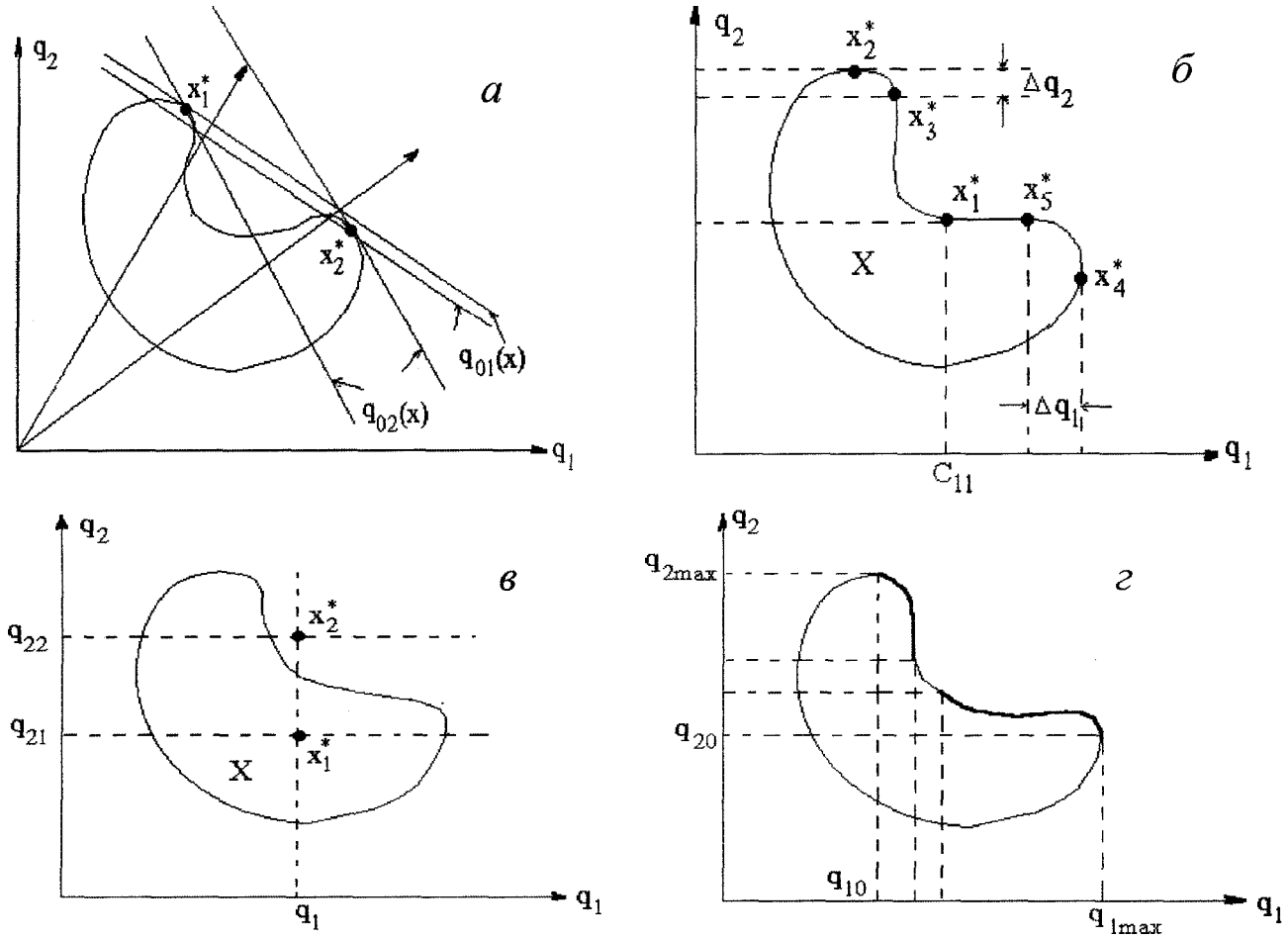


Рис. 6.1. Иллюстрация методов решения многокритериальных задач: а - оптимизация по одному суперкритерию; б - метод уступок; *в* - задание уровней притязания; а - нахождение паретовского множества альтернатив.

Условная максимизация. Этот подход заключается в ином, нежели при свертывании, использовании того факта, что частные критерии обычно неравнозначны между собой - одни из них более важны, чем другие. Наиболее явное выражение этой идеи состоит в выделении главного критерия и рассмотрении остальных как дополнительных, сопутствующих. Такое различие критериев позволяет сформулировать *задачу выбора как задачу нахождения условного экстремума основного критерия*

$$x^* = \arg\left\{ \max_{x \in X} q_1(x) \middle| q_i(x) = c_i,\ i = \overline{2,p} \right\} \qquad (6.7)$$

На рис. 6.1, *б* приведено решение задачи

$$x^* = \arg\left\{ \max_{x} q_2(x) \middle| q_1(x) = c_1 \right\} \qquad (6.8)$$

В некоторых задачах оказывается возможным или даже необходимым задавать ограничения на сопутствующие критерии не столь жестко, как в задаче (6.7), а ограничениями типа неравенств:

$$x^* = \arg\left\{\max_{x \in X} q_1(x) \middle| q_i(x) \le c_i,\ i = \overline{2,p}\right\}. \qquad (6.9)$$

На рис. 6.1, *б* приведено также решение задачи

$$x_2^* = \arg\left\{\max_{x} q_2(x) \middle| q_1 \le c_1\right\}. \qquad (6.10)$$

Иную постановку задачи выбора дает метод уступок. Рассмотрим его на примере рис. 6.1, *б.*

Пусть частные критерии упорядочены в порядке убывания их важности. Возьмем первый из них и найдем наилучшую по этому критерию альтернативу (на рис. 6.1, *б* это x_2^*, если самым важным критерием является q_2, или x_4^* если им является q_1*).* Затем определим "уступку" Δq_i, т.е. величину, на которую мы согласны уменьшить достигнутое значение самого важного критерия, чтобы за счет этой уступки попытаться увеличить, насколько возможно, значение следующего по важности критерия, и т.д. (на рис. 6.1, *б* полученные таким образом альтернативы изображены точками x_3^* и x_5^*).

Поиск альтернативы с заданными свойствами. Третий способ многокритериального выбора относится к случаю, когда заранее могут быть указаны значения частных критериев (или их границы), и задача состоит в том, чтобы найти альтернативу, удовлетворяющую этим требованиям, либо, установив, что такая альтернатива во множестве *X*, отсутствует, найти в *X* альтернативу, которая подходит к поставленным целям ближе всего.

Удобным свойством является возможность задавать желательные значения $\bar{q}_i$ критериев как точно, так и в виде верхних или нижних границ, назначаемые значения величин – $\bar{q}_i$, иногда называют *уровнями притязаний,* а точку их пересечения в *p*-мерном пространстве критериев – *целью* или *опорной точкой, идеальной точкой.* Поскольку уровни притязаний задаются без точного знания структуры множества *X*, в пространстве частных критериев, целевая точка может оказаться как внутри, так и вне X (достижи-

мая или недостижимая цель; на рис. 6.1, в приведены оба варианта, соответственно x_1^* и x_2^*).

Теперь идея оптимизации состоит в том, чтобы, начав с любой альтернативы, приближаться к x^* по некоторой траектории в пространстве X. Это достигается введением числовой меры близости между очередной альтернативой x и целью x^*, т.е. между векторами $q(x)=(q_1(x), q_2(x),..., q_p(x))$ и $\bar{q}=(\bar{q}_1, \bar{q}_2,..., \bar{q}_p)$. Можно по-разному количественно описывать эту близость. Например, используют расстояния типа

$$d_k(q, \bar{q})=\left(\sum_{i=1}^{p} w_i \left|q_i(x)-\bar{q}_i\right|^k\right)^{1/k} \qquad (6.11)$$

либо типа

$$s(q, \bar{q})=\min_i a_i(q_i-\bar{q}_i)+\alpha_{p+1}\sum_{i=1}^{p}\alpha_i(q_i-\bar{q}_i), \qquad (6.12)$$

где считается, что $q_i \geq \bar{q}_i$, α_i - коэффициенты, приводящие слагаемые к одинаковой размерности и одновременно учитывающие разновидность критериев; α_{p+1} выражает наше отношение к тому, что важнее – уменьшать или близость к цели любого из частных критериев, или суммарную близость всех критериев к целевым значениям. Если часть уровней притязания ограничивают критерии снизу $(q_i \geq \bar{q}_i, i=\overline{1,p'})$, другие – сверху $(q_i \leq \bar{q}_i, i=\overline{p''+1,p''})$, а остальные задают их жестко $(q_i=\bar{q}_i, i=\overline{p''+1,p})$, то функцию (6.12) модифицируют

$$s(q,\bar{q})=\min_i Z(q_i, \bar{q}_i)+\alpha_{p+1}\sum_{i=1}^{p} Z(q_i, \bar{q}_i), \qquad (6.13)$$

где

$$Z(q_i, \bar{q}_i)=\begin{cases}\alpha_i(q_i-\bar{q}_i) & \text{при } 1\leq i\leq p',\\ \alpha_i(\bar{q}_i-q_i) & \text{при } p'+1\leq i\leq p'',\\ \alpha_i\min[(q_i-\bar{q}_i),(\bar{q}_i-q_i)] & \text{при } p''+1\leq i\leq p\end{cases}$$

Нахождение паретовского множества. Этот подход состоит в отказе от выделения единственной "наилучшей" альтернативы и соглашении о том, что *предпочтение одной альтернативе перед*

другой можно отдавать только если первая по всем критериям лучше второй. Если же предпочтение хотя бы по одному критерию расходится с предпочтением по другому, то такие альтернативы признаются несравнимыми. В результате попарного сравнения альтернатив все худшие по всем критериям альтернативы отбрасываются, а все оставшиеся несравнимые между собой (недоминируемые) принимаются. Если все максимально достижимые значения частных критериев не относятся к одной и той же альтернативе, то принятые альтернативы образуют множество Парето и выбор на этом заканчивается. На рис. 6.1, *г* жирной линией выделено множество Парето для рассматриваемого примера.

При необходимости выбора единственной альтернативы следует привлекать дополнительные соображения: вводить новые, добавочные критерии и ограничения либо бросать жребий, либо прибегать к услугам экспертов и т.д.

Выбор с использованием многокритериальной функции полезности. Заданы: *I* альтернатив, *J* наборов внешних условий, *K* критериев. Каждая из альтернатив оценивается по всем критериям на каждом из наборов внешних условий. По результатам оценок составляются *K* прямоугольных матриц размером $I \times J$ каждая: $X = \{x_{ij}\};\ i = \overline{1,I};\ j = \overline{1,J};\ I,J > 1$. Элемент матрицы x_{ij}^k, $k = \overline{1,K}$, стоящий на пересечении *i*-и строки и *j*-го столбца, представляет собой численную оценку *i*-и альтернативы по критерию *k* при реализации набора внешних условий с номером *j* [14].

Для выбора решения в этой ситуации вводится некоторая функция. В теории полезности она определена как *многокритериальная функция полезности,* под которой понимается некоторая числовая функция, определенная на множестве возможных альтернатив и такая, что если альтернатива a не менее предпочтительна, чем альтернатива *b,* то $u(a) \geq u(b)$.

Построить единую функцию для всех матриц (т.е. для всех критериев) одновременно, как правило, невозможно, поскольку элементы, составляющие матрицы X^k, имеют обычно разные единицы измерения и неизвестны заранее ценностные соотношения между критериями.

Пусть $u^k\left(x_{ij}^k\right)$ – одномерные функции для каждого критерия, аналитическое представление которых пока неизвестно. Каждую

функцию u^k можно построить независимо. Вводятся также весовые коэффициенты λ_k.

Пусть

$$u_{ij} = f\left(u^1\left(x_{ij}^1\right), u^2\left(x_{ij}^2\right),..., u^k\left(x_{ij}^k\right), \lambda_1, \lambda_2,..., \lambda_k\right)$$

– многокритериальная функция полезности. Для получения аналитического вида этой функции нужно прежде всего построить составляющие ее однокритериальные функции u^k и оценить соответствующие им весовые коэффициенты λ_k.

Можно использовать различные виды многокритериальной функции полезности - *аддитивную, мультипликативную, полилинейную.* Аддитивная функция вида $u_{ij} = \sum_{k+1}^{K} \lambda_k u^k\left(x_{ij}^k\right)$ наиболее проста, однако необходимо быть уверенным, что критерии аддитивно независимы. Имеются необходимые и достаточные условия существования аддитивной функции полезности.

Для набора внешних условий на основе экспертных оценок или других соображений задаются их вероятности p_j. Они используются для оценки ожидаемой полезности каждой альтернативы по выражению $E_i = \sum_{j=1}^{J} p_j u_{ij}$, $i = \overline{1,I}$.

Та альтернатива, численная оценка полезности которой выше, может считаться более предпочтительной.

6.2. Бинарные отношения

Язык бинарных отношений. Это более общий подход по сравнению с критериальным. Его большая общность основана на учете того факта, что в реальности дать оценку отдельно взятой альтернативе часто затруднительно или невозможно; однако, если рассматривать ее не в отдельности, а в паре с другой альтернативой, то находятся основания полагать, какая из них более предпочтительна.

Таким образом:

1) отдельная альтернатива не оценивается, т.е. критериальная функция не вводится;

2) для каждой пары альтернатив (*x,y*) некоторым образом можно установить, что одна из них предпочтительнее другой либо они

равноценны или несравнимы (часто последние два понятия отождествляются);

3) отношение предпочтения внутри любой пары альтернатив не зависит от остальных альтернатив, предъявленных к выбору.

Математически бинарное отношение *K* на множестве *X* определяется как некоторое подмножество упорядоченных пар (*x,y*). Удобно использовать обозначение xRy, если *x* находится в отношении Rcy, и $x\overline{R}y$ в противном случае. Множество всех пар $\{(x,y);\ x, y \in X\}$ называется *полным* ("универсальным") *бинарным отношением.* Поскольку в общем случае не все возможные пары (*x,y*) удовлетворяют условиям, накладываемым отношением R, бинарное отношение является некоторым подмножеством полного бинарного отношения.

Задать отношение – это значит тем или иным способом указать все пары (*x, y*), для которых выполнено отношение R.

Способы задания бинарных отношений. Существует четыре разных способа задания отношений (рис. 6.2); преимущества каждого проявляются при разных характеристиках множества *X*.

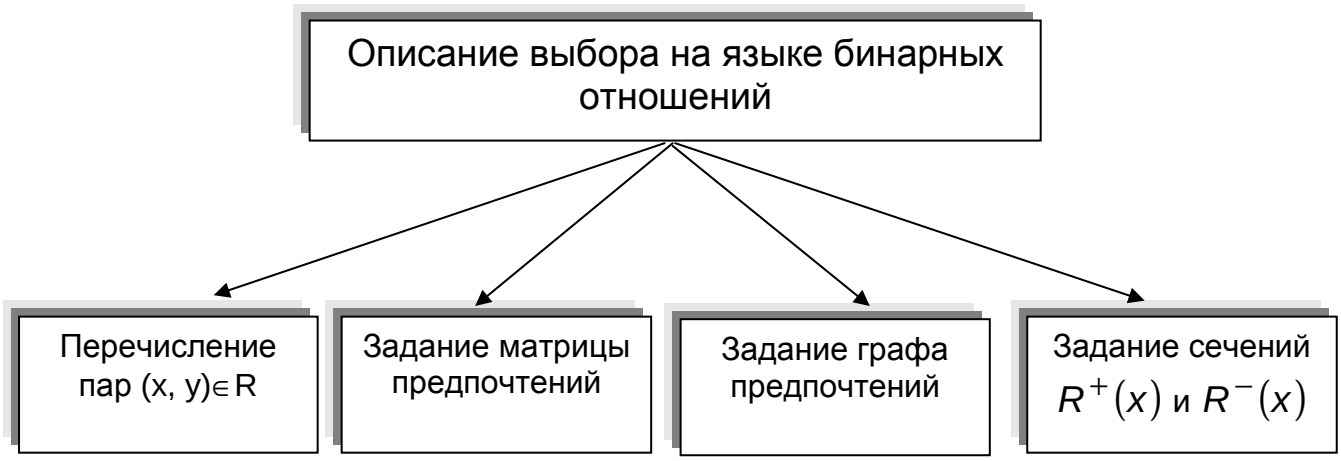


Рис. 6.2. Способы описания выбора на языке бинарных отношении.

Первый, очевидный, способ состоит в *непосредственном перечислении таких пар.* Ясно, что он приемлем лишь в случае конечного множества *X*.

Второй удобный способ задания отношения *K* на конечном множестве – *матричный.* Все элементы нумеруются, и матрица отношения *R* определяется своими элементами

$a_{ij}(R) = \{1 : x_i R x_j ;\ 0;\ x_i \overline{R} x_j\}$. Известным примером такого задания отношений служат турнирные таблицы (если ничьи обозначить нулями, как и проигрыш, то матрица изобразит отношение "x_i – победитель x_j").

Третий способ – задание отношения *графом.* Вершинам графа 0(Я) ставят в соответствие пронумерованные элементы множества *X*, и если $x_i R x_j$, то от вершины x_i, проводят направленную дугу к вершине x_j; если же $x_i \overline{R} x_j$, то дуга отсутствует.

Для определения отношений на бесконечных множествах используется четвертый способ – задание отношения *R сечениями.* Множество $R^+(x) = \{y \in X (y,x) \in R\}$ называется *верхним* сечением отношения *R*, а множество $R^-(x) = \{y \in X (y,x) \in R\}$ – *нижним* сечением. Иначе говоря, верхнее сечение – это множество всех $y \in X$, которые находятся в отношении *yRx* с заданным элементом $y \in X$, а нижнее сечение – множество всех $y \in X$, с которыми заданный элемент *x* находится в отношении *R.* Отношение однозначно определяется одним из своих сечений.

Отношения эквивалентности, порядка и доминирования. Для теории выбора особое значение среди всех бинарных отношений имеют отношения, которые соответствуют предпочтению одной альтернативы перед другой или случаю невозможности отдать предпочтение одной из двух альтернатив. Эти отношения можно задать через строго определяемые отношения эквивалентности, порядка и доминирования. Для их определения нам понадобятся некоторые свойства отношений вообще.

Бинарное отношение *R* на множестве *X* называется:

•*рефлексивным,* если xRx для каждого $y \in X$;

•*антирефлексивным,* если $x\overline{R}x \forall x \in X$ (т.е. R может выполняться только для несовпадающих элементов);

•*симметричным,* если $xRy \to yRx \forall x,y \in X$;

•*асимметричным,* если $xRy \to y\overline{R}x \forall x,y \in X$ (ясно, что асимметричное отношение *R* антирефлексивно);

•*антисимметричным,* если для всех $x,y \in X$ $(xRy, yRx) \to x = y$;

• *транзитивным,* если для всех $x,y,z \in X$ $(xRy, yRz) \to xRz$;

• *отрицательно транзитивным,* если отношение *R* транзитивно;

• *сильно транзитивным,* если отношение *R* одновременно транзитивно и отрицательно транзитивно.

Отношение *R* на множестве *X* называется *отношением эквивалентности* (обозначение ~), если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Примеры отношений эквивалентности: "быть ЛЭП 500 кВ" на множестве всех ЛЭП ЭЭС; "иметь заземленую нейтраль" на множестве всех трансформаторов, одна из обмоток каждого из которых соединена звездой. Задание отношения эквивалентности равносильно разбиению множества *X* на непересекающиеся классы $\left(X = \cup_i X_i;\ X_i \cap X_j = \varnothing \text{ при } i \neq j \right)$ эквивалентных элементов: $x \sim y$ тогда и только тогда, когда $x, y \in X_i$ (т.е. если *x* и *y* принадлежит одному классу эквивалентности).

Отношением нестрогого порядка (обозначение ≤) называется рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение. *Отношением строгого порядка* (обозначение <) называется антирефлексивное, асимметричное и транзитивное отношение. Отношение нестрогого порядка можно рассматривать как объединение отношений < и ~.

Наконец, *отношением доминирования* называется отношение, обладающее антирефлексивностью и асимметричностью. Говорят, что "*x* доминирует *y*" (обозначается *x*>>*y*), когда *x* в каком-то смысле превосходит *y*. Очевидно, что строгий порядок - частный случай доминирования, при котором имеет место еще транзитивность.

Об оцифровке порядковых шкал. Важно обсудить ситуацию, возникшую при описании выбора на языке бинарных отношений в результате создания теории полезности. П. Фишберн строго доказал теорему: *если множество X конечно и между его элементами имеется отношение строгого порядка, то можно построить такую функцию* $u(x)$ *на X, для которой*

$$(x < y) \rightarrow [u(x) < u(y)]. \qquad (6.14)$$

В левой части (6.14) < означает отношение предпочтения, в правой - знак "меньше".

Функция $u(x)$ называется *функцией полезности.* Ясно, что такая функция не единственна: произвольное монотонное преобразова-

ние сохраняет ее упорядочивающее свойство. Этот результат затем был обобщен на счетные и континуальные множества *X,* на нестрогий порядок и на многокритериальный случай (аддитивные функции полезности). Таким образом, *определение функции полезности* $u(x)$ *позволяет перейти от языка бинарных отношений к критериальному языку, взяв* $u(x)$ *в качестве критериальной функции.*

Создается впечатление, что от качественных порядковых измерений можно перейти к количественным. На самом деле мы здесь сталкиваемся с ситуацией, когда "оцифровка" порядковой шкалы не делает ее числовой шкалой. Для воспроизводства упорядочения *фиксированного* попарно упорядоченного множества *X*, конечно, можно воспользоваться числовой функцией $u(x)$*;* однако стоит дополнить *X* альтернативами, которые не рассматривались при первом упорядочении, как функцию $u(x)$ потребуется определять заново. Более того, если два разных эксперта дадут разные упорядочения множества *X*, то можно доопределить функции полезности для каждого из них, но сравнивать их численно иначе как в отношении порядка следует с осторожностью.

Существует дискретный способ оцифровки порядковых шкал, состоящий в приписывании *численного значения отношению доминирования* таким образом, что чем, например, в большей степени *x* доминирует *y*, тем больше численное значение отношения доминирования.

Рассмотрим в качестве примера шкалу номинальных напряжений в электрических сетях 35-110-220-330-500-750кВ. Запишем следующие качественные характеристики для отношения доминирования на приведенном множестве: если рассматриваемый уровень напряжения является следующим за предшествующим (например, 110кВ после 35кВ), то будем считать, что "110кВ больше 35кВ"; аналогично рассуждая, запишем, что "220кВ еще больше 35кВ", "330кВ много больше 35кВ", "500кВ очень много больше 35кВ", "750кВ весьма много больше 35кВ".

Для проверки принятого правила запишем: "500кВ больше 330кВ", "500кВ много больше 110кВ" и т.д.

Припишем числовые значения принятым отношениям доминирования таким образом: "больше" =1; "еще больше" =2; "много больше"=3; "очень много больше"=4; "весьма много больше"=5. ^

Такая оцифровка порядковой шкалы используется в рассматриваемой ниже методике анализа иерархий.

Метод анализа иерархий. Это метод, получивший развитие в работах американского математика Т. Саати [24], состоит в разбиении исходной задачи на совокупность более простых задач и в обработке суждений эксперта по парным сравнениям, выраженным в специальных количественных шкалах описанного выше дискретного типа.

На первом этапе требуется *формализация проблемы и цели* решаемой задачи выбора, например выбора наилучшей альтернативы. Далее рассматриваемая *проблема представляется в виде иерархии.* Наиболее простая и удобная иерархия строится с вершины (цели) через промежуточные уровни (критерии) к самому низкому уровню, который обычно представляется перечнем альтернатив (рис. 6.3).

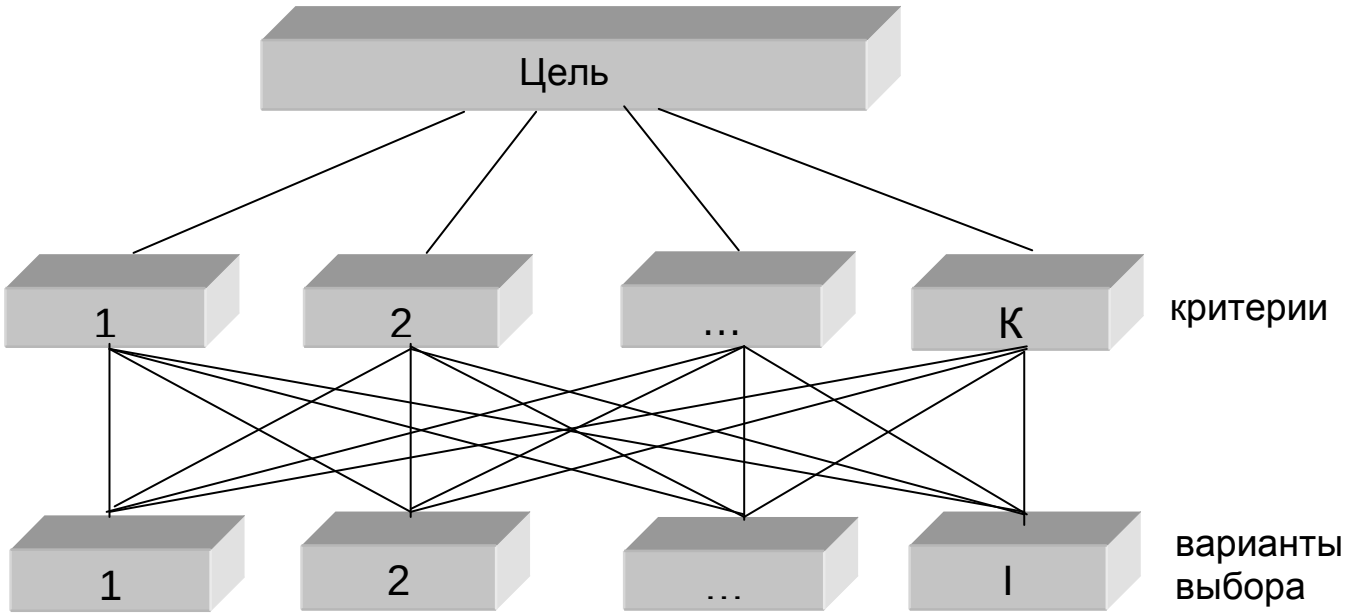


Рис. 6.3. Декомпозиция задачи выбора в иерархии.

Проводятся парные сравнения всех элементов каждого уровня иерархии, начиная со второго, на основе принципа доминирования в соответствии с многозначной дискретной шкалой одного элемента над другим по отношению к каждому элементу вышестоящего уровня.

В результате формируется *K*+1 квадратная матрица вида $A = \{a_{ij}\},\ j = \overline{1,n}$, где *n* – количество элементов определенного уровня иерархии. В нашем случае *n* равно *K* или *I*. Для элементов

второго уровня составляется одна матрица, для элементов третьего – *K* матриц. Матрицы определяются таким образом: цель (для матрицы второго уровня) или критерии (для матриц третьего уровня) записываются в левом верхнем углу, сравниваемые же элементы перечисляются слева и сверху, образуя соответственно строки и столбцы.

Заполнение матриц проводится по следующей схеме. Для имеющейся последовательности из *n* элементов определенного уровня иерархии должны сравниваться их *относительные веса или важность,* обозначим их условно $w_1, w_2, ..., w_n$. Результат сопоставления первого и второго элементов определяется через отношение w_1 / w_2 заносится в матрицу как элемент a_{21}. Обратная величина w_2 / w_1 – элемент a_{21}. Таким образом, положительно определенные матрицы обладают свойством обратной симметричности, т.е. $a_{ij} = 1/ a_{ij}$. Диагональные элементы матриц – единицы.

Далее проводится обработка полученных матриц доминирования для того, чтобы выяснить, какая из рассматриваемых альтернатив может считаться наилучшей. Для этого для каждой строки матрицы $A^1, 1 = \overline{1, K+1}$, вычисляется ее агрегированная оценка y_i как геометрическое среднее элементов:

$$y_i = \left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij} \right)^{1/n}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Следующее соотношение позволяет определить, какой вес, или, иначе, в терминах метода, *локальный приоритет,* имеет *i*-я строка по отношению к другим строкам:

$$x_i = y_i \Big/ \sum_{j=1}^{n} y_j, \; i = \overline{1, n}.$$

Локальные приоритеты синтезируются, начиная с последнего уровня вверх, образуя так называемый вектор обобщения приоритетов:

$$g_i = \sum_{k=1}^{K} \bar{x}_{ik} x_k, \; i = \overline{1, I}, \qquad (6.15)$$

где $x_k, \bar{x}_{ik}$ – приоритеты соответственно второго и третьего уровней иерархии.

Наиболее приемлемой считается та альтернатива, для которой g_i будет иметь максимальное значение.

6.3. Групповой выбор

В реальных условиях достаточно часто приходится иметь дело с задачами выбора, когда несколько лиц с *одинаковыми* намерениями пытаются найти хорошее решение. Этот случай и рассматривается в данном параграфе (выбор в условиях противоречий будет изложен далее).

Описание группового выбора. Итак, пусть на множестве альтернатив *X* задано *п* в общем случае различных индивидуальных предпочтений (для определенности будем говорить о бинарных отношениях) $R_1, R_2, ..., R_n$. *Ставится задача о выработке некоторого нового отношения R, которое согласует индивидуальные выборы, выражает в каком-то смысле "общее мнение" и принимается за групповой выбор.* Очевидно, что это отношение должно быть какой-то функцией индивидуальных выборов: $R = (R_1, ..., R_n)$. Различным принципам согласования будут отвечать разные функции *F. В* принципе, т.е. теоретически, функции *F* могут быть совершенно произвольными, учитывать не только индивидуальные выборы, но и другие факторы, в том числе исход некоторых случайных событий (например, бросания жребия), и главный вопрос состоит в том, чтобы в функции *F* правильно отобразить особенности конкретного варианта реального группового выбора.

Правила голосования. Один из наиболее распространенных принципов голосования - *правило большинства: принятой всеми считается альтернатива, получившая наибольшее число голосов.* Правило большинства привлекательно своей простотой и демократичностью, но имеет особенности, требующие осторожного обращения с ним. Прежде всего, *оно лишь обобщает индивидуальные предпочтения, и его результат не является критерием истины.* Только дальнейшая практика показывает, правильным или ошибочным было решение, принятое большинством голосов; само голосование – лишь форма согласования дальнейших действий. Во-вторых, даже в простейшем случае выбора одной из двух альтернатив легко представить себе ситуацию, когда правило большинства не срабатывает: разделение голосов поровну при четном числе голосующих. При числе альтернатив больше двух

возможность того, что ни одна из них не получит большинства голосов, достаточно реальна.

Подчеркнем, что подразумевается отказ от принятия решения, если ни одна из альтернатив не получила большинства голосов. Большинство здесь понимается широко – или как простое большинство (>50 %), или как "квалифицированное" (>2/3), или как абсолютное (около 100 %), или в любом другом виде по договоренности. Поскольку в реальной жизни отказ от дальнейших действий, следующих за решением, бывает недопустим, а переход к принятию решения на основе выбора отдельного лица ("диктатора") - нежелательным, разрабатываются различные приемы, сокращающие число ситуаций, приводящих к отказу.

Например, если два эксперта из двух вариантов *а* и *в* дали противоположные предпочтения, то можно сделать выбор, сравнивая "силу предпочтения" каждого эксперта. Даже для консенсуса, требующего единогласия, разработаны приемы, облегчающие его достижение.

Парадоксы голосования. Итак, следующая особенность голосования - *возможность отказа от выбора из-за недостижения требуемого большинства.* Казалось бы, исключив такую возможность, можно обеспечить принятие решения в любых случаях. Например, пусть три эксперта большинством голосов решают вопрос, какая из двух альтернатив более предпочтительна. При такой постановке вопроса они действительно не могут не сделать выбор. Однако здесь мы приходим еще к одной особенности правила голосования - его *нетранзитивности.*

Пусть, например, три эксперта по проектированию ЭЭС выдвинули каждый свой вариант развития системы: *а*, *в* и *с*. Чтобы гарантировать большинство на каждом шаге, процедуры, альтернативы предъявляются попарно. Каждый эксперт руководствуется при этом своим набором предпочтений: пусть это соответственно последовательности $(a > b > c)$, $(b > c > a)$, $(c > a > b)$.

После голосования по паре (a,b) в результате получаем два голоса против одного: $a > b$; по паре $(b > c)$ имеем $(b > c)$; по паре (c,a) имеем $c > a$. Голосование большинством не привело к выяснению "общепризнанного" порядка альтернатив: $a > b > c > a$. В случае же применения процедуры, при которой после рассмотре-

ния очередной пары отвергаемая альтернатива заменяется новой, окончательно принятое решение зависит от порядка предъявления альтернатив: при порядке (a,b,c) выбирается *с*; при порядке (b,c,a) выбор останавливается на *а*; при порядке (a,c,b) – на *в.* Очевидно, что такие решения не отвечают идеалу согласованного группового выбора.

Причина данного парадокса нетранзитивности группового выбора состоит, конечно, в цикличности совокупности исходных индивидуальных предпочтений. Однако это лишь частный пример более общего явления, получившего название *парадокса Эрроу* ("или *теоремы о невозможности).* Не вдаваясь в подробности доказательства этой теоремы, изложим ее смысл.

Из всевозможных функций *F* индивидуальных выборов $R_1,...,R_n$ выделим те, которые отвечают требованиям, выражающим наше понимание того, какой выбор можно считать *согласованным.* Кроме формальных требований:

1) «$n \geq 2$», «число альтернатив ≥ 3», «*F* определена для любых $\{R_i\}$» естественно также потребовать, чтобы:

2) если в результате группового выбора предпочтение было отдано альтернативе *х,* то это решение не должно меняться, если кто-нибудь из ранее отвергавших *х* изменил свое предпочтение в его пользу *(условие монотонности);*

3) если изменения индивидуальных предпочтений не коснулись определенных альтернатив, то в новом групповом упорядочении порядок этих альтернатив не должен меняться *(условие независимости несвязанных альтернатив)',*

4) для любой пары альтернатив х и у существует такой набор индивидуальных предпочтений, для которого $F(R_1,..., R_n) = (x > y)$ (условие суверенности; без него возможно навязывание *у* независимо от порядков предпочтений экспертов);

5) не должно быть такого эксперта, для которого из его предпочтения $x > y$ (при любых *х* и *у*) вытекает, что $F(R_1,..., R_n) = (x > y)$ независимо от предпочтений других *экспертов (условие отсутствия диктаторства*).

Парадокс Эрроу состоит в том, что первые четыре условия противоречат пятому; не существует правила *F*, удовлетворяющего всем пяти требованиям. Анализ причин такого обескураживающего следствия из столь невинных на вид предположений показывает,

что основную роль играет возможность циклических множеств ранжирований, что характерно для бинарных отношений, удовлетворяющих условию 3.

Задачи группового выбора часто все же могут быть разрешены. Во-первых, в ряде случаев циклические ранжирования могут отсутствовать либо они не охватывают "наиболее важные" альтернативы, либо принимаются меры по их обнаружению и устранению. Во-вторых, во многих ситуациях "диктаторский" принцип согласования может оказаться приемлемым. Это иллюстрируется примером оптимизации по "главному" из нескольких критериев. В других случаях это единственно возможный принцип (например, единоначалие в армии). В-третьих, переход (когда это возможно) к использованию единой числовой, а не порядковых индивидуальных шкал предпочтений может вообще устранить проблему нетранзитивности. В-четвертых, в реальных ситуациях мажоритарные правила применяются в комбинации с другими, так что, образовав, например, коалицию, группы субъектов могут заблокировать действие голосованием.

Здесь мы приходим еще к одной особенности голосования, которую следует иметь в виду на практике. Речь идет о вмешательстве коалиций в механизм голосования, фактически меняющем его характер. Например, при многоступенчатом голосовании по правилу большинства коалиция, находящаяся в меньшинстве, может добиться принятия своего решения.

6.4. Выбор в условиях неопределенности

До сих пор мы обсуждали подходы к описанию и осуществлению выбора в таких условиях, когда последствия сделанного выбора были определены однозначно. Выбор одной из альтернатив $x \in X$ был связан с известным выбирающему однозначным следствием, и вся проблема выбора – это проблема сравнения разных следствий (или, что в данном случае то же самое, альтернатив).

Задание неопределенности с помощью матрицы. В реальной практике нередко приходится иметь дело с более сложной ситуацией, когда выбор альтернативы неоднозначно определяет последствия сделанного выбора: *имеется набор возможных исходов* $x \in Y$, *из которых один окажется совмещенным с выбранной*

альтернативой, но какой именно – в момент выбора неизвестно, а станет ясным позже, когда выбор уже сделан и изменить ничего нельзя. Хотя с каждой альтернативой *x* связано одно и то же множество исходов *Y*, для разных альтернатив одинаковые исходы имеют разное значение. В случае дискретного набора альтернатив и исходов такую ситуацию можно изобразить с помощью следующей матрицы:

X^Y	$y_1\ y_2\ ...y_j\ ...y_m$
x_1	$q_{11}\ q_{12}\ ...\ q_{1j}\ ...q_{1m}$
x_i	$q_{i1}\ q_{i2}\ ...q_{ij}\ ...q_{im}$
x_n	$q_{n1}\ q_{n2}...q_{nj}\ ...q_{nm}$

В этой матрице все возможные исходы образуют вектор $y = (y_1, ..., y_m)$ числа q_{ij} выражают оценку ситуации, когда сделан выбор альтернативы x_i, и реализован исход y_j. В разных случаях числа q_{ij} могут иметь различный смысл: иногда это "выигрыши", иногда "потери", "платежи"; в литературе употребляются также и другие названия.

Если все строки $q_i = (q_{i1}, ..., q_{im})$ при любых *i* одинаковы, то проблемы выбора между альтернативами нет. Если же строки матрицы различны, то возникает вопрос, какую альтернативу предпочесть, не зная заранее, какой из исходов реализуется.

Сказанного до сих пор недостаточно для формальной постановки задачи выбора. При различной конкретизации этой задачи она приобретает различный смысл и требует различных методов решения. Исторически первыми были формализованы искусственные, игровые задачи, что придало всей терминологии несколько легкомысленное звучание: взаимодействующие стороны называются игроками, выбираемые ими альтернативы – ходами, правила выбора – стратегиями, величины q_{ij} – выигрышами, а вся теория – *теорией игр*.

Один класс задач называется *играми против природы.* В таких задачах считается, что исходы $y_1, ..., y_m$ есть возможные "состояния природы". Желательность каждой альтернативы x_i, зависит от

того, каково состояние природы, но узнать, каково оно, мы сможем лишь после того, как сделаем выбор.

В другом классе задач предполагается, что исходы *Y* – это множество альтернатив, на котором выбор осуществляет второй игрок. В отличие от бесстрастной "природы" второй игрок преследует свои интересы, отличные от интересов первого игрока. При этом матрица $Q = \|q_{ij}\|$, характеризующая оценки ситуаций с точки зрения игрока, выбирающего *x*, уже недостаточна для описания всей игры. Необходимо задать вторую матрицу $U = \|u_{ij}\|$, описывающую игру с позиций второго игрока. Задание *X*, *Y*, *Q,* и *U* называется *нормальной формой игры.* Расхождения между матрицами *Q* и *U* определяют степень антагонизма игроков. Если $q_{ij} + u_{ij} = \text{const}$ для всех *i* и *j*, то соперничество называется *строгим.* В случае $q_{ij} + u_{ij} = 0$ имеем *игру с нулевой суммой.* Можно представить себе игры, где выигрыши и проигрыши сторон не связаны линейно, и это будет отражать усиление или ослабление конфронтации сторон. Можно также рассматривать изменение матриц платежей после очередного хода. Например, интерес исследователей привлекли игры с нарастающей конфликтностью. Возможны и другие обобщения, например рассмотрение игр с участием большего числа участников, с образованием коалиций между ними и т.д.

Разнообразие задач выбора в условиях неопределенности существенно возрастает в связи с тем, что и сам характер неопределенности может быть различным. Например, в "игре против природы" можно считать, что состояние природы "совершенно неизвестно", а можно ввести на множестве *Y,* вероятностную меру, что даст основания для усиления различий между исходами; такие различные постановки дают, естественно, и различные решения.

Критерии сравнения альтернатив при неопределенности исходов. Центральным моментом рассматриваемых игровых задач является введение критерия для оценки выбираемого варианта. В силу неопределенности исхода нужно дать оценку сразу целой строке платежной матрицы; имея такие оценки для всех строк и сравнивая их, мы можем сделать выбор.

Самым распространенным является критерий выбора «наименьшего из зол» – *максиминный критерий.* В каждой из

строк матрицы платежей находится наименьший выигрыш $\min_j q_{ij}$, который характеризует гарантированный выигрыш в самом худшем случае и считается оценкой альтернативы x_i. Теперь остается найти альтернативу x^* обеспечивающую наибольшее значение этой оценки среди всех строк матрицы: $x^* = \arg\max_i \min_j q_{ij}$. Эта альтернатива и называется оптимальной по максиминному критерию. Поскольку часто платежную матрицу определяют не через выигрыш, а через проигрыш, тот же принцип приводит к *минимаксному критерию.*

Минимаксный (максиминный) критерий является крайне осторожным, очень пессимистическим, поэтому были предложены другие критерии. Таков, например, критерий *минимаксного сожаления,* предложенный *Сэвиджем.* При этом по платежной матрице *Q* вычисляется «матрица сожаления» 5, элементы которой определяются как $s_{ij} = q_{ij} - \min_i q_{ij}$, и минимаксный критерий применяется к матрице *S*: $x^* = \arg\min_i \max_j s_{ij}$.

Дальнейшее ослабление пессимистичности оценки альтернатив дает критерий пессимизма - оптимизма (критерий Гурвица), который сводится к взвешенной комбинации наилучшего и наихудшего исходов. А именно, за оценку альтернативы x_i, *в* критерии Гурвица принимается величина

$$q(x_i) = \alpha \min_j q_{ij} + (1-\alpha)\max_j q_{ij}; \quad 0 \le \alpha \le 1. \qquad (6.17)$$

Показатель о называется показателем пессимизма-оптимизма (при $\alpha = 1$ имеем снова максиминный критерий); оптимальная альтернатива есть $x^* = \arg\max_i q(x_i)$.

Общее представление о теории игр. Некоторые особенности игровых ситуаций хорошо видны на простейшем примере. Пусть имеется игра с континуальными множествами *X* и *Y*, строгим соперничеством сторон и нулевой суммой. Это сделает достаточным рассмотрение лишь одной функции платежей $q(x,y)$, которую один игрок старается максимизировать по *x,* а другой – минимизировать по *y*.

В тех случаях, когда $\max\limits_{x\in X}\min\limits_{y\in Y} q(x,y) = \min\limits_{y\in Y}\max\limits_{x\in X} q(x,y)$, точка (x^*, y^*), в которой достигается это равенство, одновременно удовлетворяет амбиции обоих игроков. Эта точка равновесия интересов сторон называется *седловой точкой.* Отход от этой точки невыгоден обеим сторонам, так что ее выбор решает игру.

Однако существуют игры без седловой точки. В такой ситуации становится выгодным скрывать от противника свой выбор и даже свой способ выбора. Это достигается введением *смешанной стратегии.* В отличие от *чистой стратегии,* при которой альтернатива выбирается однозначно по детерминированному правилу, смешанная стратегия состоит в том, что задаются лишь вероятности выбора альтернатив, а сам выбор осуществляется случайным механизмом, подчиняющимся заданному распределению. В результате получаемый выигрыш становится случайной величиной и сравнение стратегий можно вести через средние значения выигрыша. Оказывается (теорема фон Неймана), что *любые матричные игры со строгим соперничеством имеют решения в смешанных стратегиях.* Кроме того, матричную игру можно свести к задаче линейного программирования, что не только дает практические методы численного решения игр, но и позволяет перенести ряд теоретических результатов из теории программирования в теорию игр.

О выборе в условиях статистической неопределенности. Существует класс задач выбора, особенностью которых является наличие неопределенности даже после того, как проведена серия наблюдений, измерений.

Пусть, например, требуется знать точное значение напряжения в какой-то точке. Его измерение вольтметром или другим прибором дает хотя и близкое, но неточное значение, причем значение погрешности показания вольтметра в момент измерения случайно.

Аналогичная ситуация – выбор в условиях статистической неопределенности – имеет место не только при оценке некоторой величины, но и при классификации объектов (какие узлы сети отнести к сильно связанным между собой? см. гл. 2), а также при необходимости подобрать математическую модель явления или обнаружить какую бы то ни было закономерность (есть ли закономер-

ность в том, как в течение 30 лет поражала молния данный участок линии электропередачи?).

Во всех таких задачах есть общее – необходимость выбора на основании косвенных или прямых, но обязательно "зашумленных" данных. Для формализации решения таких задач самым важным является предположение о статистичности экспериментальных данных. Оно состоит в том, что связь между истинной, но неизвестной искомой альтернативой © возможных закономерностей, на которой и надо сделать выбор, и наблюдаемыми данными $x_1, x_2, ..., x_N$ адекватно описывается распределением вероятностей (например, функцией распределения $F(x_1, ..., x_N|\Theta)$ или, если x_i – непрерывные величины, а функция F дифференцируема, плотностью вероятностей $F(x_1, ..., x_N|\Theta)$). Другими словами, считается, что, во-первых, *выборка наблюдении принадлежит статистическому ансамблю всевозможных выборок, на котором задано распределение вероятностей, и, во-вторых, это распределение различно для различных* Θ, *что и обеспечивает наличие информации* о Θ в *выборках* $x_1, ..., x_N$. Вопрос состоит в том, как извлечь эту информацию, т.е. как сделать выбор на множестве Θ или как принять статистическое решение.

Естественно напрашивается идея - свести задачу к уже решенной ранее. Такую возможность предоставляет “игра против природы”: выбор Θ^* на Θ и действительное состояние Θ природы можно в совокупности охарактеризовать функцией потерь $\ell(\Theta^*, \Theta)$, которую и рассматривать как платежную функцию игры. Использование такого представления в самом деле позволяет перенести ряд результатов теории игр в теорию статистических решений. Однако одни статистические задачи не принадлежат к числу решенных задач теории игр, для других существуют более прямые и короткие способы решения, третьи имеют настолько сильно выраженную специфику обработки экспериментальных данных, что игровая терминология лишь «затемняет» суть дела; наконец, теория синтеза и анализа процедур для решения статистических задач - математическая статистика - начала развиваться задолго до возникновения теории игр, достигла значительных результатов и продолжает успешно развиваться самостоятельно. По этим причинам теоретико-игровой подход к статистике, сохраняя свое методологиче-

ское, междисциплинарное значение, не оказал существенного влияния на прикладную статистику.

6.5. Выбор в условиях нечеткости

В жизни мы часто сталкиваемся с ситуациями, описать которые можно лишь в нечетких шкалах (см. п. 5.5). Это, разумеется, относится и к ситуациям, приводящим к выбору. В результате мы приходим к задачам выбора в условиях нечеткости. Каждой из задач, рассмотренных в предыдущих параграфах, можно поставить в соответствие несколько нечетких задач, поскольку нечеткими могут оказаться все или только некоторые компоненты задачи. До настоящего времени рассмотрено лишь незначительное число таких задач, однако работа в этом направлении продолжается [23].

Многокритериальный выбор в нечеткой ситуации. Уже в первой работе по принятию решений в нечеткой ситуации Р. Беллман и Л. Задэ выдвинули идею, состоящую в том, чтобы цели и ограничения представлять как нечеткие множества на множестве альтернатив (в случае одной цели и одного ограничения это соответствует заданию множеств $G = \{x, \mu_G(x)\}$и $C = \{x, \mu_C(x)\}$). Следующий важный шаг состоял в определении *нечеткого решения D как пересечения нечеткой цели* G *и нечеткого ограничения C* (см. п. 5.5), т.е.

$$\mu_D(x) = \min[\mu_G(x), \mu_C(x)]. \qquad (6.18)$$

Обобщение на случай большего числа условий очевидно. Если из нечеткого множества D *требуется выделить какую-то одну альтернативу,* то можно поступать по-разному (вплоть до рандомизации выбора), но возможный вариант состоит в *максимизации* $\mu_D(x)$*:*

$$x^* = \arg\max_{x \in X} \mu_D(x). \qquad (6.19)$$

При таком изложении задачи выбора напрашивается идея о том, чтобы вообще функцию принадлежности *i*-му условию интерпретировать как *i*-и критерий качества и вернуться к многокритериальным задачам. Тогда соотношение (6.18) оказывается формой суперкритерия (6.1) в п. 6.1, которая далеко не единственна.

Интересны исследования в этом отношении, сделанные Дж. Эстером. Он рассмотрел *суперкритерий*

$$Z_p(x) = \left\{ \sum_{i=1}^{m} q_i [\mu_i(x)]^p \right\}^{1/p}, \qquad (6.20)$$

где $0 \le q_i \le 1, \sum_{i=1}^{m} q_i$; m – число нечетких условий; $\mu_i(x)$ – функция принадлежности *i*-му условию; p – параметр суперкритерия. Представление (6.20) интересно не только наличием свойств, облегчающих математическое рассмотрение задачи, но и тем, что оно охватывает широкий класс частных суперкритериев. Так, при $p \to -\infty$ получается оператор нахождения минимального элемента из заданной совокупности (т.е. снова приходим к формуле (6.18)), при p=0 оператор умножения, при p=1 оператор сложения, при $p \to +\infty$ оператор нахождения максимального элемента. Итак, задача нахождения наилучшей альтернативы x^* сводится к максимизации $Z_p(x)$*:*

$$x_g^* = \arg\max_{x \in X} Z_p(x). \qquad (6.21)$$

Очевидно, что при этом решение зависит от конкретного набора коэффициентов $g = \{g_i\}$. Обозначим через $E(p)$ множество $\{x_g^*\}$, соответствующее разным *g* при фиксированном *p*. Дж. Эстер обнаружил интересные свойства множества $E(p)$*:* для всех $-\infty < p_1 \le p_2 < \infty$ справедливо включение $E(p_2) \subseteq E(p_1) \subseteq PM$*,* где *PM* - паретовское множество (см. п. 6.1).

Функции принадлежности вообще находить непросто, а при использовании изложенного подхода, кроме того, требуется, чтобы они еще имели и смысл критериальных функций в задаче выбора. Это может оказаться и неудобным, и бессмысленным. С.А. Орловский [21] предложил не изменять содержательного смысла критериев качества альтернатив и не отождествлять критериальные функции с принадлежностями, а *отразить в модели нечеткость шкал, в которых эти критерии фиксируются* (если такая нечеткость имеет место). Предполагается, что критериальные функции $q_i(x)$ относятся к параметрическим семействам, т.е., и считается, что нечеткость критериальных функций сводится к нечеткости в описании параметров $\bar{q}$ *:* $Q = \{\bar{q}, \mu_Q(\bar{q})\}$*.*

Теперь для каждой альтернативы *x* значение критерия $J_i(x, \bar{q})$ принадлежит нечеткому множеству, функция $\mu_i(J_i(x))$ принадлеж-

ности к которому зависит от x и от конкретного вида функций $J_i(x,\bar{q})$ и $\mu_Q(\bar{q})$. Носитель этого множества может быть как ограничен сверху величиной $J_i^0(x)$, так и не ограничен (чем больше J_i, тем лучше; ограниченность J_i, сверху несущественна). Если естественного ограничения снизу нет, то его можно ввести искусственно, задав некоторый уровень $\alpha(0<\alpha<1)$ для функции принадлежности и взяв в качестве $J_I^0(x)$ наименьший корень уравнения $\mu_i(J_i(x))$. В результате величины $J_I^0(x),...,J_m^0(x)$ можно рассматривать как новые (и уже четкие, не нечеткие!) критериальные функции, и мы возвращаемся к стандартной многокритериальной задаче, которую можно решать любым из известных методов (см. п. 6.1). С.А. Орловский, в частности, предлагает находить паретовское множество альтернатив.

Заканчивая обзор нечетких вариантов критериальных задач выбора, рассмотрим еще задачи, связанные с использованием *расстояний между точками в пространстве альтернатив.* При нечетком описании альтернатив предлагается расстояние определять через модули разностей функций принадлежности, например

$$d(x_i, x_j)=\left(\frac{1}{m}\sum\left|\mu_r(x_i)-\mu_r(x_j)\right)^p\right)^{1/p}, \qquad (6.22)$$

где $\mu_r(x)$ – функция принадлежности по *r*-му признаку к интересующему нас множеству. Такие расстояния используются в задачах классификации.

Некритериальные задачи нечеткого выбора. Некоторые успехи имеются и в рассмотрении нечетких вариантов выбора, описываемого на языке бинарных отношений (см. п. 6.2). Во-первых, сделано нечеткое обобщение отношения предпочтения. *Нечеткое отношение R слабого порядка* определяется как удовлетворяющее нечетким условиям связности и транзитивности

$$x_i \neq x_j \Rightarrow \mu_R(x_i, x_j)>0 \text{ или } \mu_R(x_j, x_i)>0 \qquad (6.23)$$

(связность);

$$\mu_R(x_i, x_k)=\max_{x_j}\left\{\min\left[\mu_R(x_i, x_j), \mu_R(x_j, x_k)\right]\right\} \qquad (6.24)$$

(транзитивность).

Если условие (6.23) заменить условием

$$\mu_R(x_i, x_j) > 0 \Rightarrow \mu_R(x_j, x_i) = 0 \qquad (6.25)$$

(асимметрия), то такое упорядочение называется *сильным.*

Во-вторых, Л. Задэ показал, что любое нечеткое отношение R допускает разложение по α в виде объединения нечетких множеств R_α с функциями принадлежности

$$\mu_{R_\alpha}(x_i, x_j) = \begin{cases} \alpha & \text{при} \quad (x_i, x_j) \in R_\alpha, \\ 0 & \textit{при} \quad (x_i, x_j) \in R_\alpha, \end{cases} \qquad (6.26)$$

где $0 < \alpha < 1$, что можно представить как расслоение объема под μ_R на горизонтальные пласты уровней α.

Это например, позволяет перейти от нечеткого описания коллективного упорядочения альтернатив к не нечеткому множеству альтернатив, отобранных “со степенью согласия на уровне α”.

В целом идеи теории нечетких множеств привлекают все больший интерес, поскольку в этой модели удалось отразить многие особенности языковых моделей и действий человека на их основе.

6.6. Оптимальное управление

Функционал качества. В этом параграфе рассматривается специальный класс задач выбора, характеризующийся тем, что задается способ сравнения процессов в системе и целью является нахождение наилучшего из них. Обычно способ сравнения формализуется в виде отображения, которое каждому процессу ставит в соответствие число, называемое *функционалом качества:*

$$J(x) = \int_{t_0}^{t_f} \Phi[x(t), \dot{x}(t), t]dt, \qquad (6.27)$$

где t_0 и t_f – соответственно начальный и конечный моменты времени.

В настоящее время теория оптимального управления содержит многочисленные условия, которые позволяют выяснить структуру оптимальных процессов. Для широкого класса задач разработаны методы нахождения оптимальных управлении. Все они базируются на некоторых фундаментальных условиях оптимальности, которые мы рассмотрим далее.

Вариационный принцип для решения задачи оптимального управления приводит к известному уравнению Эйлера-Лагранжа, которое имеет вид [4, 14]

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial x} = 0, \qquad (6.28)$$

и связанному с ним *условию трансверсальности.* Это необходимое условие оптимальности в вариационных задачах с подвижными концами. С помощью условия трансверсальности определяют произвольные постоянные, от которых зависит решение уравнений Эйлера-Лагранжа. Условие трансверсальности является необходимым условием обращения в нуль первой вариации функционала.

Вариация функционала (первая вариация) – обобщение понятия дифференциала функции одной переменной, главная линейная часть приращения функционала вдоль определенного направления.

Итак, условие трансверсальности при фиксированном времени t_j имеет вид

$$\delta x^T \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} = 0 \text{ для } t = t_0, t_f, \qquad (6.29)$$

где δx – первая вариация $x(t)$.

При выполнении условий (6.28), (6.29) определяют *двухточечную краевую задачу,* решение которой дает оптимальную траекторию $x(t)$. Аналитическое решение уравнений Эйлера-Лагранжа с граничными условиями в двух концевых точках, за исключением очень простых случаев, связано с большими трудностями. Сложным является и получение численного решения двухточечной краевой задачи.

Принцип максимума Понтрягина. В 1956 г. Л.С. Понтрягин и его сотрудники разработали принцип максимума (или минимума) для непрерывных систем, дающий необходимые условия оптимальности для задач с ограничениями на управление, который широко используется в теории оптимальных систем.

Рассмотрим критерий качества

$$J = \Theta[x(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} \Phi[x(t), u(t), t]dt. \qquad (6.30)$$

Будем выполнять оптимизацию (6.30) при наличии ограничений в виде векторного дифференциального уравнения

$$\dot{x}(t) = f[x(t), u(t), t]. \qquad (6.31)$$

В (6.90), (6.31) вектор *и* представляет *управляющую векторную функцию,* которую необходимо выбрать из условия минимизации (6.30).

При применении принципа максимума используют скалярную функцию – *гамильтониан,* определяемый выражением

$$H[x(t), u(t), \lambda(t), t] = \Phi[x(t), u(t), t] + \lambda^T(x) f[x(t), u(t), t], \qquad (6.32)$$

где λ представляет собой векторную функцию времени, составляющие которой называются *сопряженными переменными* и которые аналогичны множителям Лагранжа в задачах математического программирования.

Применяя вариационный принцип, можно получить необходимые условия оптимума, которые при отсутствии ограничения в форме неравенств и при фиксированных моментах времени t_0 и t_f могут быть представлены в виде

$$-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial \Phi(x,u,t)}{\partial x} + \left[\frac{\partial f^T(x,u,t)}{\partial x}\right]\lambda(t); \qquad (6.33)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} = f(x,u,t); \qquad (6.34)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \frac{\partial \Phi(x,u,t)}{\partial u} + \left[\frac{\partial f^T(x,u,t)}{\partial u}\right]\lambda(t) = 0; \qquad (6.35)$$

$$\delta x^T\left[\frac{\partial \Theta}{\partial x} - \lambda\right] = 0 \text{ для } t = t_0, t_f. \qquad (6.36)$$

Для нахождения оптимального управления и оптимальной траектории нужно решить двухточечную краевую задачу, заданную уравнениями (6.33), (6.34) при наличии граничных условий (6.36) и уравнения связи (6.35).

Обычно $x(t_o)$ определено, а $x(t_f)$ нет, поэтому $\delta x(t_0) = 0$, а $\delta x(t_f)$ произвольно. В этом случае условия трансверсальности (6.36) принимают вид

$$x(t_0) = x_0;\ \lambda(t_f) = \frac{\partial \Theta[x(t_f), t_f]}{\partial x(t_f)}. \qquad (6.37)$$

Динамическое программирование представляет собой последовательную процедуру применения так называемых *уравнений Гамильтона-Якоби* (см. ниже). Теория дискретного динамиче-

ского программирования была развита американским математиком Р. Беллманом и базируется на двух принципах: погружения и оптимальности. Согласно *принципу погружения* задача с фиксированным начальным состоянием и фиксированным временным интервалом всегда может рассматриваться как частный случай более общей задачи с переменным начальным состоянием и изменяющимся интервалом. Согласно *принципу оптимальности* оптимальная стратегия должна обладать свойством: какими бы ни были начальные состояния и принятые решения, все последующие решения должны образовывать оптимальную стратегию относительно состояния, установленного предшествующим решением.

Задача оптимального управления заключается в минимизации целевой функции (6.30) для динамической системы (6.31) при начальных условиях $x(t_0) = x_0$.

Уравнения Гамильтона-Якоби имеют вид

$$\frac{dV(c,t)}{dt} + \min_u \left\{ \Phi(\mathrm{c,u,t}) + \left[\frac{dV}{dt} \right]^T f(\mathrm{c,u,t}) \right\} = 0; \qquad (6.38)$$

$$V(c,t_f) = \Theta[x(t_f), t_f], \qquad (6.39)$$

где C – заданная начальная траектория $x(t)$, а $V[x(t), t] = \min_{u_t} \{\Theta[x(t_f), t_f] + \int_t^{t_f} \Phi[x(\varphi), u(\varphi), \varphi] d\varphi$.

Уравнения (6.30), (6.31), (6.38), (6.39) можно дискретизировать во времени. На интервале от t_0 до t_f выделяется $(k_f - k_0)$ интервалов длительностью τ. Для решения задачи оптимального управления применяют последовательную процедуру оптимизации, начиная с $(k_f - 1)$-го интервала. Согласно принципу оптимальности управление $u(k_f - 1)$ не зависит от предыстории процесса и определяется лишь состоянием системы $x(k_f - 1)$ и целью управления. На последнем участке траектории от $t = (k_f - 1)$ до $t_f = k_f \tau$ величина $u(k_f - 1)$ влияет лишь на те составляющие (6.30) (интеграл в результате дискретизации заменен суммой), которые относятся к этому участку. Такой процесс продолжается $k_f - k_0$ шагов до начала промежутка k_0. В результате получаются оптимальное управляющее воздействие $u^*(k_0)$ и минимальное значение целевой функции $V(k_0)$ при оптимальном управлении.

Достоинством метода динамического программирования является возможность простого учета ограничений в форме неравенств на переменные состояния и управления. К недостаткам метода относятся требования большой памяти ЭВМ и длительность счета для сколько-нибудь сложных задач. Существует ряд способов преодоления указанных трудностей.

Приведенные сведения дают лишь самое общее представление о проблеме оптимального управления, из которого ощущается вычислительная сложность таких задач. В ЭЭС вследствие этого задачи оптимального управления не получили пока широкого распространения. Наиболее логичная сфера применения методов оптимального управления – управление переходными режимами ЭЭС при авариях – характеризуется весьма быстрыми процессами; поэтому использование здесь таких методов встречает большие трудности. Более приемлемая область – управление режимами ЭЭС в длительных циклах, например в пределах года, в которой имеется определенный опыт решения задач оптимального управления, в частности, методом динамического программирования.

Наблюдаемость и управляемость являются важными понятиями в теории систем. Наблюдаемость системы характеризует возможность определить состояние системы по наблюдениям над выходными переменными этой системы на некотором интервале времени. *Система называется наблюдаемой на интервале* $[t_0, t_f]$, *если и только если состояние системы в момент времени* t_0 *однозначно может быть определено по значениям выходных переменных на интервале* $[t_0, t_f]$.

Необходимым и достаточным условием наблюдаемости линейных систем с переменными параметрами

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t); \qquad (6.40)$$

$$z(t) = c(t)x(t), \qquad (6.41)$$

где z – q-мерный вектор наблюдений, является невырожденность так называемой матрицы наблюдаемости Грама

$$M(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \varphi^{\mathrm{T}}(t, t_0) c^{\mathrm{T}}(t) c(t) \varphi(t, t_0) dt \qquad (6.42)$$

где φ – переходная матрица системы, которая удовлетворяет соотношению

$$\frac{d\varphi(t,\varphi)}{dt} = A(t)\varphi(t,\tau); \quad \varphi(t,t) = \mathrm{E}, \tag{6.43}$$

E – единичная матрица; τ – некоторый момент времени, отличный от *t.*

Для линейных инвариантных во времени систем с *n* переменными состояния *x* необходимым и достаточным условием наблюдаемости является условие

$$\operatorname{rank}\left[\mathrm{C}^{\mathrm{T}}, A^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}},..., \left(A^{\mathrm{T}^{n-1}}C^{\mathrm{T}}\right)\right] = n. \tag{6.44}$$

Управляемость характеризует возможность перевода системы в течение конечного интервала времени из одного состояния в любое другое. Система называется системой с управляемым состоянием на интервале $[t_0, t_f]$, если и только если существует управляющая функция, определенная на $[t_0, t_f]$, которая переводит любой начальный вектор состояния $x(t_0)$ *в* любой конечный вектор состояния $x(t_f)$.

Необходимым и достаточным условием управляемости состояния систем, описываемых уравнениями (6.40), (6.41), является невырожденность матрицы управляемости Грама

$$N(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} \varphi(t_f, \tau)B(\tau)B^{\mathrm{T}}(\tau)\varphi^{\mathrm{T}}(t_f, \tau)d\tau. \tag{6.45}$$

Для линейных инвариантных во времени систем с *n* переменными состояния *x* необходимым и достаточным условием управляемости является условие

$$\operatorname{rank}\left[\mathrm{B}, \mathrm{AB}, \mathrm{A}^2 B,..., A^{n-1}B\right] = n. \tag{6.46}$$

Наблюдаемость и управляемость играют важную роль при управлении ЭЭС. Наиболее решены эти проблемы для задач управления установившимися режимами ЭЭС. Неполная наблюдаемость не позволяет выбрать целесообразное управление системой. Недостаточная управляемость оборачивается недопустимыми отклонениями частоты, напряжений, может усугубить аварийную ситуацию и др.

6.7. Достоинства и недостатки идеи оптимальности

Во всех рассмотренных в предыдущих параграфах вариантах задачи выбора проблема состояла в том, чтобы в исходном множестве найти *наилучшие в заданных условиях, (т.е. оптимальные)*

альтернативы. Здесь важное значение имеет каждое слово. Говоря «наилучшие», мы предполагаем, что нам известны критерий и способ сравнения вариантов и нахождения самого лучшего из них. Однако этого мало: важно учесть условия, ограничения, так как их изменение может привести к тому, что при том же критерии наилучшим окажется другой вариант [19].

Достоинства оптимизационного подхода. Идея оптимальности является центральной в кибернетике. Понятие оптимальности получило строгое и точное представление в математических теориях, прочно вошло в практику проектирования и эксплуатации технических систем, в том числе электроэнергетических, сыграло важную роль в формировании современных системных представлений, широко используется в административной и даже общественной практике; оно стало известным почти каждому человеку. И это не удивительно: стремление к повышению эффективности труда, творчества, любой целенаправленной деятельности как бы нашло свое выражение, ясную и понятную форму в идее оптимальности.

Различие между строго научным и «общепринятым», житейским пониманием оптимальности совсем невелико. Правда, встречающиеся выражения типа “наиболее оптимальный” или “добьемся максимального эффекта при минимуме затрат” математически некорректны, но лица, использующие эти выражения, на самом деле просто нестрого и неудачно выражают правильную мысль: как только дело касается конкретной оптимизации, они быстро и легко исправляют формулировки.

Нахождение оптимальных вариантов особенно важно для оценки состояния современной техники и определения перспектив ее дальнейшего развития. Знание параметров оптимальной альтернативы позволяет составить представление о принципиально непревосходимых пределах возможностей техники; сравнение с этими параметрами часто помогает решить вопрос о целесообразности дальнейших усилий по улучшению того или иного показателя качества изделия. Часто оказывается, что в результате оптимизации уже имеющегося агрегата, аппарата, системы значение критерия качества можно повысить всего на несколько процентов; это свидетельствует о том, что и без оптимизации достигнутое значение уже находится в окрестности оптимума.

Однако *нередко оптимизация вскрывает значительные резервы улучшения:* если изменение значения критерия качества на несколько процентов трудно уловить и реализовать, то разрыв в десятки процентов уже обещает существенное улучшение, отвечающее затрачиваемым усилиям. Иногда же этот разрыв настолько велик, что возникает вопрос о том, нет ли принципиально новых путей развития данной отрасли техники.

Понятия “оптимальность”, “оптимизация” широко используются в самых различных задачах развития и эксплуатации ЭЭС. Выбор типов и параметров новых агрегатов и электростанций, новых ЛЭП на перспективу, а также мест размещения этих новых элементов ЭЭС – далеко не полный перечень оптимизационных задач выбора при планировании развития ЭЭС. Выбор состава работающих агрегатов, средств противоаварийной автоматики для обеспечения устойчивости ЭЭС, загрузка агрегатов в различных режимах, потокораспределение в электрической сети, планирование ремонтов оборудования – это лишь некоторые из многих задач оптимизации при эксплуатации (управлении функционированием) ЭЭС. И все перечисленные оптимизационные задачи позволяют улучшить эффективность развития и функционирования современных сложных ЭЭС.

Ограниченность оптимизационного подхода. При всей очевидной полезности идеи оптимизации практика требует осторожного обращения с ней. Для такого заключения имеются достаточно веские основания.

1. Оптимальное решение часто оказывается очень «хрупким»: *незначительные на первый взгляд изменения в условиях задачи могут привести к выбору существенно различающихся альтернатив.* В связи с этим в теории оптимизации уделяется все большее внимание таким модификациям понятия оптимальности, которые придают решениям определенную устойчивость.

2. Оптимизация всегда опирается на предположение, что участвующие в задаче критерии достаточно хорошо отображают поставленные цели. Даже если это и так, то обычно рассматриваемая система является частью некоторой большей системы (см. пп. 1.1, 5.1), и тогда локальная оптимизация совсем необязательно приведет к тому же результату, который потребуется от подсистемы при оптимизации системы в целом. *Это вызывает необходи-*

мость увязывать критерии подсистем с критериями системы, часто делая ненужной локальную оптимизацию.

3. Максимизация критерия оптимальности часто отождествляется с целью, а на самом деле это разные вещи. Фактически критерий и цель относятся друг другу как модель и оригинал, со всеми вытекающими отсюда особенностями (см. гл. 5). Многие цели трудно или даже невозможно количественно описать (например, эстетический вид электростанции или ЛЭП). Однако при необходимости это часто делается (более или менее удачно). Конечно, количественный критерий является лишь суррогатом цели (например, критерий экологического влияния тепловой электростанции в виде объема выбрасываемой золы из труб). Однако важно то, что *критерий характеризует цель лишь косвенно, иногда лучше, иногда хуже, но всегда приближенно.*

4. Как мы уже отмечали, в понятии оптимальности кроме критериев не менее важную роль играют ограничения. Даже небольшие их изменения существенно сказываются на решении. Еще более разительный эффект можно получить, снимая одни ограничения и добавляя другие. В этом моменте содержится серьезная “ловушка” при оптимизационном подходе к сложным системам, на что обратил внимание Н. Винер в первых же публикациях по кибернетике. Опасность состоит в том, что, *не задав всех необходимых ограничений, мы можем одновременно с оптимизацией основного критерия получить непредвиденные и нежелательные сопутствующие эффекты.* Мысль Н. Винера о том, что по отношению к сложным системам мы принципиально не в состоянии заранее определить все условия и ограничения, гарантирующие отсутствие нежелательных последствий оптимизации, позволила ему сделать мрачное предположение о катастрофических последствиях кибернетизации общества.

5. В представлении и учете ограничений в процессе оптимизации есть еще одна опасная сторона. Дело в том, что ограничения в оптимизационной задаче по существу представляют собой модель оптимизируемой системы. Чем сложнее система, тем сложнее ограничения и тем больше их количество. Данное обстоятельство, естественно, существенно усложняет процесс оптимизации, а в некоторых случаях делает задачу нерешаемой в принципе, если структура и вид ограничений не укладываются в известные методы решения оптимизационных задач. Это, в свою очередь, заставляет

упрощать модель системы, приводить ограничения к “приемлемому” для используемого метода оптимизации виду, т.е. «выхолащивать» модель системы. Часто такое «выхолащивание» может оказаться недопустимым с точки зрения потери важных определяющих свойств системы.

Итак, *с позиций системного анализа отношение к оптимизации можно сформулировать следующим образом: это мощное средство повышения эффективности, но использовать его следует все более осторожно по мере возрастания сложности проблемы.*

Многие задачи проектирования технических систем, в том числе ЭЭС, могут быть достаточно хорошо формализованы, сведены к математическим моделям, позволяющим ставить и решать оптимизационные задачи. Однако даже после успешного преодоления сложностей формализации системотехнических проблем остаются две «ловушки»: неустойчивость оптимальных решений, т.е. их сильная чувствительность к изменениям условий, и неоднозначность постановки многокритериальных задач. Возможны следующие меры предосторожности: исследование чувствительности; пользование устойчивыми (робастифицированными) процедурами; выделение паретовских множеств альтернатив с последующим их сужением за счет дополнительной информации либо рассмотрение оптимальных альтернатив по нескольким различным сверткам критериев и т.п.

При переходе от чисто технических или технологических проблем к проблемам, включающим организационные и социальные вопросы, ситуация существенно усложняется. Именно на разработку методов рассмотрения таких проблем направлены сейчас основные усилия в системном анализе. *Сложные системы потому и сложны, что не поддаются полной формализации.* Следовательно, оптимизационные задачи, которые удается поставить при исследовании сложных систем, неизбежно имеют частичный, подчиненный характер, если описывают хорошо структурированные подсистемы, либо являются заведомо приближенными, если относятся к системе в целом. Поэтому *оптимизация в таких исследованиях не конечная цель, а средство, промежуточный, а иногда и начальный этап работы.* Заостряя этот момент, некоторые авторы пишут: «*вопрос не в том, нужно ли оптимизировать, а в том, нужно ли это делать».* Меры предосторожности в подобных ситу-

ациях состоят в рассмотрении результатов оптимизации как предварительных, вспомогательных данных для дальнейшего анализа, для изменения самих задач оптимизации.

Изложенные проблемы оптимизационного подхода характерны и для ЭЭС, в меньшей мере для эксплуатационных задач, в несколько большей -для задач развития, проектирования ЭЭС.

Некоторые возможные пути преодоления изложенных проблем оптимизационного подхода даны в следующих параграфах данной главы. Одним из реальных выходов из подобной ситуации является имитационный подход к исследованию сложных систем и проблем, основные положения которого рассматриваются в гл. 7.

6.8. Иерархические задачи выбора

Общая схема. Рассматривается задача проектирования системы, заключающаяся, во-первых, в выборе наиболее предпочтительного по совокупности критериев варианта системы из некоторого множества альтернатив и, во-вторых, в определении наиболее предпочтительных значений параметров системы для выбранного варианта. Таким образом, если $X = \{X_1, X_2, ...\}$ – *множество альтернатив выбора* (вариантов системы); $x \in X$, $X_i = \{x_{i1}, x_{i2}, ...\}$ – *множество параметров системы;* $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, ...\}$ – множество отношений предпочтения при выборе, определяемых содержанием задачи, составом и сутью критериев и др., то задача выбора может быть сформулирована в достаточно общем виде:

$$X_0 = opt(X, \Phi); \quad x_0 = opt(x, X, \Phi), \tag{6.47}$$

где opt означает отмеченную выше предпочтительность, рациональность или в более узком смысле – оптимальность выбора, хотя это может быть и любой другой вид схемы выбора.

Во многих практически важных случаях, в том числе и в задачах проектирования ЭЭС, требуемый уровень детальности математического описания системы и задачи выбора оказывается весьма высоким и *исходная задача выбора в виде* (6.47) *получается практически непреодолимой* [6, 14].

Введем $m+1$ *уровень описания задачи.* Для раскрытия этих уровней определим прежде всего множества отношений предпочтения на каждом уровне как

$$\Phi^m \to \Phi^{m-1} = \varphi_{m-1}\left(\Phi^m\right) \to ... \to \Phi^0 = \varphi_0\left(\Phi^1\right). \tag{6.48}$$

Стрелки в (6.48) указывают на *уточнение отношений предпочтения* от верхнего уровня описания к нижнему, их детализацию в смысле состава и содержания подзадач, критериев, ключевых (оптимизируемых) параметров и т.д.

Первоначально цепочка (6.48) множеств отношений предпочтения формируется на основе знаний и опыта исследователя в рассматриваемой предметной области. В последующем состав и содержание множеств отношений предпочтения на $m+1$ уровне описания задачи уточняются по мере накопления опыта решения данной проблемы и со временем окажутся достаточно стабильными.

При этом на промежуточных уровнях описания задачи может возникать необходимость введения новых критериев, в которых еще нет необходимости или их невозможно учесть на верхнем уровне, решения новых дополнительных подзадач, выделения новых оптимизируемых параметров и др., т.е. расширения исходного множества отношений предпочтения. С другой стороны, на верхнем уровне m оказывается вовсе необязательно рассматривать все критерии и подзадачи из исходного множества альтернатив Φ. В то же время соотношение $\Phi^{m-1} = \varphi_{m-1}\left(\Phi^{m}\right)$ в (6.48) означает, что на уровне $m-1$ при описании множества отношений предпочтения Φ^{m-1} учитывается то, что на уровне m соответствующее множество Φ^{m} уже определено, и описание Φ^{m-1} вследствие этого упрощается. Таким образом, каждое из множеств отношений предпочтения Φ^{i} оказывается более простым, чем исходное множество Φ, но в то же время в *совокупности состав и содержание множеств Φ^{i} на всех уровнях описания задачи получаются богаче, чем исходное множество Φ.*

Введем *связанную совокупность описаний структуры и состояний системы* (ее параметров), иначе говоря, *совокупность моделей системы:*

$$x^{0} \to x^{1} = \operatorname{opt} f_{1}\left(x^{0}, \Phi^{1}\right) \to \ldots \to x^{m} = \operatorname{opt} f_{m}\left(x^{m-1}, \Phi^{m}\right). \quad (6.49)$$

Движение по стрелке в (6.49) означает последовательное, шаг за шагом, *агрегирование описания (модели) системы,* которое в общем случае может выполняться некоторым оптимальным образом. Излишне отмечать, что модель системы на некотором уровне описания i и множество отношений предпочтения на этом же уровне должны соответствовать друг другу.

На основании (6.49) введем также последовательное *дезагрегирование модели системы:*

$$x^m \to x^{m-1} = \mathrm{opt}\, f_{m-1}^{-1}\left(x^m, \Phi^{m-1}\right) \to \ldots \to x^0 = \mathrm{opt}\, f_0^{-1}\left(x^1, \Phi^0\right). \quad (6.50)$$

Содержательный смысл (6.50) аналогичен (6.49).

Теперь *решим последовательность подзадач выбора*

$$\begin{array}{l} x_0^m = \mathrm{opt}\left(x^m, \Phi^m;\ X^m = X\right), \\ \downarrow \\ x_0^{m-1} = \mathrm{opt}\left(f_{\mathrm{m-1}}^{-1}\left(x_0^m\right), \Phi^{m-1};\ F_{m-1}\left(X^m\right), \Phi^{m-1}\right), \\ \downarrow \\ \vdots \\ \downarrow \\ x_0^0 = opt\left(f_{m-1}^{-1}\left(x_0^1\right), \Phi^0;\ F_0\left(X^1\right), \Phi^0\right). \end{array} \quad (6.51)$$

Здесь F означает *трансформацию множества альтернатив,* состав которых может меняться от верхнего уровня к нижнему, но не только из-за отбрасывания некоторых из них, но и за счет введения дополнительных альтернатив на промежуточных уровнях. В этом смысле рассматриваемая иерархическая схема выбора оказывается богаче, чем прямое решение исходной задачи (6.47). Таким образом, можно записать процесс трансформации альтернатив в виде

$$X^m = X \to X^{m-1} = F_{m-1}\left(X^m\right) \to \ldots \to X^0 = F_0\left(X^1\right). \quad (6.52)$$

Решением исходной задачи в рассматриваемой иерархической постановке будут X_0^0 и x_0^0, которые в принципе *отличаются от* X_0 и x_0, если бы задачу (6.47) удалось решить, поскольку на промежуточных уровнях описания задачи уточнялись состав и содержание отношений предпочтения, возможно расширение множества рассматриваемых альтернатив, в целом интегральное описание (модель) системы оказывается богаче, чем при прямой постановке задачи в виде (6.47).

Возможны модификации представленной иерархической схемы выбора, например, в случае *иерархической структуры проектируемой системы, когда она состоит из нескольких относительно независимых подсистем,* и задача выбора сначала решается для системы в целом как координационная, а затем каждая подси-

стема уточняет свой выбор, в том числе по своим собственным критериям. Тогда по мере движения от верхнего уровня к нижнему задачи (6.51) и (6.52) на некотором уровне распараллеливаются между независимыми партнерами (подсистемами) и решаются ими самостоятельно. Соответствующего распараллеливания требуют тогда и вспомогательные операции (6.48) - (6.50).

Пример иерархической задачи проектирования ЭЭС. Рассматривается задача проектирования ЕЭЭС России на удаленную перспективу, состоящая в выборе структуры генерирующего оборудования из некоторого множества типов агрегатов, размещении вновь вводимых агрегатов и электростанций, в выборе структуры и параметров основной электрической сети с учетом требований надежности электроснабжения потребителей, допустимости нормальных, послеаварийных и ремонтных режимов ЕЭЭС, обеспечения устойчивости системы при возмущениях.

Сформулированная задача в прямом ее виде непреодолима в указанном выше смысле, и она практически таким образом никогда и не решается, а формулируется некоторая иерархическая последовательность взаимосвязанных друг с другом подзадач. Рассмотрим возможную иерархическую схему выбора для данной задачи в терминах общей схемы, изложенной выше.

Пусть с учетом неопределенности внешних условий развития ЕЭЭС сформированы *два альтернативных варианта системы,* т.е. $X = \{X_1, X_2\}$. Будем рассматривать *два уровня описания задачи,* причем на верхнем уровне будем решать подзадачу выбора структуры генерирующих мощностей и их размещения, а на нижнем - подзадачу выбора структуры и параметров основной электрической сети ЕЭЭС. С учетом этого на верхнем уровне в качестве критериев формирования отношений предпочтения примем капитальные затраты на вновь вводимое генерирующее оборудование и объем выбросов в окружающую среду при работе этого оборудования в виде золы, оксидов азота, серы и т.д. На нижнем уровне будем рассматривать в качестве критериев капитальные затраты на вновь вводимые ЛЭП, уровни надежности электроснабжения потребителей и устойчивости ЕЭЭС. Требования допустимости режимов зададим при формулировании описания (модели) ЕЭЭС на нижнем уровне.

Таким образом, имеем следующие множества отношений предпочтения на принятых двух уровнях описания задачи:

$$\Phi^1 = \left\{\Phi^1_{\text{кг}}, \Phi^1_{\text{э}}\right\}, \Phi^0 = \left(\Phi^0_{\text{кс}}, \Phi^0_{\text{н}}, \Phi^0_{\text{у}}\right), \qquad (6.53)$$

где индексы "кг" и "кс" соответствуют капитальным затратам на генерацию и сеть; "э", "н", "у" критериям экологического влияния, надежности и устойчивости. Взаимосвязь множеств критериев на рассматриваемых двух уровнях описания задачи осуществляется через капитальные затраты, поскольку $\Phi_{\text{к}} = \Phi_{\text{кг}} + \Phi_{\text{кс}}$ и обычно требуется найти минимум $\Phi_{\text{к}}$, а соотношение между его составляющими может корректироваться при переходе от подзадачи верхнего уровня к совокупности подзадач нижнего уровня за счет уточнения требований к генерации с учетом ввода дополнительных ЛЭП, требований надежности и устойчивости.

Модели ЕЭЭС на рассматриваемых двух уровнях описания задачи примем следующими. На нижнем уровне для решения задач допустимости режимов и устойчивости системы будем рассматривать детальное описание установившихся режимов и переходных процессов в ЕЭЭС в обычно принятом виде, т.е. с представлением реальных или агрегированных ЛЭП, трансформаторов, электростанций и узлов нагрузки с их параметрами, использующимися для такого описания. Для анализа надежности электроснабжения потребителей сформулируем агрегированное представление ЕЭЭС в виде совокупности крупных узлов, представляющих ОЭЭС или другой состав подсистем, связи внутри которых полагаются имеющими неограниченные пропускные способности и поэтому не учитываются, а агрегированные узлы (подсистемы) соединены между собой некоторыми агрегированными связями с ограниченными пропускными способностями.

Таким образом, *на верхнем уровне используется агрегированная модель ЕЭЭС, а на нижнем – расширенная совокупность моделей, включающая ту же агрегированную модель и более детальные модели.* Следует отметить, что подходы к формированию и агрегированию моделей в требуемом здесь смысле существуют [8, 9]. Процедура дезагрегирования моделей менее отработана. В целом обе эти процедуры пока еще недостаточно формализованы.

Далее нетрудно формально выписать *последовательность подзадач вида* (6.51) в соответствии с предлагаемой иерархической схемой выбора, однако содержательно состав этих подзадач с

учетом приведенных выше пояснений достаточно понятен и мы не будем загромождать изложение дополнительными формальными выкладками. В результате решения иерархической последовательности подзадач будет принят один из двух альтернативных вариантов ЕЭЭС и будут определены оптимальные в смысле принятых критериев его параметры. Некоторые детали многокритериального выбора мы оставляем за пределами данного описания, они могут быть реализованы в соответствии с приведенными в предыдущих параграфах схемами.

Необходимо подчеркнуть, что помимо обеспечения разрешимости общей задачи проектирования ЕЭЭС в принципе, иерархическая схема выбора дает возможность *преодолеть многие недостатки оптимизационного подхода,* сформулированные в предыдущем параграфе, за счет детализации моделирования системы, введения дополнительных эвристических соображений при формировании множеств отношений предпочтения на различных уровнях описания задачи и т.д. Все это несомненно расширяет и обогащает возможности выбора решений.

6.9. Экспертные методы выбора

Факторы, влияющие на работу эксперта. При исследовании сложных систем возникают проблемы, выходящие за пределы формальных математических постановок задач. В таком случае прибегают к услугам экспертов, т.е. лиц, чьи суждения и интуиция могут уменьшить сложность проблемы [19].

Основная идея экспертных методов состоит в том, чтобы использовать интеллект людей, их способность искать и находить решение слабо формализованных задач. Однако особенность интеллектуальной деятельности людей состоит в том, что она во многом зависит от внешних и внутренних условий. Поэтому в методиках организации экспертных оценок специальное внимание уделяется созданию благоприятных условий и нейтрализации факторов, неблагоприятно влияющих на работу экспертов.

Очень важную роль играют *факторы психологического характера.* Прежде всего эксперты должны быть *освобождены от ответственности за использование результата экспертизы.* Дело не только в том, что лицо, принимающее решения, не хочет или не должно возлагать ответственность на других, но и в том, что сама

ответственность накладывает психологические ограничения на характер выбора, а этого на стадии оценки альтернатив желательно избежать. Приходится также учитывать, что оценка, даваемая экспертом, может зависеть от *межличностных отношений* с другими экспертами и иногда даже от того, известна ли его оценка другим лицам. На ход экспертизы может повлиять и личная заинтересованность эксперта, т.е. его необъективность, и другие личностные качества (самолюбивость, конформизм, сила характера и пр.).

С другой стороны, сложность проблемы обычно выходит за рамки возможностей одного человека. Было бы неразумно не использовать тот очевидный факт, что коллективная деятельность открывает дополнительные возможности для *взаимного стимулирования экспертов.*

Поскольку взаимодействие между экспертами может как стимулировать, так и подавлять их деятельность, в разных случаях используют методики экспертиз, имеющие различные степень и характер взаимного влияния экспертов друг на друга: анонимные и открытые опросы и анкетирование, совещания (комитеты, коллегии, комиссии, штабы), дискуссии (консилиумы, суды, ученые советы), деловые игры, мозговой штурм и т.д. Рассмотрим наиболее типичные процедуры экспертного выбора.

Методы обработки мнений экспертов. Простейший вариант состоит в следующем. Экспертам раздают анкеты с просьбой оценить предлагаемые альтернативы. Заполненные анкеты собирают, обрабатывают и полученную информацию в некотором обобщенном виде передают лицу, принимающему решение.

На практике возникает ряд вопросов, от ответа на которые зависит, какой именно способ обработки экспертных мнений следует применить в данном конкретном случае.

Предположим, например, что эксперты оценивают альтернативы в числовых шкалах. Пусть $q_j(x_i)$ – оценка *i*-и альтернативы *j*-м экспертом $\left(i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}\right)$. Оценки $q_1(x_i),...,q_n(x_i)$ можно рассматривать *как "измерения" искомой "истинной" характеристики* $q(x_i)$, считая отклонения $q_j(x_i)-q(x_i)$ случайными величинами. В качестве приближения можно использовать некоторую статистику $\hat{q}(x_i)=\hat{q}((q_1(x_i),...,q_n(x_i))$; обычно это выборочное среднее

$$\hat{q}(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} q_j(x_i), \qquad (6.54)$$

но можно использовать и другие статистики.

Сложнее обстоит дело, когда альтернативы нельзя оценить сразу одним числом и экспертам предлагается дать *оценки отдельно по каждому показателю.* Например, оценка качества электроэнергии складывается из оценок несимметричности фаз, несинусоидальности токов, отклонений частоты от номинальной. В таких случаях имеем набор чисел $q_{jk}(x_i)$, где k – номер признака. Кроме этих чисел экспертов просят оценить степень важности λ_{jk} каждого показателя (если это не выполнено другим способом). Тогда

$$\hat{q}(x_i) = \frac{1}{n} \sum_j \sum_k \lambda_{jk} q_{jk}(x_i). \qquad (6.55)$$

Следующее уточнение вводят в случае *неоднородности группы экспертов.* Естественно придать различные (а не одинаковые, равные 1/n) веса мнениям экспертов, имеющих разную квалификацию. Определение коэффициента α_j компетентности j-го эксперта можно поручить самим экспертам. Пусть каждый из них (ℓ-й) оценивает компетентность других числами $0 \le \alpha_{\ell j} \le 1$, при этом и свою числом $\alpha_{\ell\ell}$. Усреднение дает $\alpha_j = \sum_\ell \alpha_{\ell j} \,/\, \sum_s \alpha_{\ell s}$. В результате получают итоговую оценку

$$\hat{q}(x_i) = \sum_j \sum_k \alpha_j \lambda_{jk} q_{jk}(x_i). \qquad (6.56)$$

В тех случаях, когда *эксперты лишь упорядочивают альтернативы,* т.е. используют только порядковую шкалу, возможность арифметических операций отпадает. Тогда переходят к обработке либо относительных частот предпочтений данной альтернативы, либо рангов; иногда используют "медианную" альтернативу или расстояния между ранжированиями.

Более глубокие сведения о сравниваемых альтернативах можно получить, изучая *"тонкую структуру" суждений экспертов.* Дело в том, что оценки экспертов "разбросаны" в пространстве критериев или упорядочений "неравномерно" и чаще всего можно выделить несколько кластеров, т.е. кучно расположенных оценок, либо обнаружить "выбросы", т.е. оценки, далеко отстоящие от кластеров. Значительный интерес представляет выяснение общего меж-

ду близкими оценками и различий между отдаленными оценками. Это выполняют уже в ходе уточняющих опросов, в других терминах. Например, при сравнении надежности различных марок одного и того же типа оборудования может выявиться, что кластеры связаны с такими отсутствовавшими в исходной анкете признаками, как технологические различия на заводах-изготовителях и т.д.

Метод "Делфи". Основная идея метода заключается в том, что *критика благотворно влияет на эксперта, если она психологически не связана с персональной конфронтацией.* Поэтому если проводить оценку альтернатив в несколько туров, сообщая после каждого его полные итоги и сохраняя анонимность участников, то эксперты склонны не только критиковать, но и прислушиваться к критике, относящейся к ним лично. Устранение психологических трудностей, связанных с персональной критикой, придает самой критике большую деловитость и объективность, она легче воспринимается. Все это способствует тому, что обычно оказывается достаточно проведения следующих четырех этапов:

1) раздача анкет, сбор оценок, их обобщенное представление с указанием разброса мнений;

2) сообщение итогов и запрос объяснений причин индивидуального отклонения от средней или медианной оценки первой итерации;

3) сообщение всех объяснений и запрос контраргументов на них;

4) сообщение возражений и запрос новых оценок альтернатив, если эксперт пожелает их изменить; подведение окончательного итога.

Вся работа выполняется под руководством отдельной управляющей группы, в которую входят системный аналитик и лицо, принимающее решения. Анонимность экспертов сохраняется до конца работы, а по желанию экспертов - и после ее окончания.

Метод Делфи показал на практике хорошую эффективность.

6.10. Человеко-машинные системы и выбор

Ограничения человеческого интеллекта. Основной причиной возникновения системного анализа является необходимость ре-

шения комплексных проблем управления сложными системами. Как бы ни понималась сложность, простота понимается одинаково:

простым является случай, когда посторонняя помощь не требуется. В сложных ситуациях, особенно если принимающий решение сталкивается со сложностью в отягчающих условиях дефицита времени или других экстремальных обстоятельств, ему требуется квалифицированная помощь в оценке возможных альтернатив [19].

Помощь экспертов неоценима. Однако существуют естественные пределы человеческих способностей при восприятии и обработке информации. Работу экспертов лимитируют не только межличностные отношения, но и внутренние психологические и физиологические причины. Оказывается, человек одновременно может оперировать лишь небольшим числом операндов (понятий, идей, моделей, альтернатив и т.д.) – психологи, говоря о пределе возможностей, иногда называют это законом *"семь плюс-минус два".* Кроме того, столкнувшись, например, с многокритериальной задачей, эксперт часто проявляет непостоянство, неуверенность, нелогичность, стремление к резкому упрощению задачи. Наконец, в ряде случаев играет роль и низкое быстродействие нервной и мышечной систем человека.

Во всех этих отношениях возможности ЭВМ превосходят способности человека, и возникает простая, но очень плодотворная идея создания единой системы, которая объединила бы возможности человека и машины и компенсировала их недостатки.

Вряд ли возможно, да и не стоит создавать одну универсальную систему на все случаи жизни. На практике идут по пути *создания человеко-машинных систем, называемых проблемно-ориентированными.* Даже в сравнительно конкретной сфере принятия решений наблюдается разветвление типов систем по типам задач выбора. К настоящему моменту существует нескопько самостоятельных направлений этого развития.

Пакеты прикладных программ для выбора. Речь идет о решении конкретных хорошо определенных задач выбора. Примером может случить программное обеспечение задачи минимизации потерь в сложной электрической сети. Существует целый ряд задач выбора при управлении развитием и функционированием современных ЭЭС, которые *хорошо укладываются в формулировки задач математического программирования.* Делаются попытки ре-

шения многокритериальных задач выбора. Для этого широко используются современные базы данных и т.д.

Экспертные системы, основанные на базах данных и знаний, - это, пожалуй, главный путь движения к "искусственному интеллекту". Высокие "интеллектуальные" свойства экспертных систем реализуются благодаря двум их особенностям:

1) наличию полученных от человека (эксперта) *знаний в определенной предметной области* в *форме* набора фактов (предметное знание) и эвристических приемов (эвристические правила), вводимых в машинную базу данных и знаний (см. п. 5.6);

2) в отличие от программных систем прошлых поколений машина оперирует *не только данными, но и понятиями,* выраженными в терминах, близких к естественному языку, а также *знаниями о* классах объектов, обозначенных этими терминами, и отношениями между ними. Это достигается созданием специальных программ.

Экспертные системы имеют широкие перспективы; известны их многочисленные реализации в разнообразных предметных областях. Базы знаний экспертных систем основываются на различных принципах и моделях представления знаний (см. п. 5.6). Учитывается нечеткость описаний и высказываний (см. п. 5.5) и т.п.

Системы поддержки решений. Если первое направление ориентировано на полную автоматизацию хорошо формализованных задач, а второе - на создание систем, накапливающих опыт экспертов и, по существу, впоследствии заменяющих самих экспертов, то в третьем направлении развития человеко-машинных систем выбора основной акцент делается на *участие самого лица, принимающего решения, в попытках формализовать задачу выбора,* а также в самостоятельном сравнении и оценивании с помощью ЭВМ различных альтернатив разными способами.

Это третье направление представлено *системами поддержки решений (Decision Support Systems – DSS).* Они ориентированы не на автоматизацию функций лица, принимающего решения, а на *предоставление ему помощи в поиске хорошего решения.* Поэтому в таких системах особое внимание уделяется диалогу и его "дружественности" для лица, принимающего решения. Конечно, в математическое и программное обеспечение систем поддержки решений входят и формализованные процедуры, и экспертные си-

стемы, которые лицо, принимающее решения, может использовать в случае необходимости.

6.11. Эвристические методы выбора

Эвристики. Ввиду практической сложности решения в точной форме многих важных комбинаторных задач, связанных с полным перебором вариантов, классическими методами (симплекс-методом, методом ветвей и границ, методами теории графов и др.), необходимости получения решения, представляющего практический интерес, начали появляться алгоритмы, которые пропорциональны (соразмерны) решениям (т.е. удовлетворяют ограничениям) и приводят к близкому к оптимальному значению целевой функции в допустимое время [9]. Такие алгоритмы называют *эвристическими.* Имеется несколько причин, благоприятствующих распространению этих алгоритмов:

1) когда не существует точного метода решения задачи или когда для этого требуется много вычислительного времени или памяти машины;

2) когда нет необходимости получения оптимального решения, а достаточно получить любое допустимое;

3) когда используются нечеткие числовые данные.

Достоинством эвристик является их *большая гибкость,* которая позволяет управлять без труда нелинейными функциями. Эвристики являются более *легкими для понимания* по сравнению со сложными математическими методами.

Один из недостатков эвристик заключается в том, что в общем случае невозможно *узнать насколько близко от оптимального* x^* *найденное лучшее решение* $x_{\text{Л}}$. Если решается задача максимизации, то нам известно, что $x_{\text{Л}} \le x^*$. Без сомнения, существует метод для реализации взвешиваний (размежевания), состоящий в уменьшении задачи, удаляя, например, некоторые из ограничений таким образом, чтобы ее легко было решить. Если оптимум уменьшенной задачи есть x' и известно, что $x' \le x_{\text{Л}} \le x^*$, то значение x' приближается к $x_{\text{Л}}$ и гарантирует, что эвристика дает хорошую аппроксимацию. Существуют различные типы эвристик, соответствующие способам достижения решения. Рассмотрим некоторые из них.

Конструктивные методы. Их суть состоит в постепенном приближении к решению путем добавления к нему отдельных компонентов до того момента, пока не получается выполнимое решение. Наиболее распространенным является алгоритм "гриди" (greedy), который строит шаг за шагом решения, отыскивая максимум выгоды на каждом шаге. Например, в задаче о рюкзаке в соответствии с "гриди"-алгоритмом осуществляется движение между еще не отобранными элементами и выбираются те из них, которые имеют наибольшее значение на единицу объема, повторяя процесс до тех пор, пока не достигается больше продуктов.

Методы декомпозиции. Их суть заключается в разделении задачи на подзадачи меньшего размера, считая выход одной задачи в качестве входа другой, таким образом, чтобы получить результат при решении всех задач. Пример применения этого метода к задаче смешанного линейного программирования состоит в определении некоторой формы (возможно, с помощью другой эвристики) решения для входных переменных и затем в решении полученной задачи линейного программирования путем замены этих переменных их значениями. В случае задачи о рюкзаке на первом шаге можно идентифицировать некоторым способом предметы, которые априори являются неинтересными (например, значение, меньшее единицы объема), и затем точно решать полученную задачу меньшего размера.

Манипулирование моделью. Эти эвристики изменяют структуру модели с целью сделать ее более простой для решения и получить решение взамен результата исходной задачи. Можно уменьшить пространство решений (сделать линейные функции вместо нелинейных; сгруппировать переменные с целью уменьшения их количества; наложить новые ограничения и т.д.) или увеличить его (исключить ограничения в задаче).

Методы локального улучшения. Эти методы касаются получения решения на основе другого решения (возможно, найденного другими эвристиками) и посредством альтернативного решения, базируясь на других решениях, но лучшей сходимости. В данную группу входят эвристики, которые позволяют реализовать переход от одного полученного решения к другому. В связи с этим определяют окрестность $N(s)$ решения s, т.е. множество решений, подобных s. Слово "подобных" здесь понимается в том смысле, что можно получить одно $s'' \in N(s)$, исходя из решения s с помощью одной

элементарной операции над *s* (удалить или добавить элемент, поменять элементы местами и т.д.).

Табу-поиск решения - это метаэвристический поиск, который направляет локальную процедуру эвристического поиска для расширения пространства решений за пределы области локального оптимума. Необходимость практического применения методов оптимизации вызвала быстрое развитие табу поиска в последние годы. Метод табу-поиска и его гибриды в сочетании с другими эвристическими и алгоритмическими процедурами дали новые результаты в поиске лучших решений задач о расписании, упорядочении, размещении ресурсов, планировании инвестиций и др. [9].

Метод табу-поиска базируется на той предпосылке, что *решение задачи, чтобы оно считалось разумным, должно включать адаптивную память и исследование чувствительности.* Внимание к исследованию чувствительности (а значит, цели) в табу-поиске либо в детерминированном, либо в вероятностном исполнении вытекает из предположения, что плохой стратегический выбор может нести больше информации, чем хороший случайный выбор. В системе, использующей память, плохой выбор, основанный на стратегии, может дать полезные подсказки, как можно выгодно изменить стратегию. Даже в пространстве со значительной случайностью, которая, к счастью, недостаточно насыщена, чтобы уничтожить все остатки порядка в большинстве реальных задач, целевая разработка может быть более приспособлена к снятию отпечатка структуры и, следовательно, допускает шанс использовать условия, где случайность не всеобъемлюща.

Суть табу-поиска может быть описана следующим образом. Предположим, что можно оптимизировать функцию $f(x)$ на множестве *x.* Тогда табу-поиск, как и простой локальный поиск, функционирует итеративно до тех пор. пока не выполняется определенный критерий. Каждое $x \in X$ имеет соответствующую окрестность $N(x) \subset X$ и каждое решение $x' \in N(x)$ достигается из *x* путем итераций.

Табу-поиск выходит за пределы локального поиска, используя *стратегию модификации* $N(x)$ ***в*** процессе поиска, эффективно заменяя ее другой областью $N^*(x)$*.* Как уже отмечалось, ключевым аспектом табу-поиска является использование специальных

структур памяти, которые нужны для определения $N^*(x)$ и, следовательно, для организации способа исследования пространства.

Решения, принадлежащие $N^*(x)$ и полученные с помощью этих структур памяти, определяются несколькими путями. Один из них, который и дал табу-поиску его имя, находит решения, выходящие за определенные рамки (и неявно некоторые дополнительные решения), и запрещает им принадлежать $N^*(x)$, классифицируя их как табу.

Процесс, в результате которого решения приобретают статус табу, имеет несколько граней, разработанных для того, чтобы провести серьезную проверку новых идей. Полезным способом реализации этого процесса является замена начальных изменений табу-решения изменениями, которые вводят штрафы, чтобы существенно ограничить желание выбирать запрещенные решения (т.е. такие решения, которые должны исключаться из $N^*(x)$ в связи с их зависимостью от элементов, содержащих в себе статус табу). К тому же табу-модификации также периодически включают *поощрения выбора других типов решений как результат долгосрочных влияний.*

Моделирование отжига. В начале 1980-х годов была окончательно определена новая эвристическая стратегия – *моделирование отжига* (simulated annealing), используемая для решения сложных комбинаторных задач. Эта стратегия исходит из аналогии проблем и теоретических результатов в термодинамике, в принципе так не похожей на исследование операций [9].

Идея этой эвристики, называемой *алгоритмом Метрополиса,* базируется на двух методах, используемых в статистической механике для изучения движения молекул, – методах молекулярной динамики и Монте-Карло.

Физико-химическая сущность этой процедуры состоит в следующем. В некотором веществе не все молекулы имеют одинаковую энергию. Молекулы с различным количеством энергии находятся на различных уровнях, меньший из которых при 0°К называется *фундаментальным состоянием.*

Каждый из способов распределения молекул между различными уровнями называют *комплекцией.* Множество всех комплекций

обозначается буквой *n,* а количество частиц на уровне *i* – через *ni* (рис. 6.4.).

Исследуя в конце XIX века соотношение между микроскопическими свойствами тел и частиц, которые их составляют, австрийский физик Л. Больцман обнаружил, что когда изолированная система развивается экспоненциально, кроме увеличения энтропии, возникает большой беспорядок с точки зрения механики.

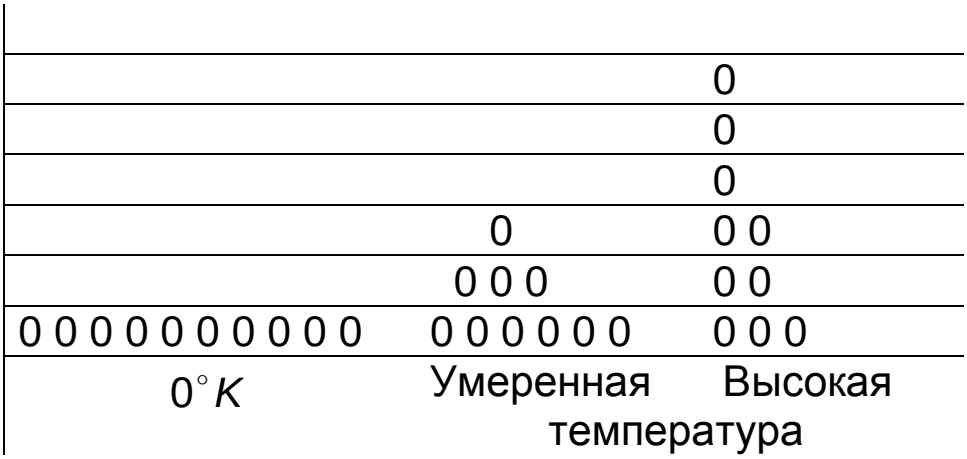


Рис.6.4. Примеры различных комплекций в зависимости от температуры для N=10

Задача состоит в следующем: даны число *N* молекул и энергия *E* вещества. Сколькими способами могут быть расположены частицы на различных уровнях или сколько различных комплекций (card(Ω)) может существовать для заданных значений /*V* и *E? B* соответствии со статистикой Максвелла-Больцмана (которая рассматривает частицы полностью различными), (card(Ω)) равно числу возможных комплекций, полагая фиксированными некоторые числа $\{n_0, n_1, ..., n_i\}$ (представляющие наиболее вероятные комплекции при равновесии для заданных *N* и *E).*

Метрополис хотел найти алгоритм, который позволил бы вычислить средние значения внутренней энергии и давления без необходимости прибегать к решению соответствующих интегралов. Применяя для этого метод Монте-Карло, необходимо точно выбрать *n* комплекций, которые были использованы для вычисления искомых средних значений. При выборе таких *n* комплекций учитывают экспоненциальную вероятность представления комплекции, определенной с потенциальной энергией *E*, и поэтому *процесс можно описать следующим образом.*

1. Поместить *N* частиц в квадрат линии температур *L*, каждая из которых имеет координаты (x_i, y_i). Определить максимальную длину перемещения по линии температур (β).

2. Вычислить два случайных числа U_1, U_2 отрезке [-1, 1].

3. Найти положение новой комплекции:

$$x_{i+1} = x_i + \beta U_1; \quad y_{i+1} = y_i + \beta U_2. \qquad (6.57)$$

4. Вычислить разницу энергий (x_{i+1}, y_{i+1}) по отношению к (x_i, y_i):

$$\delta = E(x_{i+1}, y_{i+1}) - E(x_i, y_i). \qquad (6.58)$$

5. Выбрать новое состояние в соответствии со следующими условиями:

5а. Если δ<0, то принять непосредственно (x_{i+1}, y_{i+1}) в качестве комплекции для рассмотрения;

56. Если δ>0, то применять (x_{i+1}, y_{i+1}) как комплекцию с вероятностью

$$p = e^{-\delta / kT}, \qquad (6.59)$$

где $k = 1.38054 \cdot 10^{-23}$ является константой, для которой генерируется $U \in [0,1]$ и принимается (x_{i+1}, y_{i+1}), если $u < p$, оставляя x_i, y_i в противном случае.

6. Возврат к шагу 2 для вычисления следующей комплекции исходя из текущей.

Имеется возможность установить аналогию между параметрами, которые используются в моделировании процессов термодинамики, и параметрами в методах локальной оптимизации:

Термодинамика		**Оптимизация**
Комплекция	$\Rightarrow$	Выполнимое решение
Базовая комплекция	$\Rightarrow$	Оптимальное решение
Энергия комплекции	$\Rightarrow$	Стоимость решения
Температура	$\Rightarrow$	(?)

Как видно, физическому понятию "температура" нет соответствия в поле оптимизации.

Таким образом, можно представить подобие процессов, которые случаются, когда молекулы вещества будут помещаться на различных энергетических уровнях, отыскивая равновесия при определенной температуре, и которые появляются в процессах мини-

мизации в локальной оптимизации (аналогично для максимизации): на первом шаге фиксируется температура, распределение частиц на различных уровнях соответствует распределению Больцмана, поэтому, когда молекула движется, такое движение будет принято в моделировании безусловно, если энергия уменьшается, или с вероятностью (6.59) в противном случае; в оптимизации при фиксированном параметре Т выполним перемещение, получая новое решение безусловно, когда его стоимость уменьшается, или с вероятностью (6.59) в противном случае.

Последнее высказывание - это ключ эвристики, поскольку моделирование отжига является эвристической процедурой локального поиска, в котором выбор нового элемента окрестности *N(s)* осуществляется произвольно, и это неудобно, если в течение процесса поиска попадается локальный оптимум, а метод не может выйти из него. Во избежание этого *моделируемый отжиг позволяет с точной вероятностью (каждый раз меньшей по мере того, как мы приближаемся к оптимальному решению) определить шаг к худшим решениям.*

Поэтому стратегия, которой мы следуем в моделировании отжига, будет начинаться от некоторой высокой "температуры" (с которой мы позволили бы замену худших решений в первых шагах, пока находимся далеко от глобального решения). Впоследствии, уменьшая "температуру", мы уменьшаем возможность обмена худшими решениями по мере того, как все более приближаемся к искомому оптимуму. От этой процедуры происходит имя алгоритма, поскольку отжиг – металлургический процесс, посредством которого материал подвергается быстрому нагреванию, затем медленному охлаждению и контролю в течение некоторого времени.

Генетические алгоритмы. Впервые такие алгоритмы были описаны в 1975 г в книге Дж. Голланда "Адаптация в природе и искусственных системах", в которой установлено, что сложные задачи могут быть решены моделированием эволюции с помощью компьютерных алгоритмов. В концепции Голланда это выполняется посредством алгоритмов, которые манипулируют двоичными строками, названными *хромосомами.* Так, в биологическом развитии моделируемая эволюция имеет целью найти выгодные хромосомы слепым манипулированием их содержания. Термин *слепой* касается того факта, что процесс не имеет никакой информации о задаче,

которую он пытается решить. В начальной концепции генетических алгоритмов контекст задачи рассматривается как черный ящик, который обеспечивает оценку хромосом [9].

Вообще этот подход базируется на объединении и разработке двух фундаментальных идей: *способность простого представления (битовых строк) кодировать сложные структуры и мощность простого преобразования с целью улучшить такие структуры.* Улучшение структур осуществляется управляющим механизмом, который предоставляет совокупность битовых строк, используемых для развития как популяции животных. *Генетический алгоритм можно определить как управляющую структуру, которая выполняет последовательность преобразований и операций, предназначенных для моделирования процесса эволюции совокупности строк.*

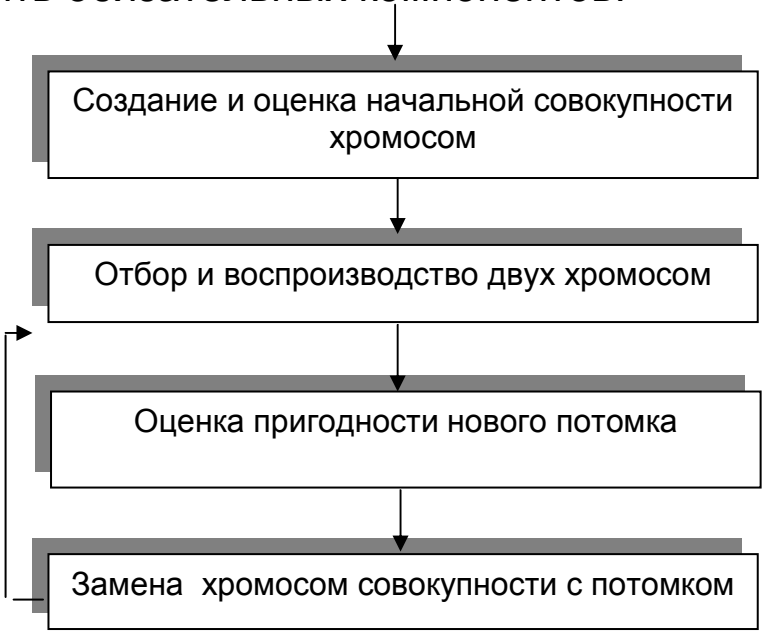
В эволюции задача состоит в том, чтобы каждый вид рассматривался как одно исследование для улучшения адаптации к усложнению и изменению окружения. Через этот процесс каждый вид получает некоторое количество знания, которое закодировано в пополнении (укладывании) хромосом их членов. *Хромосомное пополнение* изменяется операциями, относящимися к воспроизводству. Некоторые из этих операций имеют случайную *мутацию,* перестановку хромосомного материала, и *скрещивание* изменение хромосомного материала – между двумя хромосомными родителями. Случайная мутация обеспечивает изменение фона и случайно вводит улучшенный материал в виде хромосом. Перестановка изменяет местоположение генов в хромосоме, допуская гены, которые адаптированы, совместно в один кластер в хромосоме, увеличивая вероятность их совместного передвижения во время скрещивания. Эта операция изменяет соответственно генетический материал от двух родительских хромосом, допуская выгодные гены от различных родителей с целью комбинирования их в потомках.

Скрещивание является ключевым в эффективности генетических алгоритмов. С помощью скрещивания выгодный материал от двух родителей может быть скомбинирован после того, как он получен. Вероятность такой комбинации увеличивается, когда более *высокие родители* (т.е. родители, имеющие более высокий рейтинг их пригодности) воспроизводят более часто, чем *нижние родители,* и скрещивание случается. Способность совокупности

хромосом к анализу их поискового пространства и комбинированию лучших найденных образцов путем скрещивания является средством естественной эволюции, которую исследует генетический алгоритм.

В контексте поиска оптимального решения большой комбинаторной задачи базовый генетический алгоритм работает следующим образом. Совокупность хромосом – потенциальные родители, чьи пригодные значения были вычислены, – поддерживается с помощью эволюционного процесса. Каждая хромосома кодирует решение задачи, и ее пригодные значения относятся к значению целевой функции для этого решения. Две хромосомы, представляемые в виде строк, отбираются, чтобы стать *материнскими* с помощью скрещивания. В начальном генетическом алгоритме Голланда один родитель отбирался на пригодную базу (лучшее пригодное значение – это самый высокий шанс быть выбранным), в то время как другой выбирался произвольно. Операция скрещивания производит две новые двоичные строки, на которые ссылаются как на *потомков.* Затем вычисляются пригодные значения двух потомков и выбранные таким образом два члена совокупности помещаются в генетический материал. Репродуктивный план повторяется многократно до некоторого принятого конечного критерия (рис. 6.5.).

Много исследований было освящено проектированию вариаций приведенной процедуры генетического алгоритма. Невзирая на то, как спроектирован генетический алгоритм, можно выделить в нем пять обязательных компонентов:



1. Хромосомное представление решений задачи.

2. Путь создания начальной совокупности решений.

3. Функция оценивания, которая играет роль окружения, рейтинга решений в терминах их пригодности.

4. Генетические операторы, которые изменяют композицию потом-

Рис. 6.5. Эскиз генетического алгоритма.

ка во время воспроизводства.

5. Значения параметров, которые использует генетический алгоритм (размер совокупности; вероятности, связанные с применением генетических операторов, и т.д.)

Все материалы в настоящем параграфе – это всего лишь начальные данные об эвристических методах выбора. Сейчас имеется уже достаточно богатый опыт их применения для электроэнергетических задач. Разрабатываются различные комбинации таких алгоритмов, например использование простых эвристик типа гриди-алгоритмов в более сложных методах, таких как генетические алгоритмы. При необходимости более углубленного изучения эвристических методов выбора следует обратиться к специальной литературе, ссылки на которую имеются, в частности, в работе [10].

Глава 7. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

7.1. Имитационная методология исследования систем

Основные положения. В гл. 5 мы достаточно детально разобрались с тем, что такое модель системы, математическая модель как описание состояния или поведения исследуемой системы, рассмотрели основные принципы формирования и преобразования моделей, различные типы математических моделей в системном анализе.

Для того чтобы уяснить, что такое имитационное моделирование и какое место в нем занимает математическая модель (или шире – просто модель) системы, вспомним еще раз определение, приведенное в п. 1.5: *имитационное моделирование есть процесс конструирования модели реальной системы и постановки экспериментов на этой модели с целью либо понять поведение системы, либо оценить (в рамках ограничений, накладываемых некоторым критерием или совокупностью критериев) различные стратегии, обеспечивающие функционирование или развитие данной системы* [29].

Иными словами, используя понятие "имитационное моделирование", мы имеем в виду имитационную методологию (часто ее называют имитационным подходом) исследования сложных систем или сложных проблем, связанных с этими системами. Феномен сложности определяет нетривиальность процесса конструирования модели, причем модель системы может быть необязательно аналитической или даже вообще математической, а например, физической и т.д. Необходимость постановки экспериментов на конструируемой модели системы (или проблемы) существенно расширяет понятие "имитационное моделирование" по сравнению с понятием "моделирование", хотя четкую грань между ними установить трудно и существуют мнения об идентичности данных понятий (в этом случае термин "моделирование" трактуется более широко по сравнению с его пониманием, введенным в гл. 5).

С другой стороны, многие авторы употребляют термин "имитационное моделирование" в гораздо *более узком смысле,* чем тот, который определен выше. Этот смысл ограничивается задачами стохастического моделирования и использования метода Монте-Карло. Принимаемый нами более широкий смысл понятия "имитационное моделирование" охватывает, конечно, и эти модели. Иначе говоря, входы и выходы модели, функциональные соотношения между различными ее компонентами могут содержать или не содержать элемент случайности, подчиняющийся вероятностным законам. Более того, как уже отмечено, мы не ограничиваем определение имитационного моделирования лишь экспериментами, проводимыми с помощью моделей на ЭВМ. Много полезных задач имитационного моделирования может быть осуществлено и осуществляется всего лишь при использовании листа бумаги и карандаша или простого калькулятора.

Оптимизационные модели в имитационном моделировании. В целом, мы уже достаточно много обсуждали понятия "модель" и "моделирование" и их место в имитационной методологии исследования систем и проблем. Однако остается один важный аспект, связанный с местом и ролью оптимизационных моделей или шире – *моделей выбора решений в имитационном моделировании.*

Прежде всего, следует наряду с моделью системы различать понятие *"модель операции".* Под *моделью операции* понимается формализованная процедура выбора (см. гл. 6), в частном случае реализуемая с помощью оптимизации. Отсюда название раздела в прикладной математике – *исследование операций.* Таким образом, понятие модели может толковаться более расширенно.

В п. 6.7 уже обсуждались достоинства и ограничения оптимизационного подхода. Его ограниченность, как отмечалось, связана с трудностью, а порой и просто невозможностью втиснуть богатое содержание реальных сложных задач поведения систем и выбора решений в прокрустово ложе формальных методов математического программирования или оптимального управления. Имитационная методология позволяет достаточно успешно преодолеть указанные противоречия. Общий подход обычно заключается в следующем.

Предположим, что нам нужно решить достаточно сложную задачу выбора. Часть условий этой задачи мы можем сравнительно

просто формализовать в виде модели системы и модели операции. Модель операции (пусть это будет задача математического программирования) формализует собственно процедуру выбора, а модель системы – ограничения в задаче математического программирования. Однако оставшуюся часть условий задачи нам формализовать не удается – и в модель системы ввести дополнительные факторы сложно, и в модель операции оставшиеся условия выбора не вписываются. Проблему позволяет решить имитационное моделирование, помогая *организовать имитационные эксперименты с расширенной моделью (модель системы плюс модель операции), формируя условия проведения этих экспериментов таким образом, чтобы учесть дополнительные факторы, неучтенные в модели системы, и организовать дополнительную процедуру выбора через последовательность имитационных экспериментов* (о планировании таких имитационных экспериментов мы еще поговорим более подробно). Таким образом, имитационное моделирование позволяет успешно преодолеть ограниченность оптимизационного подхода.

Вообще необходимо еще раз подчеркнуть, что *имитационное моделирование не накладывает каких-либо принципиальных ограничений на сложность и детальность имитационной модели,* если этому не препятствуют используемые средства (например, ЭВМ) и располагаемое для исследований время. В то же время излишняя детальность модели обременительна. Модель, конечно, должна правильно с точки зрения решаемой задачи отображать моделируемую систему, однако важным элементом формирования хорошей модели является ее *упрощение, под которым подразумевается пренебрежение несущественными деталями или принятие предположений о более простых соотношениях между переменными.*

Этапы имитационного моделирования. Процесс, при помощи которого инженер, занимающийся системами, или ученый, исследующий неизвестные ранее закономерности, создает модель изучаемой им системы, может быть лучше всего определен *как интуитивное искусство* [6, 29]. Любой набор правил для разработки моделей в лучшем случае имеет ограниченное применение и может служить лишь предположительно в качестве каркаса будущей модели или отправного пункта в ее построении.

Искусство имитационного моделирования состоит в способности анализировать проблему, выделять из нее путем абстракции ее существенные черты, выбирать и должным образом модифицировать основные предположения, характеризующие систему или проблему, а затем отрабатывать и совершенствовать модель до тех пор, пока она не станет давать полезные для практики результаты.

В обобщенном виде этапы имитационной методологии исследования систем и проблем можно представить следующими пунктами:

1. *Формулировка проблемы:*

• разложение (декомпозиция) общей задачи исследования системы (или проблемы) на ряд более простых задач;

• четкая формулировка цели;

• формирование критериев;

• генерирование альтернатив (конструкции системы, внешних условий ее развития или функционирования и др.);

• формулировка общих требований к модели системы (статическая или динамическая, детерминированная или вероятностная и др.) или / и модели операции (критериальное описание выбора, бинарные отношения или что-то другое).

2. *Формирование модели:*

• определение системы - установление границ между системой и внешней средой, ограничений и условий;

• формулировка модели - переход от реальной системы к некоторому ее модельному представлению (абстрагирование);

• реализация модели - описание модели на языке, приемлемом для используемой ЭВМ и подходящем для решаемой проблемы;

• оценка адекватности - повышение до приемлемого уровня степени уверенности, которая позволит судить о корректности выводов о реальной системе, полученных на основании обращения к ее модели; выполняется с помощью анализа чувствительности модели, сопоставления ее реакций с реакциями реальной системы или ее компонентов, если такие реакции в принципе возможно получить, и т.д.

3. *Имитационные эксперименты с моделью:*

• планирование имитационных экспериментов, исходя из типа модели и содержания условий проблемы (стратегическое планирование);

• тактическое планирование - определение способа проведения каждой серии испытаний, предусмотренных планом имитационных экспериментов;

• экспериментирование – процесс осуществления имитации с целью получения желаемой информации о поведении и откликах системы.

• интерпретация – построение выводов по информации, полученной путем имитации.

4. *Решение проблемы* – формирование обоснованных ответов на поставленные при формулировке проблемы вопросы, отвечающие сформулированным целям имитационного исследования, условиям и ограничениям задачи.

На рис. 7.1 условно показана взаимосвязь этапов имитационного моделирования. Важно при этом подчеркнуть (что отражено на рисунке 7.1), что результаты на каждом этапе не являются окончательными и в принципе возможен, а часто и желателен возврат к любому из предшествующих этапов для уточнения целей, условий, требований, ограничений и т.д.

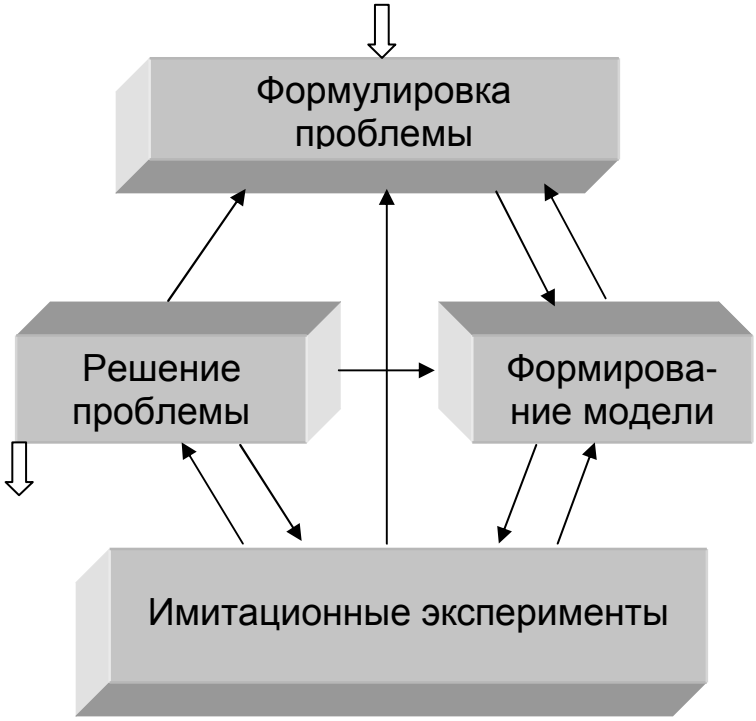


Рис. 7.1. Этапы имитационного моделирования.

Например, при формировании модели оказалось, что некоторые критерии можно перевести в разряд ограничений, и тогда нужно уточнить формулировку проблемы. В процессе имитации выясняется, что или некоторые цели несущественны и ими можно пренебречь при формулировке проблемы, или некоторые факторы в модели не влияют значительно на результаты и, следовательно, модель можно упростить. На четвертом этапе может оказаться, что проблема решена не полностью и требуется или уточнить формулировку проблемы, или расширить модель, или только лишь детализировать план имитационных экспериментов.

Далее в данной главе рассматриваются в обобщенном виде основные рекомендации по реализации перечисленных этапов имитационного моделирования. Однако для более четкого понимания деталей имитационной методологии и ее применения к системным электроэнергетическим задачам в п. 7.2 рассмотрим некоторые примеры.

7.2. Примеры электроэнергетических задач

Исследование электромеханических переходных процессов в ЭЭС является типичной задачей имитационного моделирования. Проблема заключается в том, что в ЭЭС происходят разнообразные возмущения (короткие замыкания на ЛЭП и подстанциях, внезапные аварийные отключения крупных агрегатов и групп агрегатов на электростанциях, отказы средств противоаварийного управления, шибки обслуживающего персонала и др.), которые приводят к резкому (условно-мгновенному) нарушению балансов подводимых и отводимых мощностей на валах генераторов, возникновению переходных электромеханических процессов в системе, могущих вызвать нарушение устойчивости, развитие аварии с массовыми отключениями потребителей и элементов системы.

Типичный *пример неустойчивого переходного процесса* в сложной ЭЭС показан на рис. 7.2, *а*, где по оси ординат – значения углов роторов генераторов по отношению к некоторой оси отсчета, называемой синхронной осью, а по оси абсцисс – время. Требуется подобрать такие управляющие воздействия, которые обеспечивали бы сохранение устойчивости ЭЭС. Устойчивый переходный процесс показан на рис. 7.2, *б.*

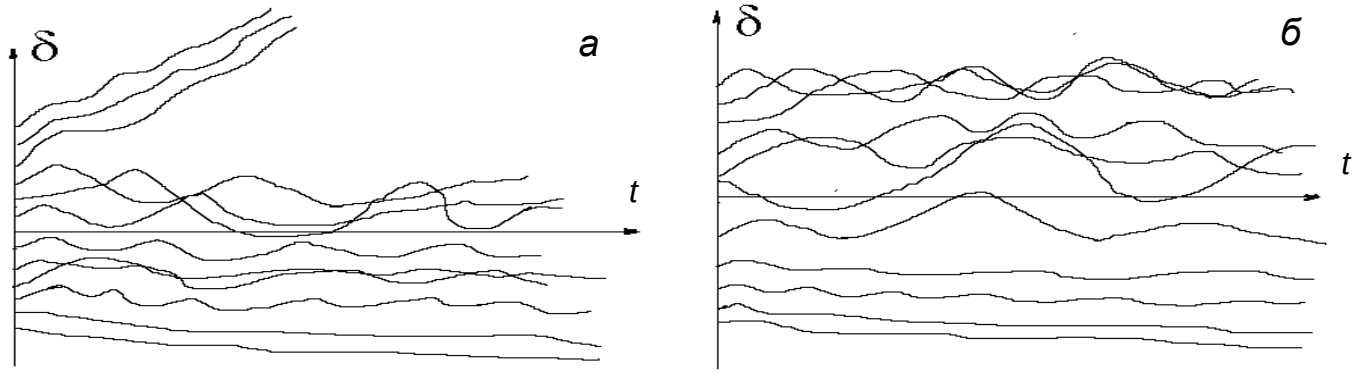


Рис. 7.2. Типичный ход неустойчивого (а) и устойчивого (б) переходных электромеханических процессов в сложной ЭЭС.

В рассматриваемой задаче можно усмотреть практически все перечисленные выше элементы имитационного моделирования. Прежде всего, *модель системы является типичной имитационной моделью:*

• она достаточно сложна – описывается системами нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений вида (5.64) высокого порядка с ограничениями на изменения некоторых переменных;

• модель воспроизводит поведение системы во времени, отражая реакцию ЭЭС на возмущение.

Далее, задачу *выбора управлений не удается полностью формализовать,* а гораздо эффективнее можно ее решить посредством планирования имитационных экспериментов. Дело не в том, что такую задачу невозможно формализовать в виде задачи оптимального управления, а в том, что такая формализация оказывается реализуемой практически лишь при задании существенно упрощенной модели системы, что не всегда допустимо. С другой стороны, выбор первого приближения управляющих воздействий может быть выполнен с помощью алгоритмов оптимального управления, но затем управляющие воздействия должны быть уточнены с помощью определенной имитационной процедуры, план экспериментов для реализации которой необходимо формировать. Таким образом, *возможно сочетание элементов оптимизации и имитации.* Ну и, наконец, могут быть учтены случайные факторы в исходных условиях и поведении системы.

Еще более предопределяет имитационный характер задачи *множественность схем, режимов и возмущений в ЭЭС* [1, 2]. Имеется в виду многообразие ремонтных схем, когда любая ЛЭП или трансформатор, или генерирующий агрегат могут быть выведены в ремонт, т.е. отключаются от системы. С одной стороны, многообразие режимов определяется неравномерностью годовых, недельных и суточных графиков нагрузки в каждом узле системы, а с другой - различными сочетаниями загрузки генерирующих агрегатов. Возмущения, например короткие замыкания, могут происходить в любой точке ЛЭП, имеется несколько типов коротких замыканий и т.д. Все эти схемы, режимы и возмущения должны накладываться друг на друга (с учетом, конечно, реальности таких наложений, например реализуемости данного режима в данной ремонтной схеме).

Оценка надежности ЭЭС. Эта задача также относится к классу задач имитационного моделирования. Проблема заключается в том, что основное оборудование ЭЭС время от времени выходит из строя или, как говорят, отказывает. Если абстрагироваться от причин возникновения отказа, то момент его возникновения можно считать случайным. Набирая достаточную *статистику отказов,* например, генерирующего агрегата определенного типа и определенной мощности, можно получить вероятностное описание длительности работоспособного состояния агрегата. Если агрегат отказал, то выполняется его аварийный ремонт, длительность которого (абстрагируясь от условий выполнения ремонта, также можно считать случайной, и на основе статистики можно определить вероятностное описание длительности ремонтного состояния агрегата.

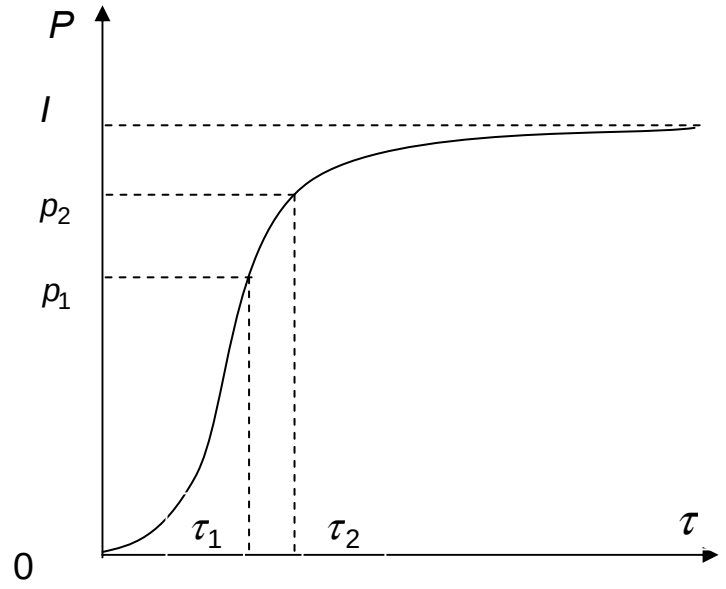


Рис. 7.3. Функция распределения вероятностей состояний агрегата.

Пусть известны функции распределения вероятностей работоспособного и ремонтного состояний всех и агрегатов в ЭЭС. имеющие вид как на рис. 7.3, где по оси абсцисс – длительность работоспособного или ремонтного состояния агрегата, а по оси ординат – вероятность такого значения длительности. Функция распределения на рис. 7.3 рассматривается в общепринятом смысле (см. п. 5.4), причем для работоспособного и ремонтного состояний, а также для каждого агрегата или типа агрегата это отдельные функции.

Процесс имитации обычно выполняется следующим образом (рис. 7.4).

Задается период времени T, на котором рассматривается функционирование ЭЭС (обычно год). Далее принимая, что первый агрегат на начало периода находится в работоспособном состоянии, по соответствующей функции распределения определяется случайное значение длительности работоспособного состояния $(0, t_1)$.

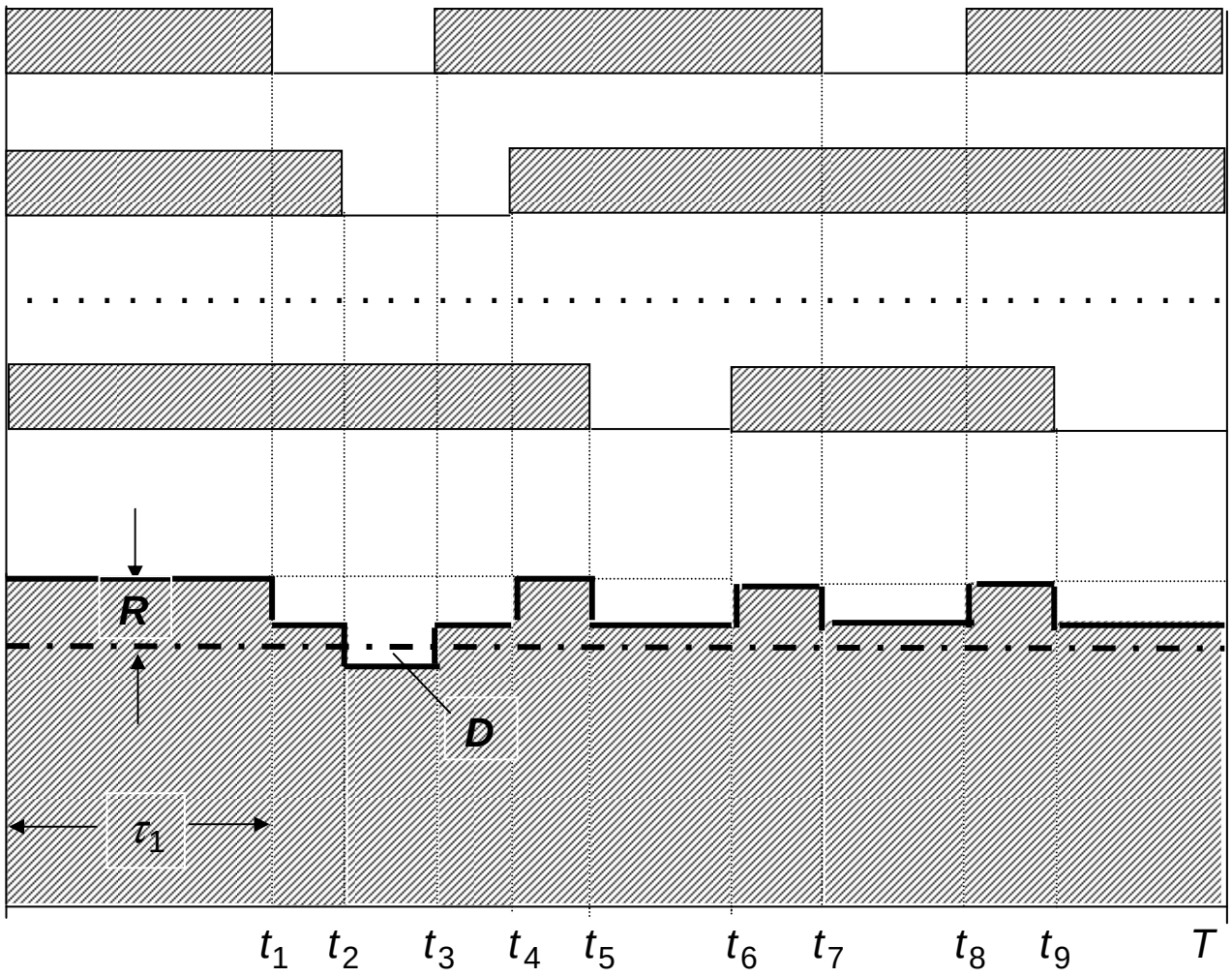


Рис. 7.4. Диаграмма состояний агрегатов (1, 2, ..., п) и системы (с).

Для этого с помощью генератора случайных чисел, реализующего равномерный закон распределения на интервале (0, 1), генерируется случайное число p_1 и находится соответствующее ему значение τ_1 (см. рис. 7.3). Длительность работоспособного состояния $\tau_1 = (0, t_1)$ откладывается на диаграмме состояний на рис. 7.4 для агрегата 1. Здесь ордината равна мощности агрегата.

Аналогично по функции распределения длительностей ремонтного состояния для агрегата 1 определяется случайная величина времени его восстановления, которая откладывается на диаграмме рис. 7.4 для агрегата 1 на интервале (t_1, t_3) Далее начиная с момента времени t_3 определяется следующий интервал работоспособного состояния агрегата 1 (t_3, t_7), затем – интервал нахождения его в ремонте (t_7, t_8) и т.д. до конца расчетного периода *T*.

Разыграв таким образом *процесс отказов-восстановлений для всех агрегатов* и наложив их друг на друга (просуммировав), мы получим *состояние системы* (диаграмма "*c*" на рис. 7.4), где заштрихованная область отражает работающую мощность ЭЭС в каждый момент времени на протяжении периода *T*. Если при этом известна величина резерва мощности *R* (см. рис. 7.4), который частично компенсирует образующийся дефицит мощности для покрытия нагрузки потребителей, то в результате найдем величину и продолжительность дефицита мощности в системе в целом (область *D* на рис. 7.4) и соответствующий недоотпуск электроэнергии потребителям.

Таким образом мы получили *одну реализацию случайного процесса отказов-восстановлений* генерирующих агрегатов в ЭЭС. При использовании метода статистического моделирования (метода Монте-Карло) нужно набрать достаточно большое количество *N* таких реализации (обычно *N* исчисляется тысячами и десятками тысяч), а затем, обработав статистические данные по недоотпускам электроэнергии потребителям (области типа *D* в каждой реализации) и другим показателям надежности, определить их статистические значения (математические ожидания, дисперсии и т.д.). В результате получим оценку надежности ЭЭС.

Рассмотренная задача является имитационной задачей в узком смысле, о котором было сказано в п. 7.1.

Планирование развития ЭЭС. Пусть задача состоит в определении необходимых вводов генерирующих агрегатов различных типов (тепловые, атомные, гидравлические) на перспективу, например на 15 лет. Необходимая величина вводимой мощности для какого-либо типа агрегата определяется тем, в какой зоне суточного графика нагрузки системы он должен работать (базовая, полупиковая, пиковая зоны - см. рис. 7.5), каков прирост потребности в мощности для этой зоны на рассматриваемом интервале. При этом учитывается стоимость различных типов оборудования (капитальные затраты) топлива, а также ограничения, связанные с мощностью машиностроительных заводов, строительных коллективов и др.

В результате *формируется оптимизационная задача* на минимум, например, капитальных затрат и затрат на топливо (имеются возможности для их объединения в один критерий) при ограниче-

ниях в виде равенств (балансов мощности и электроэнергии) и неравенств (ограничений на вводы, использование различных топлив и т.д.). Решив такую задачу каким-либо методом математического программирования, найдем необходимые объемы вводов генерирующих мощностей различных типов и динамику их вводов на рассматриваемом интервале, т.е. решим поставленную задачу выбора.

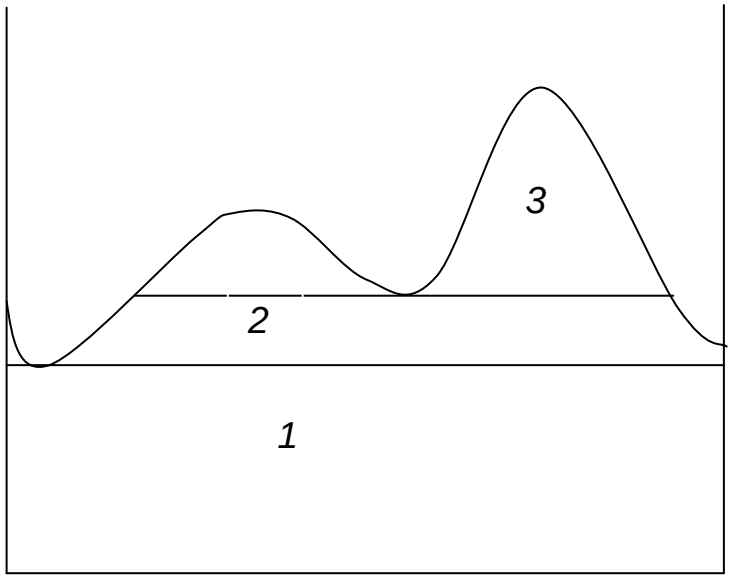


Рис. 7.5. Базовая (*1*), полупиковая (*2*) и пиковая (*3*) зоны суточного графика нагрузки.

Проблема, однако, заключается в том, что большинство параметров задачи на перспективу имеют *существенную неопределенность.* Это свойственно уровням электропотребления, значениям максимумов нагрузки, характерам графиков нагрузки, технико-экономическим показателям нового оборудования, а также стоимости топлива, ограничениям и т.д. Типичный вид зоны неопределенности в зависимости от интервала упреждения показан на рис. 7.6, причем часто для различных реализации процесса развития в этой зоне неопределенности не удается принять какие-либо вероятностные предположения.

Решение задачи развития ЭЭС "в лоб" в таких условиях, как правило, нереально. Поэтому обычно формулируют следующую более общую имитационную задачу по сравнению с изложенной выше задачей выбора в детерминированных условиях.

По каждой группе параметров задачи (уровни нагрузки цены на топливо и др.) формируются *расчетные сценарии.* Например, они могут представлять крайние реализации зоны неопределенности на рис. 7.6. Путем наложения сценариев для различных групп параметров формируются альтернативные варианты внешних условий, для каждого из которых решается детерминированная задача выбора. В результате получается набор оптимальных решений, из которых нужно выбрать наиболее рациональное.

Если критерий выбора тот же, что и при решении альтернатив-

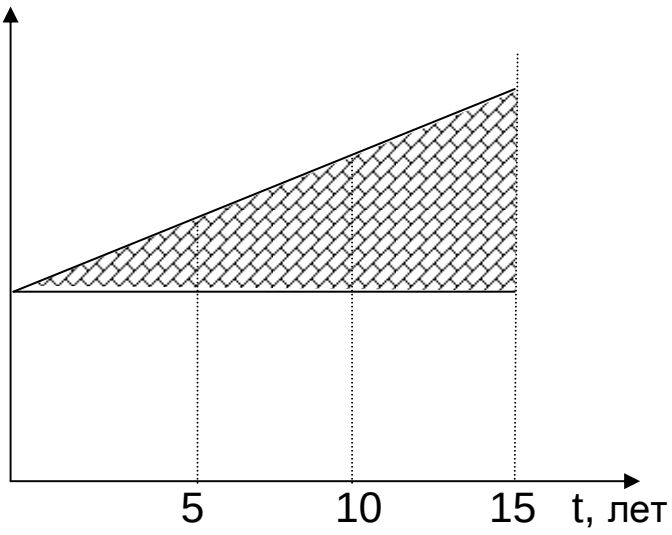


Рис . 7.6. Характер зоны неопределенности параметров ЭЭС в процессе ее развития.

ных оптимизационных задач, то правило простое – выбирается вариант с наименьшими затратами. Если же нам не удалось в детерминированной задаче оптимизации учесть все условия выбора, то можно сформировать некий план имитационных экспериментов, в каждом из которых решается детерминированная задача выбора, а *в целом последовательность имитационных экспериментов ведет к достижению глобальной цели.*

Таким образом, мы имеем сочетание оптимизации и имитации, причем последняя существенно расширяет возможности и полноту решения задачи по сравнению с чистой оптимизацией.

7.3. Формирование целей и критериев

Трудности выявления целей. Как хорошо формализованные, так и слабо структурированные проблемы должны быть приведены к виду, когда они становятся задачами выбора подходящих средств для достижения заданных целей. На данном этапе имитационного моделирования определяется, что надо сделать для снятия проблемы, в отличие от последующих этапов, определяюших *как* это сделать [23].

Главная трудность выявления цели связана с тем фактом, что цель - антипод проблемы. Формулируя проблему, мы говорим в явном виде, что нам не нравится; сделать это сравнительно просто, поскольку то, чего мы не хотим, существует. *Говоря же о целях, мы пытаемся сформулировать, что же мы хотим.* Мы как .бы указываем направление, в котором .следует “уходить" .от существующей и не устраивающей нас ситуации. Трудность в том и состоит, что возможных направлений много, а выбрать нужно только одно, действительно правильное, а не кажущееся таким.

Как ни странно, в практике системного анализа *первоначально сформулированные цели по мере выполнения анализа часто из-*

меняются или отменяются совсем. Это вызвано тем, что субъект, цели которого должны быть выявлены, часто сам не может их четко осознать, даже если и дает им четкие формулировки. Действительные цели, как правило, шире, чем объявленные. Часто средства достижения целей могут приниматься за цели.

Итак, *исследование целей заинтересованных в проблеме лиц должно предусматривать возможность их уточнения, расширения или даже замены.* В этом и состоит одна из основных причин итеративности имитационного моделирования (см. рис. 7.1), да и системного анализа вообще.

Влияние ценностей на цели. На выбор даже конкретных, частных целей субъекта решающее влияние оказывают его общая идеология, система ценностей, которой он придерживается. Одно из направлений исследования в ходе выявления цели может (в необходимых случаях) состоять в изучении системы ценностей, прежде всего той, которой обладают лица, принимающие решения; однако во многих случаях может оказаться необходимым принять во внимание системы ценностей и остальных заинтересованных сторон.

В научной литературе и в публицистике нередко обращается внимание на определенную противоположность "технократического мышления" и "гуманистического мышления" как разных подходов к формированию целей (табл. 7.1) [23].

Т а б л и ц а 7.1.

Сопоставление систем ценностей

Технократическая система ценностей	Гуманистическая система ценностей
Природа как источник неограниченных ресурсов	Природные ресурсы ограничены
Превосходство над природой	Гармония с природой
Природа враждебна или нейтральна	Природа дружественна
Управляемая окружающая среда	Окружающая среда в хрупком равновесии
Информационно-технологическое развитие общества	Социокультурное развитие
Рыночные отношения	Общественные интересы
Риск и выигрыш	Гарантии безопасности
Индивидуальное самообеспечение	Коллективистская организация
Разумность средств	Разумность целей
Информация, запоминание	Знание, понимание
Образование	Культура

Хотя сравнение между двумя стилями мышления проводится обычно, чтобы подчеркнуть (и вполне справедливо) опасные для человека последствия исключительно технократического подхода к выбору целей, полный отказ от всех технократических ценностей был бы неоправдан, а кроме того, *границы между этими системами ценностей существенно нечетки и они между собой в каком-то смысле взаимосвязаны.* Например, научно-технический прогресс является не альтернативой целям социального развития, а средством его; образование можно рассматривать как "антипод" культуры только в отрыве от нее и т.д.

Множественность целей. Как правило, бывает несколько целей (даже если текстуально они объединены одной формулировкой - глобальная цель) и *важно не упустить какую-нибудь существенную* из них. Полезными оказываются следующие способы [23]: включать в рассмотрение цели, противоположные заявленным (например, "не вводить новых генерирующих мощностей в ЭЭС на рассматриваемую перспективу"), и "двойственные" цели (например, "минимизировать затраты" не то же самое, что "максимизировать прибыль"); выявлять не только желаемые, но и нежелательные по последствиям цели (чтобы как можно раньше предвидеть возникновение новых проблем - типа загрязнения окружающей среды); допускать вообще всякие цели (их критика будет позже).

Различие между целями не всегда очевидно, и существует опасность ошибочно принять одни за другие. Такая ситуация возникает обычно, когда специалисты-профессионалы, участвующие в решении проблем, навязывают свое видение мира и тем самым подменяют истинные цели своими. "Операция прошла успешно, но пациент умер" - это не дурная шутка, а действительно встречающееся среди хирургов высказывание.

Может происходить *изменение целей со временем,* причем не только по форме, в силу все лучшего понимания действительных целей, но и по содержанию - вследствие изменения объективных условий и/или субъективных установок, влияющих на выбор целей.

Критерии как модель целей. Слово "критерий" будем употреблять не только в смысле "критериальная функция", а более широко - как любой способ сравнения альтернатив. Это означает, что кри-

терием качества альтернативы может служить любой ее признак, значение которого можно зафиксировать в порядковой или более сильной шкале. После того как такая характеристика найдена ("критерий сформирован"), появляется возможность ставить задачи выбора.

Содержание процесса перехода от целей к критериям и многие особенности этого перехода становятся ясными, если рассматривать критерии как количественные модели качественных целей. В самом деле, сформированные критерии в дальнейшем в некотором смысле заменяют цели. От критериев требуется как можно большее сходство с целями, чтобы выбор по критериям соответствовал максимальному приближению к цели. С другой стороны, критерии не могут полностью совпадать с целями уже хотя бы потому, что они фиксируются в различных шкалах: цели – в номинальных, критерии – в более сильных, допускающих упорядочение. *Критерий – это подобие цели, ее аппроксимация,* модель. Конкретнее, критерий является отображением ценностей (воплощенных в целях) на параметры альтернатив (допускающие упорядочение). Определение значения критерия для данной альтернативы является, по существу, косвенным измерением степени ее пригодности как средства достижения цели.

В целом, в настоящее время картина такова, что построение критериев является более искусством, чем наукой. Не формализуемые, творческие, эвристические этапы часто являются самыми важными в процессе исследования и предопределяют неполную формализуемость имитационной методологии.

Критерии и ограничения. Многокритериальность реальных задач связана не только с множественностью целей, но и с тем, что одну цель редко удается выразить одним критерием. Это и понятно: критерий лишь приближенно (как и всякая модель) отображает цель, и адекватность одного критерия может оказаться недостаточной. Решение может состоять не только в поиске более адекватного критерия (возможно, он и не существует), но и в использовании нескольких критериев, описывающих одну цель по-разному и дополняющих друг друга.

Обратим внимание на то, что *дело не только и не столько в количестве критериев, сколько в том, чтобы они достаточно полно "покрывали" цель.* Это означает, что критерии должны опи-

сывать по возможности все важные аспекты цели, но при этом *желательно минимизировать число необходимых критериев.* Последнее требование удовлетворяется, если критерии являются независимыми, не связанными друг с другом. Например, желательно не использовать в различных составных критериях одинаково измеряемые величины или величины, выводимые друг из друга, и т. п.

Имеется сходство и различие между целевыми критериями и ограничениями в оптимизационных задачах. Целевой критерий как бы открывает возможности выдвижения все новых и новых альтернатив в поисках лучшей из них, а ограничение заведомо уменьшает их число, запрещая некоторые из альтернатив. Одними целевыми критериями можно жертвовать ради других, а ограничение исключить нельзя, оно должно жестко соблюдаться. В этом смысле ограничения упрощают, а не усложняют работу системного аналитика. В то же время при решении некоторых типов оптимизационных задач критерии и ограничения могут выступать равноправно (как в терминах теории нечетких множеств).

Иногда для уменьшения числа критериев некоторые из них "переводят" в ограничения, но нужно отчетливо понимать, что критерии и ограничения не эквивалентны в смысле описания задачи.

В практике системного анализа встречаются случаи, когда *наложенные ограничения столь сильны, что делают нереальным достижение цели.* Тогда системный аналитик должен ставить перед лицом, принимающим решения, вопрос о том, нельзя ли данные ограничения ослабить или некоторые из них снять совсем.

7.4. Генерирование альтернатив

Генерирование альтернатив, т.е. идей о возможных способах достижения цели, *является настоящим творческим процессом.* Поэтому все рекомендации относительно того, как сгенерировать новые альтернативы или как создать условия для того, чтобы другие участники анализа лучше генерировали эти идеи, – результат коллективного опыта теоретиков и методистов по решению творческих задач [23].

Один из способов структурирования любой неформальной деятельности состоит в выявлении и формировании присущих ей *эмпирических правил,* полезность которых обоснована лишь тем, что

они во многих (хотя и не во всех) случаях приводят к успеху. Применительно к генерированию альтернатив наиболее часто в литературе описываются следующие эмпирические правила.

Способы увеличения числа альтернатив. Важно сознательно сгенерировать как можно большее число альтернатив. Для этого используют различные способы;

а) поиск альтернатив в литературе;

б) привлечение нескольких квалифицированных экспертов, имеющих разнообразную подготовку и опыт;

в) увеличение числа альтернатив за счет их комбинирования, образования промежуточных вариантов между предложенными ранее (т.е. не "либо-либо", а кроме того, еще и "от одной и от другой альтернативы");

г) модификация имеющейся альтернативы, т.е. формирование альтернатив, лишь частично отличающихся от известной;

д) включение альтернатив, противоположных предложенным, в том числе и "нулевой" альтернативы ("не делать ничего", т.е. рассмотреть последствия развития событий без нашего вмешательства);

е) интервьюирование заинтересованных лиц и более широкие анкетные опросы;

ж) включение в рассмотрение даже тех альтернатив, которые на первый взгляд кажутся глупыми и надуманными;

з) генерирование альтернатив, рассчитанных на различные интервалы времени (долго-, краткосрочные, экстренные); и т.д.

Создание благоприятных условий. *При организации работы на этапе генерирования альтернатив следует помнить о существовании факторов, как тормозящих творческую работу, так и способствующих ей.* Выделяют внутренние (психологические) и внешние факторы.

К *внутренним* факторам относят:

а) последствия неправильного восприятия действительности (крайние проявления: либо мы воспринимаем то, чего нет, либо не воспринимаем того, что есть);

б) интеллектуальные преграды (инерционность мышления, довлеющие стереотипы, подсознательные ограничения, связанные с убеждениями, лояльностью, и пр.);

в) эмоциональные преграды: излишнее увлечение критикой других или, наоборот, боязнь критики со стороны других; опасение отрицательной реакции со стороны заказчика или начальства на предложенные альтернативы; субъективное отношение к "любимым" типам альтернатив и т.д.

Большое влияние на творческие процессы оказывают и *внешние* факторы. Замечено, что даже физические (погодные и климатические) условия сказываются на производительности творческого труда. Известно отрицательное влияние посторонних шумов, различных неудобств и т.п.

Однако наиболее сильное влияние на индивидуальное творчество оказывают общественные условия, общий культурный фон, идейная атмосфера. Одобрение определенной социальной группы – один из самых сильных стимулов для творчества человека.

Способы сокращения числа альтернатив. Если специально стремиться к тому, чтобы на начальной стадии было получено как можно больше альтернатив, то для некоторых проблем их количество может достичь многих десятков. Очевидно, что подробное изучение каждой из них приведет к неприемлемым затратам времени и средств. *В таких случаях рекомендуется провести "грубое отсеивание", не сравнивая альтернативы количественно, а лишь проверяя их на присутствие некоторых качеств, желательных для любой приемлемой альтернативы.* К признакам "хороших" альтернатив относят устойчивость при изменении некоторых внешних условий, надежность, многоцелевую пригодность, адаптивность, другие признаки "практичности". Причинами отсева могут быть также обнаружение отрицательных побочных эффектов, недостижение контрольных уровней по некоторым важным показателям (например, слишком высокая стоимость) и пр. Предварительный отсев не рекомендуется проводить слишком жестко: для детального анализа необходимо хотя бы несколько альтернатив.

На этапе отсеивания альтернатив полезны упрощенные модели, достаточно хорошо отражающие признаки, по которым производится отсев. В связи с этим полезно обратить внимание на алгоритмы структурного анализа ЭЭС, изложенные в пп. 2.4-2.6 и используемые для формирования расчетных условий, применяемых при исследовании переходных процессов в ЭЭС при возмущениях.

Рассмотрим теперь некоторые хорошо зарекомендовавшие себя на практике организационные формы генерирования альтернатив.

Мозговой штурм. Этот метод специально разработан для получения максимального количества предложений.

Техника мозгового штурма такова. Собирается группа лиц, отобранных для генерации альтернатив; главный принцип отбора – разнообразие профессий, квалификации, опыта; такой принцип может расширить фонд априорной информации, которой располагает группа. Сообщается, что приветствуются любые идеи, возникшие как индивидуально, так и по ассоциации при выслушивании предложений других участников, в том числе и лишь частично улучшающие чужие идеи (каждую идею рекомендуется записать на отдельной карточке). *Категорически запрещается любая критика* – это важнейшее условие мозгового штурма: сама возможность критики тормозит воображение. Каждый по очереди высказывает свою идею, остальные слушают и записывают на карточки новые мысли, возникшие под влиянием услышанного. Затем все карточки собираются, сортируются и анализируются обычно другой группой экспертов.

Число альтернатив можно впоследствии значительно увеличить, комбинируя сгенерированные идеи. Среди полученных в результате мозгового штурма идей может оказаться много глупых и неосуществимых, но они легко отбрасываются в результате анализа.

Синектика. Этот подход предназначен для генерирования альтернатив *путем ассоциативного мышления, поиска аналогий поставленной задаче.* В противоположность мозговому штурму здесь целью является не количество альтернатив, а генерирование небольшого числа альтернатив (даже единственной альтернативы), разрешающих данную проблему.

Суть синектики можно кратко изложить следующим образом. Формируется группа из 5-7 человек, отобранных по признакам гибкости мышления, практического опыта (предпочтение отдается людям, менявшим профессии и специальности), психологической совместимости, общительности, подвижности (последнее, как станет ясно из изложенного ниже, очень важно). Выработав определенные навыки совместной работы, группа ведет *систематическое направленное обсуждение любых аналогий с подлежащей*

решению проблемой, спонтанно возникающих в ходе бесед. Перебираются не только известные виды подобия (прямое, косвенное и условное), но и чисто фантастические аналогии. Последнее означает попытки представить себе вещи такими, какими они не являются на самом деле, но какими хотелось бы их видеть; например, можно вообразить, что дорога существует только непосредственно под колесами автомашины.

Особое *значение синектика придает аналогиям, порождаемым двигательными ощущениями.* Это вызвано тем, что наши природные двигательные рефлексы сами по себе высокоорганизованы и их осмысление может подсказать хорошую системную идею. Предлагается, например, вообразить свое тело на месте совершенствуемого механизма, "почувствовать себя им" либо поставить себя на место фантастического организма, выполняющего функцию проектируемой системы, и т.п. Раскрепощенность воображения, интенсивный творческий труд создают атмосферу душевного подъема, характерную для синектики.

Отмечаются и *психологические затруднения,* возникающие у новичков в случае применения этого метода: появление угрызений совести ("получаем деньги за приятное времяпрепровождение"); зазнайство после успешного решения первой проблемы; истощение нервной системы в результате столь интенсивной работы. Успеху работы синектических групп способствует соблюдение определенных правил: 1) запрещено обсуждать достоинства и недостатки членов группы; 2) каждый имеет право прекратить работу без каких-либо объяснений при малейших признаках утомления или по другим причинам; 3) роль ведущего периодически переходит к другим членам группы и т.д.

Разработка сценариев. В некоторых проблемах, в частности во многих задачах функционирования и, особенно, развития ЭЭС, искомое решение должно определить реальное будущее течение событий. В таких случаях альтернативами являются различные последовательности действий и вытекающих из них событий, которые могут произойти в будущем с анализируемой системой. Эти последовательности имеют общее начало (настоящее состояние), но затем возможные состояния различаются все сильнее, что и приводит к проблеме выбора. Такие гипотетические альтернативные описания того, что может произойти в будущем, называют

сценариями, а рассматриваемый метод – *разработкой сценариев.* Сценарии-альтернативы представляют ценность для лиц, принимающих решения, только тогда, когда они не просто плод фантазии, а логически обоснованные модели будущего, которые после принятия решения можно рассматривать как прогноз. как приемлемый рассказ о том, "что СЛУЧИТСЯ, если...".

Создание сценариев относится к типичным неформализуемым процедурам и представляет собой творческую работу. Тем не менее и в этом деле накоплен определенный опыт, имеются свои эмпирические правила. Например, рекомендуется разрабатывать "верхний" и "нижний" сценарии – как бы *крайние случаи,* между которыми может находиться возможное будущее. Такой прием позволяет отчасти компенсировать или явно выразить неопределенности, связанные с предсказанием будущего.

Иногда полезно включать в сценарий воображаемый активно противодействующий элемент, моделируя тем самым "наихудший случай". Кроме того, рекомендуется не разрабатывать детально (как ненадежные и непрактичные) сценарии, слишком чувствительные к небольшим отклонениям на ранних стадиях.

Важные этапы создания сценариев:

составление перечня факторов, влияющих на ход событий, со специальным выделением лиц, которые контролируют эти факторы прямо или косвенно;

выделение аспектов борьбы с такими факторами, как некомпетентность, халатность и недисциплинированность, бюрократизм и волокита;

учет наличных ресурсов и т.д.

Морфологический анализ – простой и эффективный способ генерирования альтернатив – состоит в *выделении всех независимых переменных проектируемой системы, перечислении возможных значений этих переменных и генерировании альтернатив перебором всех возможных сочетаний этих значений.*

Отметим также, что количество вариантов можно увеличить, вводя новые независимые переменные. Проблема сокращения перебора – одна из основных в морфологическом анализе при увеличении числа переменных. Она решается наложением различных ограничений, которые позволяют отбросить варианты, не подлежащие рассмотрению.

Деловые игры. Деловыми играми называется имитационное моделирование реальных ситуаций, в процессе которого участники игры ведут себя так, будто они в реальности играют порученную им роль, причем сама реальность заменяется некоторой моделью. Примером является работа на тренажерах диспетчеров электростанций или ЭЭС. Несмотря на то что деловые игры используются для обучения, их можно использовать и для экспериментального генерирования альтернатив, *особенно в слабо формализованных ситуациях.* Важную роль в деловых играх кроме участников играют контрольно-арбитражные группы, управляющие моделью, регистрирующие ход игры и обобщающие ее результаты.

Мы рассмотрели далеко не все методы, используемые при генерировании альтернатив. Например, можно использовать метод "Делфи", описанный в п. 6.9, и другие экспертные методы выбора. Возможны и различные сочетания методов. Важным моментом является также итеративность: на любой последующей стадии должна иметься возможность порождения новой альтернативы и включения ее в анализ. Отметим, что при рассмотрении слабо структурированных ("рыхлых") проблем часто находят первую же подходящую альтернативу и проводят ее пошаговое улучшение, совершенствование.

7.5. Планирование имитационных экспериментов

Типы экспериментов. Экспериментальное моделирование на ЭВМ требует больших затрат труда и времени, особенно в случае сложной модели. Чем больше средств вложено в данное исследование, тем меньше их остается на остальные этапы имитационного моделирования, и поэтому необходимо иметь план, позволяющий извлекать из каждого эксперимента максимально возможное количество информации. Следовательно, мы должны рассматривать такое *стратегическое планирование эксперимента, которое позволяет получить желаемую информацию при минимальных затратах* [29].

В большинстве сложных экспериментов по имитационному моделированию число возможных комбинаций и значений факторов практически бесконечно. Поэтому, чтобы удовлетворить ограничениям, наложенным на ресурсы для проведения исследования, приходится прибегать к упрощению модели. Однако чрезмерное

упрощение модели часто нежелательно, поскольку в результате модель может оказаться неподобной анализируемой системе. Поэтому рациональное планирование экспериментов играет весьма важное значение.

Наиболее широко распространены следующие типы экспериментов:

1) сравнение средних и дисперсий различных альтернатив;

2) определение важности учета или значимости влияния переменных и ограничений, наложенных на эти переменные;

3) отыскание оптимальных значений на некотором множестве возможных значений переменных.

Эксперименты первого типа являются так называемыми *однофакторными.* Они довольно просты, и основные вопросы, встающие перед исследователем при их проведении, связаны с размером выборки, начальными условиями и наличием или отсутствии автокорреляции. Основными методами истолкования результатов экспериментов второго типа являются дисперсионный и регрессионный анализы. Третий тип экспериментов обычно предполагает использование последовательных или поисковых методов их построения. Некоторые возможности реализации этих трех типов экспериментов будут рассмотрены ниже.

Факторы и отклики. При планировании и построении модельных экспериментов мы имеем дело с двумя типами переменных, которые будем называть *факторами* и *откликами.* Для выяснения различий между ними рассмотрим простой эксперимент, в котором лишь две переменные – x и y и цель которого состоит в ответе на вопрос: как при изменении x изменяется y? В этом случае x – фактор, а y – отклик.

При планировании экспериментов необходимо решить ряд принципиальных вопросов:

1. Число варьируемых факторов.

2. Число уровней (значений) квантования каждого фактора:

а) являются ли уровни факторов качественными или количественными?

б) должны ли быть уровни квантования фиксированы (управляемы) или случайны (неуправляемы)?

в) следует ли оценивать нелинейные эффекты?

г) должны ли все факторы иметь одинаковое число уровней?

3. Необходимое число измерений переменной отклика:

а) следует ли выявить взаимное влияние различных факторов?

б) каков характер имеющихся ограничений: ограничено время на исследование, ограничены средства или машинное время?

в) каковая требуемая точность?

Определим некоторые из введенных терминов. *Количественной* называется переменная, величина которой может быть измерена с помощью некоторой интервальной или относительной шкалы (температура, длина, время и др.). *Качественной* же называется переменная, величина которой не может быть измерена количественно, а упорядочивается методами ранжирования (географические зоны, организации, решающие правила и т.п.).

Термин "фиксированные уровни" означает, что мы управляем уровнями квантования или устанавливаем их. Если уровни квантования выбираются случайно (например, с помощью метода Монте-Карло), то уровни называются *случайными.* Если используемая для построения эксперимента математическая модель имеет фиксированные параметры, она называется *жесткой моделью.* Если факторы модели могут изменяться случайным образом, она называется *вероятностной моделью.* Если модель содержит как фиксированные, так и случайные факторы, она называется *комбинированной моделью. Эффектом взаимодействия* можно назвать комбинированное влияние на отклик двух (или более) факторов, проявляющееся помимо индивидуального влияния всех этих факторов по отдельности.

Как правило, степень понимания явления обратно пропорциональна числу переменных, фигурирующих в его описании. Большинство систем работают в соответствии с *принципом* Паре/по, который гласит, что с точки зрения характеристики системы существенны лишь некоторые из множества факторов. Поэтому основная задача – выделить *существенные факторы.*

Однофакторные эксперименты. Наиболее прост в планировании однофакторный эксперимент, в котором изменяется лишь единственный фактор. *Уровни* исследуемого фактора могут быть качественными или количественными, фиксированными или случайными. Уровнями фактора могут являться различные стратегии работы, различные уровни входной или выходной переменной. *Число наблюдений или прогонов* для каждого уровня фактора

определяется допустимыми затратами, желаемой точностью проверки или статистической значимостью результатов.

Если фактор имеет лишь два уровня, то можно использовать процедуры прямой проверки гипотез с использованием стандартных критериев (χ^2 и др.). Если у фактора более двух уровней, то обычно используется *однофакторный дисперсионный* анализ, если факторы качественные, а в случае, когда все факторы количественные, – *регрессионный анализ.*

Факторный анализ. Рассмотрим теперь случай наличия двух и более факторов, влияние которых на отклик должен исследовать экспериментатор. Один из распространенных методов состоит в фиксации всех факторов на некоторых уровнях, кроме одного, и вариации уровней этого фактора. При такой схеме факторы изменяются и исследуются поочередно. Однако такой эксперимент редко обладает достаточной информативностью.

Факторным экспериментом называется такой, в котором все уровни данного фактора комбинируются со всеми уровнями всех других факторов. Причем если у всех факторов одинаковое количество уровней, то это *симметричный полный факторный эксперимент.*

В случае, когда желательно исследовать влияние на отклик изменения двух или более факторов, факторный анализ представляет собой, по-видимому, наиболее эффективный метод исследования. Под эффективностью мы понимаем здесь то, что *факторный анализ позволяет получить требуемую информацию при заданной степени точности с минимальными затратами усилий.*

Можно отметить следующие преимущества факторного плана над отмеченным выше методом "один фактор в каждый момент времени".

1. Максимальная эффективность при оценке влияния переменных.

2. Правильная идентификация и интерпретация взаимодействий между факторами (если они имеют место).

3. Влияние фактора оценивается при нескольких уровнях других факторов, и тем самым полученные результаты справедливы в более широком диапазоне условий.

4. Простота применения и интерпретации.

Неполный факторный анализ. Основная проблема полного факторного анализа состоит в том, что *полное число возможных комбинаций переменных катастрофически растет с увеличением числа переменных и их уровней.* Например, если мы имеем семь факторов с двумя уровнями каждый, то даже без повторений необходимо $2^7 = 128$ выборочных точек. Очевидно, что каждое повторение удваивает это число. Наряду с возрастанием полного числа комбинаций растет и число взаимодействий высокого порядка (порядок взаимодействия определяется числом взаимодействующих факторов: при двух взаимодействующих факторах это взаимодействие 1-го порядка, при трех – 2-го, и т.д.). Взаимодействия выше второго порядка бывают труднообъяснимы, даже если они признаются существенными.

Главные эффекты, каждый из которых соответствует отдельному фактору, и взаимодействия высокого порядка, которые могут быть выявлены при полном исследовании комбинаций даны в табл. 7.2.

Таблица 7.2

2^n – факторные эффекты

n	2^n	Число главных эффектов	Число взаимодействий n-го порядка				
			1-го	2-го	3-го	4-го	5-го
5	32	5	10	10	5	1	-
6	64	6	15	20	15	6	1
7	128	7	21	35	35	21	7
8	256	8	28	56	70	56	28

Так как полный факторный анализ может потребовать слишком много машинного времени, необходимо располагать методами *отбора существенных переменных,* т.е. отыскания наиболее важных переменных, влияющих на отклик. Оказывается, что, если нас не интересуют взаимодействия высокого порядка, мы можем получить большое количество информации с помощью исследования лишь некоторой части (1/2, 1/4, 1/8 и т.д.) всех возможных комбинаций. Если в факторном эксперименте проводится лишь часть всех возможных опытов (прогонов), то план эксперимента называется *неполным факторным планом.*

Всякий раз, когда мы используем выборку, меньшую, чем это требует полный факторный план, мы платим за это риском *смешивания эффектов.* Под смешиванием мы понимаем то, что статистик, измеряя один эффект, в то же время измеряет, возможно, и другой. Например, если главный эффект смешивается с взаимодействием более высокого порядка, то эти два эффекта уже невозможно отделить друг от друга. Таким образом, если наш анализ показывает наличие некоторого эффекта, то мы не можем с уверенностью сказать, главный ли это эффект или эффект взаимодействия, или некоторая аддитивная комбинация этих эффектов. При построении неполного факторного плана экспериментатор должен определить эффекты, смешивание которых он может допустить. Вообще говоря, лучше спутать взаимодействия высокого порядка, чем главные эффекты. Обычно можно надеяться, что взаимодействия высокого порядка отсутствуют, и можно получить разумную информацию о главных эффектах и взаимодействиях низкого порядка.

В качестве примера рассмотрим план для неполного (1/4) факторного эксперимента с полным числом возможных комбинаций $2^5 = 32$. Один из возможных вариантов приведен в табл. 7.3, где -1 указывает на то, что соответствующий фактор должен принять минимальное значение, а +1 – максимальное.

Т а б л и ц а 7.3.

План для 5 факторов и 8 наблюдений

Наблюдение	Фактор				
	A	*B*	*C*	0	E
1	1	1	1	1	1
2	1	-1	-1	1	-1
3	-1	1	1	-1	-1
4	1	1	1	1	-1
5	1	1	-1	-1	1
6	-1	1	-1	1	1
7	1	-1	1	-1	1
8	-1	-1	1	1	1

Этот план строится следующим образом. Смешаем взаимодействия высокого порядка и разделим 32 возможные комбинации на

четыре блока одинакового размера (по восемь в каждом). Затем выберем один из блоков для проведения эксперимента. Это означает, что мы должны смешать три эффекта в процессе объединения наблюдений в блоки. Мы сделаем это, выбирая двух- и трехфакторные взаимодействия с общим фактором. Например, мы выбрали *BCE* и *ADE,* имеющие общий эффект *E*. Смешав эти взаимодействия, мы автоматически смешали *ABCD.* Поэтому мы получили так называемое *тождество,* или *определяющее разбиение, I=BCE=ADE=ABCD,* которое было использовано для деления 32 наблюдений на четыре блока по 8 наблюдений. Значит, мы утратили возможность восстановления таких эффектов.

Использовав это тождество как основу для смешивания в нашем плане, мы должны сделать то же и со следующими совместными эффектами:

A=DE=BCD=ABCE,
B=CE=ACD=ABDE,
C=BE=ABD=ACDE,
0=AE=ABC=DCDE,
E=BC=AD=ABCDE,
AB=CD=ACE=BDE,
AC-=BD=ABE=CDE.

Отсюда следует, что если взаимодействий нет, то мы можем по восьми наблюдениям получить информацию о каждом из пяти главных эффектов *(A, B, C, D* и *E)* и использовать данные эффектов взаимодействий *AB* и *AC,* чтобы оценить ошибку дисперсионного анализа.

Изложенное является лишь общим предварительным взглядом на вопросы факторного планирования экспериментов, необходимые детали которого можно подчеркнуть из специальной литературы, которая приведена, в частности, в [29].

Отыскание оптимальных условий. Во многих случаях целью моделирования является отыскание таких величин или уровней независимых переменных (факторов), при которых отклик или зависимая переменная достигают оптимальных (максимальных или минимальных) значений. Если зависимая и независимые переменные количественны и непрерывны, то для решения задачи поиска оптимума используется так называемая *методология поверхности отклика* [29].

Если обозначить зависимую переменную через y, а независимые – через $x_1, x_2, ..., x_k$, где k - число факторов, то в общем виде уравнение поверхности отклика можно записать как:

$$y = F(x_1, x_2, ..., x_k). \qquad (7.1)$$

Методология поверхности отклика обычно основана на исследовании поверхности отклика с помощью ряда небольших полных или неполных факторных экспериментов. Эти небольшие эксперименты могут использоваться для разрешения двух вопросов. Первый из них связан с выбором такого направления перемещения для проведения следующего эксперимента, чтобы приблизиться к оптимальной точке. Второй возникает тогда, когда мы уже находимся в достаточной близости к точке экстремума, и это вопрос о виде уравнения поверхности отклика вблизи оптимальной точки.

Если известно точное математическое выражение функции отклика (7.1), то задача состоит в том, чтобы как можно быстрее выйти в близкую к оптимуму область, а затем воспользоваться аналитическими методами локального представления этой функции в окрестности точки оптимума. Часто мы не знаем вид поверхности отклика, и тогда необходимо использовать какую-либо *аппроксимирующую функцию.* Обычно используется полином 1-го порядка

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + ... + a_k x_k \qquad (7.2)$$

или более высокого порядка, где параметры $a_1, ..., a_k$ оцениваются с помощью эксперимента.

Рассмотрим пример, приведенный на рис. 7.7. Предположим, что исследователь провел в точке 1 эксперимент с 2^2 комбинациями плюс два наблюдения в центре квадрата. Он позволил оценить параметры a_0, a_1, a_2 в (7.2) для k =2, определяющие наклон плоскости аппроксимации, и вычислить направление наискорейшего возрастания или максимального наклона плоскости. Это направление показывает относительные величины изменения факторов, обеспечивающие увеличение отклика. Продвинувшись по этому направлению до некоторой точки 2, следует повторить всю процедуру.

Такая пошаговая процедура позволяет достигать все больших и больших откликов. Однако вблизи точки оптимума эта процедура уже не эффективна, так как наклоны a_1 и a_2 становятся небольши-

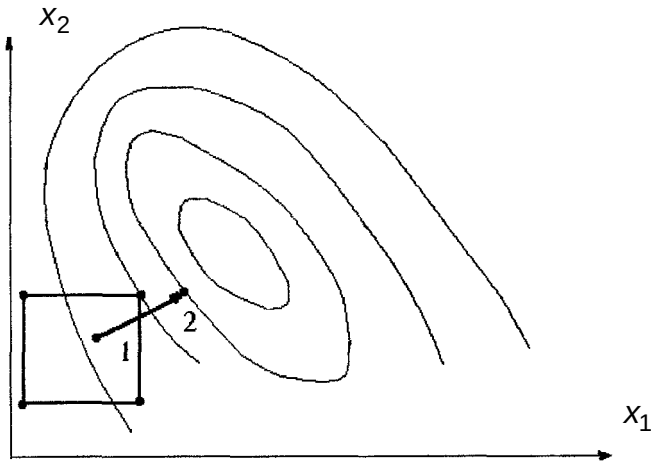


Рис. 7.7. Контуры поверхности отклика с изображением 2^2 - факторного плана.

ми и точность их определения становится недостаточной. Кроме того, вблизи точки оптимума линейная аппроксимация перестает быть удовлетворительной и для аппроксимации необходимо брать полином более высокого порядка.

В примере рис. 7.7 простой эксперимент с 2^2 комбинациями достаточен для оценивания a_0, a_1 и a_2. Однако два или более наблюдения в геометрическом центре 1 позволяют не только уточнить поверхность регрессии (поверхность отклика), но и получить несколько дополнительных степеней свободы для проверки статистической значимости оценок параметров регрессии. То же самое можно сделать, повторяя эксперимент.

7.6. Обоснование выбора и анализ модели

Обоснованность модели. Модель строится для достижения конкретной цели, и ее адекватность, или обоснованность, оценивается в терминах этой цели. Мы хотим строить модель таким образом, чтобы она обладала характеристиками, близкими к *характеристикам изучаемой реальной системы.* Оценить качество модели - значит оценить уровень нашей уверенности в том, что выводы, сделанные с помощью модели, применимы и к реальной системе.

В гл. 5 мы уже детально обсудили общие принципы формирования и преобразования моделей. Вообще говоря, электроэнергетика и ЭЭС – это весьма развитая область в смысле математического моделирования событий, состояний и процессов в системе в задачах эксплуатации и развития ЭЭС. В данной главе даются некоторые полезные дополнительные сведения, важные с точки зрения

имитационного моделирования в рассматриваемой области исследований, фиксируются некоторые проблемы, возникающие особенно при построении сравнительно новой, мало использовавшейся ранее имитационной модели. В конечном счете эти сведения небесполезны и в смысле *формирования системного мировоззрения* специалиста.

Понятие обоснованности не является двоичной переменной типа "да-нет". Обычно возможность построения абсолютно адекватной модели бывает далеко не ясна даже теоретически. С *ростом точности модели возрастает не только ее стоимость, но и ее ценность для исследователя, хотя, скорее всего, с убывающей скоростью* (рис. 7.8) [29].

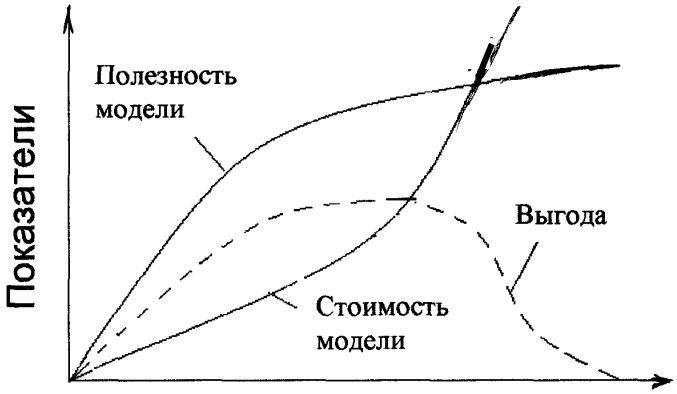


Рис. 7.8. Типичные характеристики модели

Во многих машинных имитационных экспериментах используются случайные переменные и повторения с целью отыскания некоторых усредненных характеристик модели. Модель, представляя реальную систему может содержать цепочки случайных событий, сложным образом взаимодействующих друг с другом. При достаточно большом числе повторений *результаты моделирования можно сделать сколько угодно точными.* Проблема состоит в том, чтобы эти точные результаты были точны только в том случае, когда идентичны процессы, происходящие в модели и в реальной системе. *Если же между этими процессами есть некоторое расхождение, то результатом моделирования присуща неточность, которую нельзя устранить увеличением числа повторений.*

Как отмечалось в п. 7.1., методология имитационного моделирования позволяет на любом его этапе возвращаться к модели и уточнять ее при необходимости. Однако имитационное моделирование не занимается поиском абсолютной истины, оно лишь позволяет получить *серию последовательных приближений* к истине. Проблема обоснования применимости имитационной модели ничем не отличается от проблемы обоснования применимости теории или гипотезы в любой отрасли науки.

Субъективные и объективные аспекты. При построении и обосновании имитационных моделей часто возникает конфликт между стремлением к объективности и необходимостью использовать наши субъективные представления. Под субъективными представлениями здесь понимаются взгляды, интуиция, мнения, которые мы имеем относительно того, как работает интересующая нас система, а под объективными – рассмотрения, основанные только на экспериментальных данных.

Этот конфликт можно разрешить, если процесс построения модели принять как непрерывные взаимообогащающие *переходы от субъективных соображений к объективным фактам и наоборот.* Так как число возможных моделей почти бесконечно, процесс их построения в значительной степени субъективен. Проверка же почти полностью объективна. Ее цель состоит в определении того, насколько наша модель удовлетворяет объективным критериям сравнения с реальностью [29].

Таким образом, процесс построения модели состоит из созидания – проверки – созидания – проверки и т.д., где созидание есть процедура построения модели, а проверка осуществляется для определения соответствия модели реальной системе.

Утилитарный подход. В реальных задачах возникает вопрос, каким образом можно было бы реализовать сформулированный только что подход к построению модели. Для его решения рассмотрим ряд стадий [29].

На первой стадии решение задач моделирования сводится к построению внутренней структуры модели на основе априорной информации, результатов прошлых исследований и существующих теорий. Полезными могут быть при этом методы структурного анализа систем, изложенные в гл. 2. Любая сложная имитационная модель состоит из большого числа простых моделей. Имитируемые этими простыми моделями процессы обычно хорошо определены и понятны. Они могут представляться любым из типов описаний, представленных в гл. 5. Однако при объединении их в сложную совокупность *большое число вариантов возможных взаимодействий делает понимание поведения всей модели затруднительным.* В этом проявляются системные свойства самой модели, представляющей исследуемую систему.

Итак, первая стадия построения обоснованной модели состоит в рассмотрении и в некотором смысле наилучшем моделировании простых составляющих сложного процесса. Любая гипотеза, которая отвергается с помощью априорной информации, должна отвергаться до тех пор, пока дополнительные исследования или опыты не изменят нашего отношения к ней. Нет смысла включать в рассмотрение гипотезу, которую мы считаем ошибочной. Некоторые представления или гипотезы хорошо известны из предыдущих их применений, а другие покоятся на строгой теоретической основе, выведенной из предыдущих исследований. Когда процесс легко наблюдаем и измеряем, уровень доверия к представлениям о нем довольно высок. В противном случае мы чувствуем себя менее уверенно.

Вторая стадия также связана с обоснованием внутренней структуры модели и состоит в эмпирической проверке (когда это возможно) используемой гипотезы. Идея проверки наших предположений о структуре системы, ее параметрах и их распределениях основывается на знании исследуемой системы, статистике значений ее параметров, зарегистрированных фактах реальных процессов в системе и т.д.

Третьей стадией является всесторонняя проверка пригодности модели для предсказания поведения моделируемой реальной системы. На этой стадии мы должны убедиться сами и убедить того, кто будет использовать нашу модель, в том, что она работает так, как должна работать, т.е. что она полезна. Вообще говоря, эта стадия включает сравнение соотношений входов и выходов модели и реальной системы. Труднее оказывается в случае, если мы строим модель будущей, еще не существующей системы или процесса. Тогда можно использовать прием, связанный с прогнозом "настоящего" из "прошлого", перенося процесс прогнозирования на этап, который уже пройден и прогнозируемые результаты известны. На этой стадии более точной считается модель, которая успешнее предсказывает поведение системы.

Рассмотренные три стадии процесса конструирования модели осуществляются итеративно. Даже если модель или одна из используемых при ее построении гипотез не согласуется с эмпирическими данными, она обычно не отвергается до тех пор, пока не появится лучшая модель. Если модель или гипотеза разумным образом соответствует эмпирическим фактам или теории, то появление

не согласующихся с ней данных приводит обычно не к отбрасыванию, а к уточнению или переопределению гипотезы.

Анализ чувствительности. Он означает анализ влияния на выходную переменную небольших изменений различных параметров модели или ее входов. Исследование чувствительности модели может существенно помочь в определении степени доверия к ней.

Прежде всего такие исследования помогают выяснить чувствительность выходов модели или получаемых с ее помощью результатов к изменению значений параметров модели. Так как многие данные (если не большинство), на основе которых мы строим модель, часто бывают неточны, мы должны знать, при каком разбросе этих данных сохраняется справедливость наших выводов, сделанных по результатам моделирования. Если отклик модели сравнительно мало чувствителен к изменениям некоторых параметров, то нам и не нужно заботиться об их точности. В то же время, если выход модели оказывается высокочувствительным по отношению к некоторым ее параметрам, то стоит потратить время и средства, чтобы получить более точные результаты измерений и оценки этих параметров.

Анализ чувствительности отклика к вариациям входных величин в широких пределах позволяет также проверить справедливость принимаемых нами решений при изменениях среды, в которой работает модель. В случае, когда получаемые с помощью модели результаты нечувствительны к большим изменениям входных переменных, мы находимся в более удобных для реализации модели условиях. Если же небольшие изменения входного сигнала приводят к существенному изменению принимаемых с помощью модели решений, то при реализации модели мы должны предусмотреть некоторые меры предосторожности. Например, мы можем работать поэтапно, стараясь выбирать на каждом этапе наиболее жизнеспособную альтернативу, или построить систему контроля, которая быстро сообщает об изменениях условий работы.

Кроме того, анализ чувствительности может помочь в определении возможных корректив, которые следует внести в модель. На практике модель, которая полезна для принятия решений, обычно непрерывно корректируется и модифицируется. При этом, если не принять соответствующих мер предосторожности, модель разрастается и усложняется с каждой такой модификацией. Анализ чув-

ствительности может подсказать пути упрощения модели, а также то, какие части модели было бы целесообразно разработать более детально.

При рассмотрении вопроса о применимости модели на практике результаты анализа чувствительности модели могут оказаться весьма убедительными для будущего пользователя. Уже сам факт проведения исследования чувствительности модели к различным изменениям, ошибкам и т.п. помогает убедить его в тщательности проделанной работы и справедливости получаемых выводов.

7.7. Достоинства и недостатки имитационного моделирования

Условие целесообразности применения имитационной методологии. Все имитационные модели используются как модели типа "черного ящика", т.е. они обеспечивают выдачу выходного сигнала модели, если на ее взаимодействующие подсистемы поступает входной сигнал. Поэтому для получения нужной информации или результатов необходимо осуществлять "прогон" имитационных моделей, а не "решать" их. Имитационные модели не способны формировать свое собственное решение в том виде, в каком это имеет место в моделях выбора, а могут лишь служить средством анализа состояний или поведения системы в условиях, которые определяются. Следовательно, *имитационное моделирование – не теория, а методология решения проблем.* Более того, имитационное моделирование является только одним из нескольких имеющихся в распоряжении системного аналитика важнейших методов решения проблем. Поскольку необходимо (и желательно) приспосабливать средство или метод к решению задачи, а не наоборот, то возникает естественный вопрос: в каких случаях имитационное моделирование полезно?

Как показывает обобщение опыта использования имитационного моделирования, исследователь может рассмотреть *целесообразность его применения* при наличии любого из следующих условий [29].

1. Не существует законченной математической постановки данной задачи либо еще не разработаны аналитические методы решения сформулированной математической модели.

2. Аналитические методы имеются, но математические процедуры столь сложны и трудоемки, что имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи.

3. Аналитические решения существуют, но их реализация невозможна из-за недостаточной математической подготовки имеющегося персонала.

4. Кроме оценки определенных параметров, желательно осуществить на имитационной модели наблюдение за ходом процесса в течение определенного периода.

5. Имитационное моделирование может оказаться единственной возможностью вследствие трудностей постановки экспериментов и наблюдения явлений в реальных условиях.

6. Для анализа долговременного действия систем или процессов может понадобиться сжатие временной шкалы. Имитационное моделирование дает возможность полностью контролировать время изучаемого процесса, поскольку процесс может быть замедлен или ускорен по желанию.

7. Дополнительным преимуществом имитационного моделирования можно считать широчайшие возможности его применения в сфере образования и профессиональной подготовки. Разработка и использование имитационной модели позволяют экспериментатору видеть и "разыгрывать" на модели реальные процессы и ситуации. Это в свою очередь должно в значительной мере помочь ему понять и почувствовать проблему, что стимулирует процесс поиска нововведений.

Идея имитационного моделирования интуитивно привлекательна и для руководителей, и для исследователей систем благодаря своей простоте. Поэтому метод имитационного моделирования стремятся применять для решения каждой сложной задачи, с которой приходится сталкиваться. И хотя людям с высокой математической подготовкой имитационный подход представляется грубым силовым приемом или последним средством, к которому следует прибегать, факт заключается в том, что этот метод является самым распространенным инструментом в руках исследователя, погруженного в проблемы управления и выбора [29].

Опасности и ограничения. Несмотря на недостаточное математическое изящество, *имитационное моделирование – один из наиболее широко распространенных количественных методов, используемых при решении сложных проблем.* Многие руководи-

тели и исследователи заинтересованы главным образом в решении своих неотложных задач, руководствуясь девизом "цель оправдывает средства!" Но именно забота о приложимости конечных результатов побуждает нас задаться вопросом: можно ли вообще, опираясь на имитационное моделирование, получить результаты наиболее эффективным способом? Ответ нередко будет отрицательным по следующим причинам [29].

1. Разработка хорошей имитационной модели для решения сложной проблемы часто обходится дорого и требует много времени, а также наличия высококвалифицированных специалистов, которых в данной фирме может и не быть.

2. Может показаться, что имитационная модель отражает реальное положение вещей, хотя в действительности иногда это не так. Если указанное обстоятельство не учитывать, то некоторые свойственные имитации особенности могут привести к неверному решению.

3. Имитационная модель в принципе неточна, и мы часто не в состоянии измерить степень неточности. Это может быть преодолено лишь частично путем анализа чувствительности модели к изменению определенных параметров.

4. Результаты, которые дает имитационная модель, обычно являются численными, их точность определяется количеством знаков после запятой, выбираемым экспериментатором. В связи с этим возникает опасность "обожествления чисел", т.е. приписывание им большей значимости, чем они на самом деле имеют.

Таким образом, хотя имитационное моделирование является чрезвычайно ценным и полезным методом решения сложных задач, этот метод, конечно, не панацея для решения всех проблем исследования систем. Разработка и применение имитационных моделей все еще в большей степени искусство, чем наука. Следовательно, как и в других видах искусства, *успех или неудача определяется не столько методом, сколько тем, как он применяется.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Абраменкова Н.А, Воропай Н.И, Заславская Т.Б.** Структурный анализ электроэнергетических систем: В задачах моделирования и синтеза. – Новосибирск: Наука.Сиб. отд-ние, 1990. – 224 с.
2. **Абраменкова Н.А., Воропай Н.И., Заславская Т.Б.** Структурно-режимный анализ электроэнергетических систем для выбора принципов противоаварийного управления: Учебное пособие. – Новосибирск: НГТУ, 1995. – 63 с.
3. **Арнольд В.И.** Теория катастроф. – М.: Наука, 1990. – 128 с.
4. **Баринов В.А., Совалов С.А.** Режимы энергосистем: Методы анализа и управления. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 440 с.
5. **Башлыков А.А., Еремеев А.П.** Экспертные системы поддержки принятия решения в энергетике. – М.: МЭИ, 1994. – 216 с.
6. **Бусленко Н.П.** Моделирование сложных систем. – М.: Наука, 1968. -356с.
7. **Вязгин В.А., Федоров В.В.** Математические методы автоматизированного проектирования: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. школа, 1989. – 184 с.
8. **Денисов А.А., Колесников Д.Н.** Теория больших систем управления: Учебное пособие для вузов. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 288 с.
9. **Диалектика** познания сложных систем / Под ред. В.С. Тюхтина. – М.: Мысль, 1988. –316с.
10. **Змитрович А.И.** Интеллектуальные информационные системы: Учебное пособие. – Минск: ТетраСистемс, 1997. – 368 с.
11. **Иванов В.В.** Методы вычислений на ЭВМ: Справочное пособие. – Киев: Наук. думка, 1986. – 584 с.
12. **Карабанов А.А., Полуботко В.А.** Оценки устойчивости ЭЭС методами теории катастроф - Сыктывкар, 1990. – 16 с. – (Препринт/ Коми НЦ УрО АН СССР;№34).
13. **Касти Дж.** Большие системы. Связность, сложность и катастрофы. – М.:Мир, 1982. – 216 с.
14. **Кини Р.Л., Райфа Х.** Принятие решений при многих критериях: Предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
15. **Мамиконов А.Г.** Принятие решений и информация. – М.: Наука, 1983. – 184 с. – (сер. Наука и технический прогресс).
16. **Мелентьев Л.А.** Системные исследования в энергетике. Элементы теории, направления развития. – М.: Наука, 1983. – 456 с.
17. **Моисеев Н.Н.** Математические задачи системного анализа: Учебное пособие для вузов. – М.: Наука, 1981. – 488 с.
18. **Мороз А.И.** Курс теории систем: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1987. – 304 с.
19. **Новое в синергетике.** Загадки мира неравновесных структур. – М.: Наука, 1996. – 263 с.

20. **Новорусский В.В.** Основы теории систем и системы логического управления (Формально-логические аспекты). – Новосибирск: Наука. Сиб. отдние, 1997. – 335 с.
21. **Орловский С.А.** Проблемы принятия решений при расплывчатой информации. – М.: Наука, 1981. – 236 с.
22. **Оценивание** состояния в электроэнергетике / А.З. Гамм, Л.Н. Герасимов, И.И Голуб и др. – М.: Наука, 1983. – 320 с.
23. **Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П.** Введение в системный анализ: Учебное пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1989. – 367 с.
24. **Саати Т., Керне К.** Аналитическое планирование. Организация систем. – М.: Радио и связь, 1991. – 224 с.
25. **Самарский А.А., Михайлов АЛ.** Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. – М.: Наука, Физматгиз, 1997. – 320 с.
26. **Теоретические основы** системных исследований в энергетике / А.З. Гамм, А.А. Макаров, Б.Г Санеев, Н.И Воропай. и др. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986. – 336 с.
27. **Теория** систем и методы системного анализа в управлении и связи / В.Н. Волкова, В.А. Воронков, А.А. Денисов и др. – М.: Радио и связь, 1983. – 248 с.
28. **Хакен Г.** Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам. – М.: Мир, 1991. – 240 с.
29. **Шеннон Р.** Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.:Мир, 1978. – 420 с.
30. **Экспериментальные** исследования режимов энергосистем / Под ред. С.А. Совалова. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 448 с.
31. **Электрические системы.** Т.1. Математические задачи электроэнергетики / Под ред. В.А. Веникова; Учебное пособие. – М.: Высш. шк., 1970. – 336 с.
32. **Элти Дж., Кумбс М.** Экспертные системы: Концепции и примеры. – М.: Финансы и статистика, 1987. – 191 с.