Министерство сельского хозяйства Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный аграрный университет имени А.А. Ежевского»

На правах рукописи

Нгуен Ван Винь

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ, МЕТОДИК И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ТУРБОМАШИН ПОВЫШЕННОГО РЕСУРСА С ПОМОЩЬЮ ПРЕДНАМЕРЕННОЙ РАССТРОЙКИ

Специальность 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

> Научный руководитель: доктор технических наук, профессор Репецкий Олег Владимирович

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
1.1. Проблема прочности и надежности в турбомашинах13
1.2. Актуальность исследования ресурса рабочих колес турбомашин с расстройкой
параметров16
1.3. Обзор численного и экспериментального исследования динамических и ресурсных
характеристик рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров 19
1.4. Анализ чувствительности рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров27
1.5. Исследования облопаченного диска турбомашин путем введения преднамеренной
расстройки
1.6. Выводы
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И РАЗВИТИЕ ЧИСЛЕННО-
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ
ПАРАМЕТРОВ И АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН
ПРИ АНАЛИЗЕ РЕСУРСА
2.1. Математическое моделирование рабочих лопаток турбомашин и прогнозирования их
ресурса
2.1.1. Основы метода конечных элементов для статического и динамического состояния
изделий
2.1.2. Применение метода конечных элементов
2.2. Методы математического моделирования для исследования рабочих колес турбомашин с
расстройкой параметров44
2.2.1. Метод циклической симметрии44
2.2.2. Метод пружинно-массовой модели
2.2.3. Метод моделирования уменьшенного порядка
2.3. Разработка математических моделей для анализа чувствительности рабочих колес
турбомашин
2.3.1. Математические уравнения в случае статики и свободных колебаний
2.3.2. Математические уравнения в случае вынужденных колебаний
2.4. Разработка математических моделей динамической нагрузки

2.5. Математическая модель для оптимизации введения преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин
2.6. Выводы
ГЛАВА 3. КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НА РЕСУРС РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН С УЧЕТОМ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
3.2. Алгоритм для определения расстройки параметров рабочих колес на основе анализа чувствительности
3.2.1. Определение значения расстройки параметров лопаток рабочих колес турбомашин .73
3.2.2. Расчет чувствительности лопатки облопаченного диска турбомашин75
3.3. Решение задачи динамических характеристик колебаний облопаченного диска с расстройкой параметров
3.4. Алгоритм для расчета динамических напряжений
3.5. Алгоритм для прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин
3.6. Выводы
ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НА РЕСУРС РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН С УЧЕТОМ
 АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ
4.2. Результаты численно-экспериментального исследования академического рабочего колеса турбомашин с 10-ю лопатками
4.3. Выводы
ГЛАВА 5. УВЕЛИЧЕНИЕ РЕСУРСА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ТУРБОМАШИН ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ ПРЕДНАМЕРЕННОЙ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ
5.1.1. Первый вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки
5.1.2. Второй вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки

5.1.3. Третий вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки
5.2. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных толщинах лопатки
5.3. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных вариантах скоса верхней кромки лопатки
5.4. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при сверлении отверстий в лопатках
5.5. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных материалах лопатки
5.6. Прогнозирование усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой136
5.7. Оптимизация преднамеренной расстройки параметров144
5.8. Численно-экспериментальные результаты исследования рабочего колеса турбомашин Rolls-Royce с 29-ю лопатками
5.9. Выводы
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ
ПРИЛОЖЕНИЕ А. АКТ О ВНЕДРЕНИИ
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. АПРОБАЦИЯ И ПРИМЕНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО
ИССЛЕДОВАНИЯ173
ПРИЛОЖЕНИЕ В. АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА О РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ ДЛЯ
ЭВМ175

введение

Повышение надежности и ресурса турбомашиин, снижение их материалоемкости и уменьшение вибрации требуют создания компрессоров и турбин с лопатками, обладающими повышенной усталостной прочностью. На первой стадии, прогнозирование ресурса осуществляется при проектировании по расчетным параметрам нагруженности. Далее, на этапе доводки, расчетный ресурс уточняется по данным тензометрирования и замеренным переменным напряжениям.

В настоящее время ставится задача доведения ресурса газотурбинных двигателей (ГТД) до ресурса, равного нескольким десяткам тысяч часов. Особую актуальность эта проблема приобретает в связи с широким использованием ГТД в качестве приводных агрегатов газоперекачивающих станций и энергетических установок. При изменении нагрузки от нуля оборотов до максимума и при работе на промежуточных режимах, лопаточные конструкции испытывают упругие колебания, приводящие к резонансам и усталостному разрушению. В ГТД около 70% отказов связано с вибрацией и переменными нагрузками. В значительной мере это вызвано отсутствием методов расчетной оценки динамических напряжений и недостаточным использованием алгоритмов прогнозирования повреждений. Для отстройки от резонансных явлений и повышения долговечности необходимы данные о чувствительности напряжений и частот колебаний к геометрическим характеристикам лопаток. Уточненный анализ таких проблем возможен с использованием двух- и трехмерных расчетных схем на основе метода конечных элементов (МКЭ). В этой связи разработка математических моделей для анализа динамических напряжений и прогнозирования ресурса лопаточных венцов на стадии проектирования для стационарных и переходных режимов нагружения является актуальной проблемой современного двигателестроения.

Большинство механических конструкций и деталей турбомашин при работе в реальных условиях эксплуатации подвержены воздействию изменяющихся во времени нагрузок, приводящим к напряжениям и деформациям в конструкции, которые также изменяются во времени. Если величина изменения напряжения превышает определенный предел, то в материале конструкции будет происходить процесс накопления повреждений, приводящий к образованию трещин, эти трещины будут разрастаться и в конечном итоге разрушать материал детали. Детали рабочих колес турбомашин (лопатки и диски) работают в условиях огромных статических нагрузок, вызванных воздействием центробежных сил, давления и неравномерного нагрева, а также они испытывают переменные циклические нагрузки при вынужденных колебаниях, обусловленных воздействием газовых сил.

При сборке и изготовлении рабочих колес часто бывают небольшие отклонения между лопатками, называемые расстройкой параметров. Это также приводит к значительным изменениям их колебательных параметров (форма, частота), а также к увеличению динамических напряжений и снижению ресурса лопаток рабочих колес. Причины расстройки бывают разные: небольшие отклонения в пределах допусков, отличия геометрии секторов колеса или лопаток и др. Расстройка может быть как случайным, так и преднамеренным явлением. Преднамеренная расстройка является новой процедурой для ослабления негативного влияния существующей случайной расстройки на вынужденную реакцию ротора турбомашины. В последнее время, особый интерес в мире вызывают исследования в области введения так называемой преднамеренной расстройки, которая заключается в специальном намеренном нарушении параметров идеальной циклически симметричной конструкции, в том числе по определенным законам расположения лопаток на диске турбомашин (блочные модели).

В настоящий момент преднамеренную расстройку (intension mistuning) внимательно изучают в таких странах, как: США, Германия, Великобритания, Франция, Италия, Китай, Испания и в др. научных центрах. Преднамеренная расстройка может значительно уменьшить усиление вибрации из-за потенциальной случайной расстройки и снизить высокую чувствительность отклика ротора к случайной расстройке. Поэтому основная задача диссертационной работы заключается в исследовании эффекта преднамеренной расстройки, которая может быть реализована в номинальном проекте и сделать исследуемую конструкцию менее чувствительной к случайной расстройке, а следовательно увеличить ее долговечность и оптимизировать ресурс.

В этой связи, разработка математических моделей для исследования статических и динамических характеристик и долговечности рабочих колес, а также для увеличения надежности энергетических и транспортных установок с преднамеренной расстройкой геометрических, жесткостных, массовых и др. параметров является актуальной научной задачей требующей дальнейшего изучения.

Дополнительно, в данной диссертации разработаны конечноэлементные модели для анализа чувствительности колебаний рабочих лопаток энергетических турбомашин, выполнен численный анализ колебаний и чувствительности модельных и реальных лопаточных структур роторов. Исследование чувствительности реального рабочего колеса позволяет определить области самого большого влияния изменения массы лопаток на собственные частоты колебаний при резонансах. Данная информация можно использоваться для лопаток и облопаченных дисков при оптимизации дисковых структур и введения преднамеренной расстройки ведущей к уменьшению резонансных перемещений, уровней напряжений и

изменению опасных частот колебаний на эксплуатационных режимах работы.

Объектом исследований являются облопаченные диски энергетических турбомашин с учетом расстройки параметров под воздействием разнообразных нагрузок.

Предметом исследований является воздействие преднамеренной расстройки параметров, вызванной несовершенством технологического изготовления, геометрией и (или) другими изменениями на динамические характеристики и долговечность рабочих колес энергетических турбомашин.

Целью диссертационной работы является разработка и развитие математических моделей, численно-экспериментальных методов и программного обеспечения на основе МКЭ для исследования воздействия преднамеренной расстройки геометрических, жесткостных, массовых и др. параметров на долговечность рабочих колес энергетических и транспортных турбомашин и оптимизации их ресурсных характеристик с учетом анализа чувствительности.

Для достижения этой цели необходимо решить следующие задачи:

1. Построение основных алгоритмов МКЭ для численного анализа статических, динамических и ресурсных характеристик высоконагруженных деталей турбомашин.

2. Разработка математических моделей, численных методов и программного обеспечения с учетом эксплуатационных нагрузок и расстройки параметров и экспериментальная верификация численных результатов.

3. Развитие численных методов, алгоритмов и их реализация в виде программных комплексов для расчета влияния различных видов расстройки на долговечность академических и реальных рабочих колес турбомашин. Увеличение долговечности энергетических турбомашин путем введения блочной преднамеренной расстройки и разработка рекомендаций по повышению проектной и эксплуатационной надежности.

Методы исследования. Для исследования статических характеристик, собственных и вынужденных колебаний, а также долговечности рабочих колес турбомашин используется метод конечных элементов. В настоящей работе применены: теория упругости, теория колебаний, численные методы механики деформируемого твердого тела.

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Разработаны и развиты численные алгоритмы и методики введения значений блочной расстройки рабочих колес с учетом небольших геометрических изменений в лопатке. Систематизировано и исследовано введение различных вариантов преднамеренной расстройки параметров лопаточных дисков турбомашин при их проектировании, доводке и эксплуатации.

2. Предложены новые и развиты существующие математические модели рабочих колес турбомашин для расчета и анализа их динамических характеристик, а также чувствительности и

долговечности. Развита математическая модель динамического возбуждения лопатки от парциальности подвода пара или газа, отличающаяся прямоугольным спектром нагружения при проходе сопловой решетки статора. Впервые, созданы и верифицированы математические модели чувствительности собственных колебаний высоконагруженных элементов турбомашин от изменения массы. Впервые, разработана, верифицирована и применена оригинальная математическая модель оптимизации ресурсных характеристик путем введения преднамеренной расстройки (геометрии, материала и др. параметров).

3. Развит и оттестирован численный метод анализа для расчета колебаний и долговечности рабочих колес энергетических турбомашин на основе МКЭ, отличающийся от известных подходов возможностью моделирования всех видов сложнейшей геометрической и эксплуатационной расстройки на резонансных режимах и позволяющий учитывать блочную преднамеренную расстройку по геометрическим и механическим изменениям лопаток для численного исследования и анализа ее влияния на долговечность и предсказания ресурса рабочих колес энергетических турбин на основе известного и разработанного автором программного обеспечения.

4. Создан комплекс проблемно-ориентированных программ (BLISK_SENLIFE и др.) для расчета чувствительности колебаний и долговечности рабочих колес турбомашин без учета и с учетом блочной расстройки параметров с государственной регистрацией программ.

5. Впервые предложены оригинальные варианты введения блочной преднамеренной расстройки и выполнены комплексные исследования по увеличению надежности наиболее нагруженных элементов турбомашин и оптимизации их ресурса. Разработаны рекомендации по увеличению или продлению ресурсных характеристик энергетических турбомашин на стадии проектировании новых изделий или их эксплуатации.

Соответствие паспорту специальности. Содержание диссертационной работы соответствует паспорту научной специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ:

п. 2. Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий (пп. 1, 2, 3 новизны).

п. 3. Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента (пп. 3, 4 новизны).

п. 8. Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента (п. 5 новизны).

Научные положения, выносимые на защиту

1. Математические модели и алгоритмы и методики для численного моделирования лопаток с различными видами расстройки параметров по геометрическим изменениям лопаток.

2. Программный комплекс, предназначенный для анализа чувствительности колебаний, вычисления статических и динамических характеристик рабочих колес турбомашин с расстройкой и прогнозирования их ресурса.

3. Результаты численно-экспериментального анализа влияния различных видов расстройки лопаток на свободные и вынужденные колебания, а также долговечность рабочих колес энергетических и транспортных турбомашин.

Теоретическая значимость работы

Теоретическая значимость работы заключается в разработке математических моделей и численных методик для анализа чувствительности собственных колебаний лопаток рабочего колеса и оптимизации введения преднамеренной расстройки с целью получения конструкций повышенной долговечности при проектировании и доводке лопаточных структур энергетических и транспортных турбин.

Практическая значимость работы

1. Определена закономерность влияния расстройки параметров на долговечность рабочих лопаток турбомашин для оптимального проектирования деталей турбомашин повышенной прочности.

2. Создан программный комплекс для исследования динамических характеристик и долговечности рабочих колес турбомашин без и с расстройкой параметров на стадиях проектирования, изготовления и эксплуатации циклически симметричных конструкций турбомашин на предприятиях авиационного, транспортного, химического или энергетического машиностроения.

3. Выполнена оценка долговечности рабочих колес с расстройкой параметров для проектирования и изготовления турбомашин повышенной надежности, позволяющая сократить временные и материальные затраты на доводку изделий при проектировании новых конструкций турбомашин или продления эксплуатационного ресурса.

Достоверность результатов. Достоверность численных результатов подтверждена результатами расчетов в программных комплексах (ABAQUS, ANSYS и BLADIS+) и также данными эксперимента, выполненного в Бранденбургском техническом университете.

Реализация результатов работы. Материалы и результаты диссертации внедрены и используются в учебном процессе и выполнении научных исследований на кафедрах «Технический сервис и общеинженерные дисциплины» и «Энергооборудование и физика»

инженерного и энергетического факультетов Иркутского ГАУ, в институте авиамашиностроения и транспорта ИРНИТУ, что подтверждается соответствующими актами внедрения.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских научно-практических конференциях, таких как «Международная научно-практическая конференция "Актуальные вопросы аграрной науки"» (г. Иркутск, Иркутский ГАУ, 2018 г.); «Международная научно-практическая конференция молодых ученых "Научные исследования и разработки к внедрению в АПК"» (г. Иркутск, Иркутский ГАУ, 2019 и 2020 г.); Международная научно-практическая конференция Иркутского ГАУ "Климат, экология, сельское хозяйство Евразии"» (2019-2021 гг.); «Международная мультидисциплинарная конференция по промышленному инжинирингу и современным технологиям "Far East Con"» (г. Владивосток, ДВФУ, 2019-2021 гг.); «Международная научно-техническая конференция "Пром-Инжиниринг"» (г. Сочи, 2020 и 2021 г.) «Российско-Вьетнамский молодежный форум» (г. Санкт-Петербург, 2021 г.); «10th International Conference on Wave Mechanics and Vibrations» (г. Лиссабон, 2022 г.). Диссертация прошла апробацию на семинарах кафедры электрооборудования и физики Иркутского государственного аграрного университета имени А.А. Ежевского (г. Иркутск, 2020-2022 гг.), а также на научном семинаре институтов «Информационные технология и анализ данных» и «Авиамашиностроение и транспорт» (г. Иркутск, ИрНИТУ, 2023 г.).

Автор получил диплом II степени в международной научно-практической конференции молодых ученых «Научные исследования и разработки к внедрению в АПК» и стипендию Губернатора Иркутской области (г. Иркутск, 2019, 2020 гг.).

Сведения о публикациях. Основные результаты по теме диссертации опубликованы в 32 научных работах, в том числе: 9 публикаций в изданиях из списка ВАК [17,18,23,24,26,32,33,35,38], из них 2 публикации по специальности 1.2.2; 7 публикаций в изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus [105,106,107,108,109,110,111]; получены 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ [40,41].

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы из 129 наименований и приложения. Общий объем диссертации составляет 176 страниц, включая 108 рисунков, 30 таблиц.

Личный вклад автора. Результаты, составляющие новизну и выносимые на защиту, получены лично автором.

Во введении обоснована актуальность темы исследования, определены объект и предмет исследования, цели исследования, задачи и методы их решения, представлена научная новизна

и практическая значимость работы, приведены основные положения, выносимые на защиту, а также дано краткое содержание диссертации по главам.

В первой главе описаны основы теории надежности рабочих колес турбомашин и воздействие расстройки параметров на долговечность рабочих колес. Приведены основные результаты численных и экспериментальных исследований динамических характеристик и долговечности облопаченных дисков турбомашин с расстройкой параметров на основе применяемого анализа чувствительности. Проведены обзорные исследования методов для улучшения конструкции облопаченного диска турбомашин с расстройкой геометрических, жесткостных, массовых и др. параметров, и особенно преднамеренной расстройкой.

Во второй главе содержится описание сущности и вариантов применения метода конечных элементов в технике, а также описание основных алгоритмов с применением метода конечных элементов и виды конечных элементов. Также в данной главе представлены математические модели на основе МКЭ для решения задач исследования колебаний и колес турбомашин с расстройкой параметров оценки долговечности рабочих под воздействием внешней нагрузки. Разработаны математические модели при решении задачи исследования собственных, вынужденных колебаний рабочего колеса турбомашин с учетом анализа чувствительности. Приведены основные алгоритмы МКЭ для прогнозирования уровней напряжения и долговечности рабочих колес турбомашин. Описаны методы для исследования собственных колебаний циклически-симметричных систем, такие как метод циклической симметрии, метод пружинно-массовой модели и метод моделирования уменьшенного порядка. Методы математических моделирований, как сказано выше обеспечивают сходимость решения, а также снижают трудоемкость и численные затраты времени.

В третьей главе представлены основные алгоритмы метода конечных элементов для определения матрицы жесткости и масс элементов при расчете динамических характеристик деталей турбомашин. Для решения задачи динамических характеристик колебаний и ресурса облопаченного диска с расстройкой параметров деталей турбомашин использован метод конечных элементов. В этой главе рассмотрена общая схема комплекса программ для определения значения расстройки параметров лопаток рабочих колес турбомашин при исследовании влияния расстройки параметров на динамические характеристики и долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности. В разработанном комплексе программ приведены основные уравнения и алгоритмы для вычисления значений расстройки при расчете. Разработанная математическая модель на основе МКЭ не только позволяет увеличивать точность при определении чувствительности лопаток

облопаченного диска турбомашин, но и исследовать влияние изменений колебаний лопатки на динамические характеристики и ресурс лопаток с помощью внесения дополнительных масс.

В четвертой главе приведены тестированные результаты расчета на статические, динамические характеристики исследуемых моделей в сравнении с результатами аналитического решения, численными результатами других авторов, а также с данными эксперимента. Выполнен численный анализ чувствительности колебаний рабочих лопаток и академических лопаточных структур с расстройкой лопаток на основе конечноэлементных математических моделей (КЭМ) пакетов программ ANSYS и BLISK_SENLIFE. Предложенный подход к внесению дополнительной массы конструкции позволяет осмысленно вносить расстройку лопаток и находить зоны максимального отклика на внесение геометрических или массовых изменений. Математическое моделирование и разработанные численные методики могут использоваться для проектирования новых и доводки существующих конструкций.

В пятой главе представлены оригинальные результаты численного комплексного анализа эффектов блочной преднамеренной расстройки с целью уменьшения максимального коэффициента амплитуды и повышения долговечности лопаток облопаченных дисков турбомашин. Преднамеренная расстройка получена путем оптимизации алгоритмов и реализована при небольших геометрических изменениях в лопатке (изменение радиуса нижнего края лопатки, в случаях разных толщин лопатки, скоса верхней кромки лопатки или сверлении отверстий в лопатках). Также в данной главе приведен результат численного исследования ресурса академического рабочего колеса в случае оптимизации преднамеренной расстройки по различным значениям модуля Юнга. Анализ данного результата исследования ресурса академического рабочего колеса при оптимизации преднамеренной расстройки показывает, что изменение значения модуля упругости приведет к увеличению долговечности академического рабочего колеса на 37,52% в сравнении с результатом долговечности без преднамеренной расстройки. Приведены численно-экспериментальные результаты исследования чувствительности и долговечности реального рабочего колеса турбомашин Rolls-Royce с 29-ю лопатками путем внесения расстройки в виде дополнительных масс.

ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ 1.1. Проблема прочности и надежности в турбомашинах

Турбомашина является неотъемлемой частью при всем многообразии существующих энергетических установок. Разработка, создание и совершенствование основных элементов турбоустановок (турбин и компрессоров) для современных энергетических станций является важной стороной развития энергетики. Сложность конструкции турбомашин требует повышенных требований к их надежности для увеличения работоспособности. Таким образом, повышение долговечности турбомашин также является одной из основных задач улучшения надежности. В реальности совершенные расчетные и экспериментальные методы применены для определения характеристик прочности и надежности при разработке и освоении энергетических турбин.

Существует множество факторов, влияющих на долговечность и прочность турбомашины. Рассмотрим основные условия работы и свойства материалов, используемых при проектировании турбомашин. Детали турбомашин часто подвержены силовым и тепловым воздействиям или износу в рабочем процессе. Рабочие лопатки, ротор и корпус турбины обычно работают в тяжелых условиях высоких температур, больших скоростей вращения и значительных нагрузок, вызванных центробежной силой инерции и разностью давлений. Неоднородные температурные деформации и напряжения вызваны неравномерностью распределения температур в деталях.

Нагрузки от центробежных сил и разностей давлений называют силовыми воздействиями [14]. А нагрузки, вызванные температурными разностями, называют тепловыми воздействиями. Силовые и тепловые воздействия в турбомашинах по признаку их изменения во времени можно разделить на стационарные и меняющиеся во времени. При установившейся работе турбомашины стационарные воздействия вызывают напряжения в деталях. Такие напряжения будут допустимы по условиям кратковременной прочности при допустимых температурах. В рабочих условиях с высокими температурами появляется ползучесть и накапливается повреждение материала во времени. Таким образом, время работы детали ограничивается из-за исчерпания запаса длительной прочности.

В условиях коррозионно-активной среды в ряде конструкционных элементов наблюдается трещинообразование при умеренных температурах. В условиях постоянной нагрузки может происходить зарождение и развитие трещин. Время эксплуатации детали должно оцениваться с учетом трещиностойкости. Медленно меняющиеся воздействия характерны для переходных режимов (пуска, нагружения, разгрузки и остановки турбомашины)

и связаны с малоцикловой усталостью. В этом случае могут возникать ограничения по допустимому числу пусков турбомашины. Это происходит из-за того, что в материале при каждом изменении режима накапливаются повреждения, которые при достаточном числе изменений режима приводят к разрушению детали вследствие проявления малоцикловой усталости.

В рабочем процессе чередование стационарных и переходных режимов обычно вызывает накопление повреждений от малоцикловой усталости и ползучести. Взаимодействие повреждений показывает, что чем больше число часов работы на стационарном режиме, тем меньше возможное число пусков и наоборот.

Быстроменяющиеся воздействия вызваны механическими и аэродинамическими причинами. Механические причины представляются собой неуравновешенность и различные технологические отклонения в процессе изготовления и сборки. А взаимодействие потока пара или газа с элементами проточной части турбомашины является аэродинамической причиной.

Быстроменяющиеся воздействия вызывают колебания элементов турбомашины. При определенной интенсивности воздействия может возникать разрушение деталей турбомашины из-за многоцикловой усталости. Если в потоке пара или газа присутствуют жидкие или твердые частицы, вызывающие при столкновении с деталью её поверхностное повреждение, то наблюдается эрозия элементов турбомашин. В таком случае лопатки и другие элементы проточной части паровых турбин повреждаются эрозиями деталей в потоке влажного пара. Кроме того, примеси в воде, паре или газе оказывают многостороннее воздействие на детали турбомашин. Они могут вызывать коррозию различного вида: общую, язвенную, коррозионноэрозионный износ. Они также могут служить причиной коррозионного растрескивания под напряжением и коррозионной усталости.

Для определения напряжений и деформаций в деталях турбомашин в заданных условиях необходимо знать физические законы деформирования материала и иметь определенные значения между напряжением и деформацией. Закон деформирования Гука применен для материала, находящегося в упругом состоянии. При напряжениях, превышающих предел упругости, используется закон пластического деформирования, а при повышенных температурах применяется закон ползучести [14]. В формулировку закона деформирования могут входить напряжения, деформации и производные по времени от напряжений и деформаций. В общем случае закон деформирования $L(\sigma, \varepsilon) = 0$, где L – символ совокупности операций над составляющими напряжений σ и деформаций ε .

Для того, чтобы было возможно судить о прочности детали необходимо выпонить расчет деформаций и напряжений в деталях турбомашин по изменению во времени. Кроме того,

необходимо иметь критерии прочности, которые устанавливали бы соотношения между параметрами прочности в виде неравенств, и определять допустимую область в пространстве параметров прочности. Характерными параметрами прочности являются напряжения в опасных точках, усилия и деформации, а также другие более сложные параметры, которые определяют влияние всей программы нагружения детали. Во всех случаях критерий прочности должен определять, будет ли деталь разрушаться при известных программах изменения напряжений и деформаций во времени.

Повреждение детали турбомашины может произойти не только вследствие нарушения ее прочности, но и по другими причинами, например, из-за недопустимого изменения размеров и формы детали, из-за повышения вибраций и т.д. Таким образом, в общем случае надо говорить о критериях надежности, когда в число параметров, ограничивающих область допустимых режимов работы, входят и такие параметры как смещения, ускорения, амплитуды вибрации, температуры и др. Отказ детали тубомашины зависит от параметров надежности. Критерии надежности устанавливают допустимую область в пространстве параметров надежности. В простейшем случае одноосного растяжения критерий прочности выражается условием при умеренных температурах [14]:

$$\sigma < \sigma_B, \tag{1.1}$$

где σ - напряжение в детали; σ_{B} - временное сопротивление материала. В общем случае критерий надежности детали или любого объекта турбомашин показывается по следующему условию:

$$Q_k(\mathbf{q}_i) < 0, \tag{1.2}$$

где Q_k (k = 1, 2, ..., n) - символ совокупности операций, выполняемых над параметрами надежности q_i (*i* = 1, 2, ..., *m*). Число *n* операторов Q_k и число *m* параметров надежности q_i - не ограничены и могут изменяться от единицы до десятков и сотен для сложных систем.

В вышеприведенном частном случае одноосного растяжения

$$q_1 = \sigma, Q_1(q_1) = \sigma - \sigma_B, \tag{1.3}$$

т.е. имеется один оператор Q и один параметр надежности. Условия $Q_k(q_i) < 0$ выделяют область допустимых значений параметров q_i , внутри которой не наблюдается отказ [14].

Для решения задачи надежности деталей турбомашины или изделия в целом существуют три способа. Эти способы не исключают, а дополняют один другой. Первым способом является математическое моделирование или расчетное определение надежности. Наиболее экономичным является первый способ, который, как правило, связан с наименьшими затратами средств и времени. Однако этот способ не всегда дает достаточную точность и, кроме того, для его применения требуется наибольшая информация о свойствах объекта: необходимо и меть его математическую модель. Второй способ занимает промежуточное положение и представляет собой физическое моделирование (испытание моделей). Третьим способом является испытание натурных изделий в воспроизводимых реальных или эксплуатационных условиях. При использовании третьего способа требуются минимальные сведения об объекте, а достоверность результатов наибольшая, так как возможно непосредственно установить ресурс работы объекта в реальных условиях его эксплуатации. Однако недостатком третьего метода является наиболее дорогостоящий, трудоемкий, длительный и единичный результат.

При определении надежности деталей турбомашин в целом обычно применяют все три способа в реальных условиях. Первый способ преимущественно используются на стадии проектирования. Затем для проверки некоторых решений используют второй способ, как физическое моделирование отдельных элементов. На заключительной третьей стадии осуществляют натурные испытания отдельных узлов или всего изделия в целом.

1.2. Актуальность исследования ресурса рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров

Повышение надежности и долговечности турбомашин требует создания турбин и компрессоров с лопаточными венцами, обладающими повышенным ресурсом. Актуальность исследования надежности рабочих колес турбомашин обеспечивается проблемой оценки и повышения ресурса рабочих колес турбомашин. В настоящее время на практике на ресурс рабочих колес турбомашин множество факторов, поэтому правильный прогноз ресурса рабочих колес турбомашин необходим не только на этапе проектирования новых турбомашин, но и при эксплуатации уже работающих конструкций для оценки их остаточной долговечности.

Исследование влияния расстройки параметров колебаний на ресурс рабочих колес турбомашин обладает новизной. Явление расстройки с разнообразными причинами (неоднородность материала, износ в процессе эксплуатации или погрешность изготовления и сборки и др.) значительно влияет на собственные частоты, формы колебаний и напряжение в реальных рабочих колесах турбомашин. Расстройка с малой величиной может привести к возникновению резонансных напряжений и даже достигать критических значений.

Для увеличения долговечности рабочих колес турбомашин в условиях действия переменных во времени напряжений необходимо уменьшить такие напряжения. Одним из

основных видов эксплуатационных отказов являются усталостные разрушения, т.е. под действием переменных нагрузок элементы конструкций разрушаются при значительно меньших напряжениях, чем под действием статических нагрузок. На практике около 80 - 90% причин отказов деталей и элементов конструкций турбомашин - усталостные разрушения, которые составляют основной вид разрушения и нередко приводят к тяжелым последствиям, авариям и катастрофам. Разрушение происходит без заметной пластической деформации и, как правило, на поверхности детали от забоин, рисок, в местах концентрации напряжений.

Усталостные разрушения составляют основной вид разрушений деталей ротора и нередко приводят к тяжелым последствиям. При повторном циклическом деформировании в неблагоприятно расположенных зернах материала происходит накопление микропластических деформаций, что приводит к образованию микротрещин. Процесс усталостного разрушения можно разделить на несколько фаз [27]: 1. Фаза свободная от трещины; 2. Образование трещины на поверхности; 3. Расширение трещины; 4. Разрушение.

В первой фазе процесс деформировании происходит во всем объеме материала. При растяжении-сжатии материала в плоскостях кристаллической решетки в направлении максимальных сдвиговых напряжений образуются полосы скольжения, которые постепенно выходят на поверхность (Рисунок 1.1). Разрушение начинается с разрушения поверхностных зерен. Для этих зерен эффективная длина участка дислокации между точками закрепления в два раза больше, чем для внутренних зерен. Поэтому источники дислокаций в этих зернах начинают работать при напряжениях в два раза меньших, чем нужно для внутренних зерен. За много циклов локальной деформации поверхностных зерен в них появляются стабильные полосы сдвига, которые не исчезают при отпуске и глубоком травлении. Это явление связывают с многочисленными микродефектами (порами), образовавшимися в такой полосе скольжения. Как только в зерне появилась стабильная полоса сдвигов, дальнейшая циклическая деформация зерна происходит только по ней. Этот механизм объясняет существенное упрочнение, которое при циклической нагрузке вызывает нанесение тончайших твердых поверхностных слоев при цементации, напылении и т. п. способах обработки. Такие слои закрепляют свободные концы дислокаций и условия деформации поверхностных зерен становятся близкими к условиям деформации внутренних зерен. У выхода такой полосы на поверхность происходит микроскопическая «порча» поверхности. Далее, у выхода стабильных полос сдвига на поверхность возникают поверхностные микротрещинки. По мере роста числа циклов они распространяются вглубь вдоль линий скольжения под углом 45° к поверхности металла и к направлению главных нормальных напряжений. На первой стадии разрушение распространяется на глубину 1 – 2 диаметров зерна от поверхности [27]. Стадия 1, которая

зависит от напряжений, материала и среды окружения определяет большую часть долговечности. Макроскопические расширения в стадии 2 мало зависят от материала и являются последней фазой процесса усталости.



Рисунок 1.1 – Стадии распространения трещин

В общем случае усталостная долговечность учитывает число циклов до зарождения микротрещины (инкубационный период) и число циклов распространения трещины до разрушения. Для ответственных деталей авиационной техники и энергомашиностроения ресурс оценивается по продолжительности инкубационного периода, который, как правило, составляет 90 – 95% от общей долговечности. Весьма важным фактором, влияющим на сопротивление усталости, является концентрация напряжений. Для прочности при переменных напряжениях также важно значение градиента напряжений по сечению, характеризующему крутизну кривой распределения напряжений в зоне концентрации. Наличие концентрации в большинстве случаев оказывает существенное влияние на сопротивление усталости. Лишь для весьма (чугуны, некоторые неоднородных по структуре металлов литые легкие сплавы) неравномерность напряженности отдельных структурных составляющих значительно превосходит неравномерность распределения напряжений по сечению, и влияние последней не сказывается на сопротивлении усталости. В настоящее время существуют очень много исследований для решения задач оценки усталостной прочности высоконагруженных деталей роторных систем. Например, в своих работах Нихамкин М.Ш. и ряд других авторов выполнили численное моделирование для оценки и снижения усталостной прочности лопаток компрессора при повреждении посторонними предметами, представленное в работах [20,21].

Трещина усталости обычно возникает в местах наибольших напряжений на поверхности (Рисунок 1.2). Вероятность образования трещины понижается при больших градиентах напряжений и крупном зерне, так как в этом случае возможность образования пластических

деформаций, упрочнения и микротрещин оказывается затрудненной из-за малого числа кристаллитов в высоких напряженных объемах. При оценке сопротивления усталости следует принимать в расчет также воздействие температуры, а также другие технологические и эксплуатационные факторы. Усталостные напряжения возникают на поверхности рабочих колес, что является следствием большей напряженности поверхностного слоя детали (изгиб, кручение, концентрация напряжений), наличием дефектов поверхностного слоя и воздействием на него окружающей среды.



Рисунок 1.2 – Трещина на лопатке турбомашины

Экспериментальные исследования показывают, что наличие средних растягивающих напряжений снижает предел усталостной прочности, а сжимающие напряжения увеличивают предел усталостной прочности.

1.3. Обзор численного и экспериментального исследования динамических и ресурсных характеристик рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров

Расстройка - небольшие отклонения лопаток рабочего колеса в массе, геометрии и т.д. Эффект расстройки может приводить к значительным изменениям в динамических характеристиках лопаток, а также влияет на надежность и ресурс рабочих колес турбомашин. Причины расстройки параметров рабочих колес зависят от допуска производственных размеров лопатки или диска. Ими могут быть: погрешность изготовления и сборки или неоднородность характеристик материала лопаток и др. В настоящее время были проведены ряда исследований влияния расстройки на динамические и ресурсные характеристики рабочих колес [53,62,74, 76,77,81-88,112,113]. Многие исследования влияния расстройки параметров на динамические характеристики и ресурс рабочих колес турбомашин показали, что распределение

динамических характеристик лопаток зависит от расстройки параметров лопаток. Значения расстройки параметров лопаток определяются в виде [123-126]:

$$\Delta f_i = \frac{f_{j,i} - \overline{f}_j}{\overline{f}_j},\tag{1.4}$$

где \overline{f}_{j} - среднее арифметическое значение основных частот; $f_{j,i}$ - значение частоты *j*-ой формы колебаний лопаток, i = 1, ..., N (N - число лопаток). Степень расстройки используется как мера величины или серьезности расстройки данного рабочего колеса. Она определяется так:

$$S_{k} = \frac{1}{\overline{f_{j}}} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{1}^{N} \left(f_{i,j} - \overline{f_{j}}\right)^{2}}.$$
(1.5)

Whitehead D.S. в работе [125] определил максимальный коэффициент увеличения амплитуды колебаний, который зависит от числа лопаток рабочих колес. Данный коэффициент использовался разными авторами в дальнейшем:

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{N} \right), \tag{1.6}$$

где N - число лопаток.

Выражение (1.6) называется коэффициентом «Whitehead» и является верхней границей коэффициента одной степени свободы для сектора системы. Другие верхние границы коэффициента увеличения амплитуды колебаний были представлены для порядка энергии возбуждения в виде

$$\gamma_{\max} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{N}{2}} \right). \tag{1.7}$$

Далее Wagner L. [119] развил модель для колебаний турбомашин с упругим диском и лопатками, представленными с помощью грузиков и пружин. Автор доказал, что максимальные напряжения лопатки могут существенно измениться.

Dye и Henry [65] представили простую модель рабочих колес и спрогнозировали коэффициент «Whitehead» для «наихудшей» лопатки, т.е. такой, в материале которой возникают наибольшие напряжения. Они проанализировали и испытали другие варианты распределения расстройки, состоящие из расстройки одной лопатки, альтернативной расстройки, случайной расстройки с нормальным законом распределения Гаусса и синусоидальной расстройки. Ewins в своей работе [69] представил метод для анализа характеристики колебаний систем без расстройки и оценил влияние слабого демпфирования на увеличение максимального отклика резонанса.

Bayoumy и Srinivasan [66] проанализировали влияние расстройки на колебания лопатки с использованием модели осесимметричных пластин для диска и одного груза для лопатки.

В своих работах Ewins и Rao J.S. [67,69,70,71] исследовали влияние уровней демпфирования на вынужденный отклик (динамические перемещения и напряжения) рабочих колес. Далее они представили основные методики, использованные для анализа колебаний рабочих колес и влияния расстройки на них. Они использовали теоретический и экспериментальный метод для оценки влияния случайной расстройки на перемещения и динамические напряжения первого рабочего колеса с 24 лопатками и второго рабочего колеса с 30-ю лопатками.

Bendiksen [52] воспользовался методом возмущения для изучения эффектов расстройки. Этот подход предполагает, что параметры расстройки, которые являются небольшими факторами для масштабирования сборки матрицы так, что небольшие вариации могут быть добавлены в возмущенные матрицы масс и жесткости. Далее Valero и Bendiksen [51,118] исследовали влияние расстройки на поверхность между лопаткой и бандажом с использованием метода конечных элементов.

Wei и Pierre [120,121,122] использовали анализ возмущения для исследования собственных и вынужденных колебаний расстроенных систем. Они пришли к выводам, что степень влияния расстройки зависит от сцепления между лопатками. Слабое сцепление имеет высокую чувствительность к маленькой расстройке.

Sinha и Chen в [116,117] представили методику для расчета статистики максимума амплитуды колебаний, когда возбуждение является детерминистическим и синусоидальным. Авторы исследовали влияние расстройки на характеристики вынужденных колебаний системы, когда её свойство возбуждения является случайным.

Далее Репецкий О.В. [12] развил этот метод для исследования влияния расстройки масс на характеристики собственных колебаний. Расстройка вносится в расчет путем добавления масс различной величины на периферию лопаток. Автор выполнил расчет для реального диска с 30-ю лопатками и дал численное (BLADIS+) изменение частот от варьирования дополнительных масс. Также он продемонстрировал влияние расстройки на максимальное перемещение лопатки по первой изгибной форме колебаний для различных связей между лопатками.

Cha D. и Sinha A. в работе [59] представили два вида случайного возбуждения: «Whitenoise and narrow band». Они использовали общую аналитическую методику для расчета статистики характеристик колебаний для расстроенной системы под воздействием «White-noise and narrow band».

Первая работа, связанная с расстройкой лопаток как проблемой оптимизации, выполнена авторами Petrov, Ewins [99]. Они использовали «gradient-based» для анализа оптимизации, чтобы определить максимальное значение коэффициента увеличения амплитуды диска с 26-ю лопатками и 92-я секторами диска с бандажом. Далее Scarselli и Leece [113] провели анализы оптимизации на основе генетических алгоритмов для определения максимального коэффициента увеличения амплитуды диска оптимизации рабочего колеса. Введение анализа оптимизации решило проблему точной оценки максимального коэффициента увеличения амплитуды для конкретных конструкций. Результаты показали, что максимальное значение коэффициента увеличения амплитуды может быть меньше, чем коэффициент «Whitehead» в нескольких конструкциях.

Репецкий О.В. и коллеги использовали схему расчета Wei и Pierre [102,103,120,121,122], чтобы разработать программный комплекс для исследования влияния различных видов расстройки параметров на колебания и долговечность рабочих колес турбомашин. Они рассмотрели влияние расстройки параметров, вызванной отклонениями частот колебаний одной лопатки и частот всех лопаток от номинального значения и показали, что при наличии в колесе одной лопатки с отклонениями параметров наблюдается «расщепление» частот парных форм колебаний. При этом у одной из этих парных форм узловой диаметр проходит точно посередине лопатки с расстройкой и не изменяется. У второй парной формы узловой диаметр расположен перпендикулярно оси лопатки с расстройкой и частота данной формы отличается от частоты колеса без расстройки. В случае, когда все лопатки колеса не идентичны, они расстройку параметров лопаток, подчиняющихся исследовали закону нормального распределения Гаусса. Они провели экспериментальные исследования влияния расстройки масс на колебания рабочих колес турбомашин. Исследователи пришли к выводам, что даже незначительная расстройка может существенно изменить частотный спектр колебаний рабочего колеса и привести к значительному «расслоению» частот парных форм. Даже небольшая расстройка может привести к значительному изменению форм колебаний и появлению локализации колебаний, когда значительно увеличивается амплитуда колебаний только одной лопатки при неподвижных остальных.

До М.Т. и Репецкий О.В. [6] разработали численные методы эффективных алгоритмов и программного обеспечения для оценки влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин с учетом реальных режимов работы на основе метода конечных элементов и норм для оценки динамических характеристик деталей. Нгуен Т.К. [19] в своей работе провёл компьютерный анализ влияния различных вариантов расстройки на долговечность рабочих колес турбомашин. Исследованы два варианта введения расстройки путем изменения жесткости лопаток и пять вариантов введения расстройки путем

присоединения дополнительных масс к лопаткам колеса в разном порядке. Выявлены варианты, оказывающие наибольшее и наименьшее влияние на долговечность.

Значения расстройки являются случайными величинами. Использование экспериментальных методов для оценки эффекта случайной расстройки на динамику рабочих колес является трудной задачей, так как для её решения требуется проанализировать большое количество вариантов расстройки при проведении эксперимента. В этих случаях можно использовать такие численные методы для изучения случайных процессов, как метод Monte Carlo [86-88]. Для снижения трудоемкости при тестировании колебаний системы с несколькими вариантами расстройки предполагается, что изменение функции внешних сил, приложенных к лопаткам, может быть использовано для имитации влияния структурного свойства расстройки лопаток на характеристики колебаний системы. Это более легкий и эффективный путь, чем изменение физических свойств лопаток.



Рисунок 1.3 – Экспериментальное оборудование для исследования расстройки рабочих колес турбомашин

Экспериментальное оборудование для исследования расстройки рабочих колес турбомашин показано на Рисунке 1.3 и использовано в Бранденбургском техническом университете (БТУ), Германия. Экспериментальная установка системы лазерного сканирующего виброметра состоит из: демпфирующей подушки из пены, устройства управления, лазерного виброметра, модального молотка и диска с лопатками.

• Метод пружинно-массового моделирования

Пружинно-массовая модель, использованная авторами Whitehead D.S., Ewins D.J., Griffin J.H., Wei S.T., Pierre C. и др. [6,19,71,74,120,121,122,124], состоит из диска 1, демпфера лопаток 2, пружин лопаток 3 и соединительных элементов лопаток 4 (Рисунок 1.4).



Рисунок 1.4 – Пружинно-массовая модель

Эта модель имеет простые математические зависимости, небольшой размер вычислений, но для неё трудно определить эквивалентные физические величины, такие как масса, жесткость и демпфер системы. Также для данной модели требуется минимум вычислительных ресурсов. С помощью этой модели можно исследовать некоторые определенные свойства расстройки используя относительно несложные математические зависимости. Расстройка в данную модель обычно вносится путем изменения жесткости пружины 3 и характеристик демпфера 2. Степени характеристики колебаний рабочих колес турбомашин с расстройкой зависят от геометрически и физически точных моделей рабочего колеса. Колебаниям рабочих колес впервые было уделено значительное внимание в исследованиях около 40 лет назад. Известные ранние работы представлены авторами Иванов В.П.,Whitehead, Wagner, Dye и Henry, Ewins и др.

В своих работах Иванов В.П. исследовал вибрационные спектры рабочих колес турбомашин [11]. Далее Быков Ю.А. и Гнесин В.И. выполнили численное моделирование упругих колебаний лопаток турбомашин и провели численный анализ связанных аэротермоупругих колебаний турбинной лопатки, представленные в работах [2-4]. Кроме этого, в своих работах Уланов А.М., Шуваев Н.В., Иноземцев А.А. и другие авторы использовали численные методы моделирования для решения задач собственных частот и форм колебаний и оценка интенсивности возбуждения колебаний лопаток газотурбинного двигателя на резонансных режимах [12,43,46].

Для того, чтобы отразить основные характеристики колебаний, рабочие колеса часто моделируются как циклические последовательности пружинно-массовых осцилляторов. Простейшая модель N секторов рабочего колеса является последовательностью N отдельных степеней свободы осцилляторов, которые связаны с линейными пружинами (пружинно-массовая модель, Рисунок 1.4). Дополнительные осцилляторы могут быть добавлены в каждый сектор, имеющий степени свободы диска и лопаток. Расстройка обычно моделируется как малые случайные возмущения в жесткость степеней свободы лопатки. Эти пружинно-массовые модели можно рассматривать как основные или качественные модели расстроенных рабочих

колес. Пружинно-массовая модель применяется редко, потому что эти модели имеют маленький размер. Rzadkowski использовал эту модель и добавил кручение и деформационные эффекты. Beirow Bernd использовал пружинно-массовые модели соответственно для изучения статистики и анализа аэродинамики.

• Метод конечно-элементного моделирования

Конечноэлементная модель (Рисунок 1.5) была использована многими авторами, например, такими, как Репецкий О.В., Beirow B., Kühhorn A., Figaschewsky F., Bornhorn A. и др.



Рисунок 1.5 – Конечноэлементная модель рабочего колеса

Свойства геометрии и материала рабочих колес могут быть точно смоделированы с использованием конечноэлементных моделей. Используя данную модель, можно провести более детальные исследования эффекта расстройки. При этом расстройка учитывается путем введения так называемой матрицы расстройки, которая, как и в первом случае, может описываться за счет изменения одного из трех параметров конечных элементов: массы, жесткости и демпфирующих свойств. При использовании этой модели можно учитывать значение расстройки для любого рабочего колеса с помощью метода конечных элементов и дать результаты с высокой точностью. Irretier [78] исследовал применение синтеза формы колебаний для моделирования уменьшенного порядка при расчете колебаний рабочих колес. Он рассмотрел две конечно-элементные модели для диска с 24-мя лопатками. Первая модель была с 576-ю степенями свободы, а вторая с 1584-мя степенями свободы. Были выбраны 15 форм колебаний для диска и 4 формы колебаний для каждой лопатки.

Zheng и Wang [129] в своей работе использовали свободный интерфейс синтеза формы колебаний для пакетов лопаток, связанных друг с другом с помощью бандажей. Они обнаружили, что синтез формы колебаний обеспечивает хорошую точность со значительным снижением времени вычисления для анализа конечных элементов. Авторами разработан новый подход к моделированию уменьшенного порядка и они показали, что модели уменьшенного

порядка, имеющие порядок 10N, дают точность выше, чем семейство моделей конечных элементов диска с N лопатками.

Оttarsson [97] наблюдал, что колебания лопатки рабочего колеса синтезированы из основных форм колебаний консольной лопатки и набора форм колебаний лопатки из-за колебаний диска. Он предложил расчет набора форм с помощью анализа конечно-элементной модели для поиска формы колебаний диска с безмассовыми лопатками. Для настроенного случая этот метод дал хорошие результаты по собственным колебаниям, но результаты могут быть улучшены путем ручной настройки матрицы жесткости консольных лопаток. Далее Petrov и Ewins [98] использовали метод конечно-элементного моделирования для вычисления вариантов расстройки рабочего колеса. Они сформировали задачу оптимизации, в которой имеется вариант расстройки, являющийся набором значений расстройки для одной лопатки, а частота возбуждения является основной переменной. Также они повысили эффективность метода при расчёте коэффициентов чувствительности для максимальной вынужденной характеристики с отношением к расстройке лопаток. Затем они использовали этот метод для расчета нелинейных характеристик рабочего колеса с бандажом при присутствии расстройки собственной частоты.

• Метод статистического моделирования

Далеко не всегда можно построить аналитическую модель, как функциональную зависимость выходного параметра системы от входных параметров. В таких случаях используется статистическое моделирование. Под этим понимается воспроизведение функционирования вероятностной модели некоторого объекта с помощью электронновычислительных машин (ЭВМ). Статистическое моделирование получило развитие как метод Монте-Карло. Методом Монте-Карло обычно называют методы решения всевозможных задач, основанные по моделированию случайных величин на ЭВМ [74].

Задачи статистического моделирования сводятся к воспроизведению поведения статических моделей с помощью ЭВМ. При этом устанавливается связь алгоритмов моделирования с алгоритмами решения задач вычислительной математики с помощью метода Монте-Карло. На этой основе строятся удобные в вычислительном отношении модели, позволяющие получать необходимые характеристики объекта. Многие авторы использовали метод статистического моделирования для решения некоторых задач в области турбомашин, например такие, как Griffin J.H. и Hoosac T.M., Shinha и Ewins D.J. и др. Они использовали полученные исходные при проведении эксперимента и эксплуатации реальных конструкций. Затем к числу таких данных относятся собственные частоты лопаток и дисков, измеренные

различными способами, положение узловых диаметров на диске, время работы дисков до появления первых разрушений.

1.4. Анализ чувствительности рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров

Анализ чувствительности при проектировании конструкций изучает взаимосвязь между переменными проектирования, имеющимися в распоряжении инженера, и переменными состояния, которые определяются законами механики, т. е. реакцией конструкции. Зависимость реакции конструкции, измеряемой такими величинами, как перемещение, напряжение, собственная частота и сила потери устойчивости, от переменных проектирования, таких, как площадь поперечного сечения элемента фермы, толщина пластины и форма элементов, неявно определяется уравнениями состояния механики конструкций. Некоторые работы посвящены непосредственно анализу чувствительности, но большинство опубликовано в статьях по оптимизации конструкций. Однако в своей настоящей форме данный анализ используется для идентификации технических задач, но мало помогает проектировщику в определении способов модификации проекта с целью совершенствования рассматриваемых характеристик. Используя информацию о чувствительности проекта, которая может быть получена при помощи методов, основанных на конечно-элементных формулировках, проектировщик может систематически проводить анализ конструкции и улучшать свой проект. Вычислительная эффективность анализа чувствительности В проектировании, основанном на конечноэлементных представлениях, а также появление диалоговых графических методов и операционных систем являются факторами, которые наводят на мысль, что настало время для проектирования конструкций помощью диалоговых компьютеров помощи информации с при чувствительности проекта и какого-либо из большого числа современных методов оптимизации. Корпорация «Мак-Нил - Швендлер» включила в конечноэлементную программу NASTRAN один из методов анализа чувствительности при проектировании. Это многообещающее направление для исследования и создания других программ.

Помимо вывода формул анализа чувствительности и изложения численных методов, авторы попытались представить единую и относительно завершенную математическую теорию анализа чувствительности при проектировании конструкций. Последние достижения функционального анализа и теории линейных операторов дают основу для точного математического анализа проблемы. Математическая теория не только ведет к осуществлению естественного желания точности, полноты и четкости информации, но еще и обеспечивает нас более глубоким пониманием проблемы, а иногда приводит к некоторым неожиданным практическим результатам. Математическая теория показывает, что положительная определенность (фактически, строгая эллиптичность) операторов механики конструкций для устойчивых упругих тел является свойством, которое порождает большинство теоретических результатов и делает численные методы работоспособными.

В случае кратных собственных значений, которые, как теперь известно, должны часто возникать у оптимизируемых проектов, теория показывает, что кратные собственные значения в общем случае недифференцируемы по переменным проектирования, а дифференцируемы только по направлению. Ошибочные результаты, которые появились в литературе в предположении о дифференцируемости, теперь могут быть исправлены. Поскольку такие необычные проблемы и опасности таятся в широких классах оптимальных конструкций, надеемся, что математические средства помогут при проектировании истинно оптимальных конструкций, которые не имеют недостатков математического происхождения.



Рисунок 1.6 – Рабочее колесо фирмы Rolls-Royce с расположением дополнительных масс на лопатках

Исследование анализа чувствительности для проектирования лопаток и лопаточных структур турбомашин было выполнено не так давно. Авторы Репецкий О.В., Beirow Bernd и коллеги исследовали чувствительность колебаний лопаток турбомашин как средство управления расстройкой. Они разработали конечноэлементные модели для анализа чувствительности собственных и вынужденных колебаний лопаток с диском осевого колеса Rolls-Royce (Рисунок 1.6), а также выполнили численный анализ колебаний и чувствительности модельных и реальных лопаточных структур роторов [25]. Использование математических моделей для анализа чувствительности лопаток позволяет целенаправленно вводить расстройку параметров, а значит увеличивать надежность лопаток при значительном

уменьшении числа дорогостоящих экспериментов, необходимых для проектирования лопаток и лопаточных структур турбинных двигателей. Исследование чувствительности может определить области самого большого влияния изменения массы на собственные частоты и перемещения при резонансах (Рисунок 1.7). Эта информация используется для лопаток и облопаченных дисков при оптимизации дисковых структур, ведущей к уменьшению резонансных перемещений, уровней напряжений и изменению опасных частот колебаний на операционных диапазонах скорости вращения, включая высокочастотные колебания. Представленные алгоритмы и процедуры могут быть применены для разработки новых компонентов турбомашин [25].



Рисунок 1.7 – Первая и пятая формы колебаний (слева) и соответствующие им чувствительности (справа)

Из описанных результатов в работе они сделали вывод, что возможно достичь оптимизации резонанса лопаток рабочих колес турбомашин с очень сложными геометрическими формами на всех, включая высокочастотные, вибрационных режимах с учетом анализа чувствительности.

Однако ряд вопросов в анализе чувствительности не нашел свое развитие в предыдущих работах. Поэтому в данной диссертации автором впервые созданы и верифицированы математические модели чувствительности собственных колебаний высоконагруженных элементов турбомашин от изменения массы и толщины.

Кроме этого, в данной работе автором выполнено исследование чувствительности собственных колебаний от изменения расположения сосредоточенных масс, отличающееся от известных подходов возможностью изменения дополнительной массы в каждом узле конечного элемента лопаток рабочих колес. Далее можно определить области самого большого влияния на собственные частоты и перемещения при резонансах и выявить новые закономерности формирования изолиний чувствительности лопаток рабочих колес турбомашин и возможности изменения их вибрационного спектра для отстройки от резонансов.

1.5. Исследования облопаченного диска турбомашин путем введения преднамеренной расстройки

Как упоминалось ранее, увеличение максимального вынужденного отклика от расстроенных лопастных дисков вызвано передачей и значительным ограничением энергии вибрации на несколько лопаток. Таким образом, межлопаточное сопряжение играет важную и решающую роль в динамике системы, поскольку оно управляет передачей энергии вибрации между лопатками. Ясно, что расстроенная модель оказывает большое влияние на усиление принудительного отклика, даже при маленькой расстройке. В реальности было проведено несколько исследований по использованию методов оптимизации, чтобы найти наихудшие или наилучшие общие модели расстройки с точки зрения аэроупругой стабильности или усиления вынужденного отклика [64,95]. Также многими авторами были проведены исследования по поиску наилучшего расположения лопаток, когда дан комплект расстроенных лопаток [113,117].

Основная задача проекта заключается в определении модели с преднамеренной расстройкой, которая может реализоваться в номинальном проекте и сделать систему менее чувствительной к случайной расстройке. Преднамеренная расстройка – эта стратегия проектирования, которая привлекательна с многих точек зрения и исследована во многих предыдущих работах. Во-первых, поскольку структуры с циклической симметрией могут быть очень чувствительны к небольшим расстройкам. Во-вторых, увеличение амплитуды часто показывает пик по отношению к расстройке при малом значении расстройки. В-третьих, расстройка повышает стабильность ротора по отношению к вибрации, а также может приводить к повышению безопасности конструкции [52,64]. Преднамеренная расстройка, как стратегия проектирования, впервые была рассмотрена в нескольких исследованиях, выполненных около 30 лет назад. Еl-Вауоиту и Srinivasan [66] исследовали влияние на формы колебаний системы и вынужденный отклик двух различных типов лопаток, определяемых двумя различными номинальными собственными частотами, расположенными в различных моделях вокруг диска.

Однако они не рассматривали возможность другого варианта расстройки. В дальнейшем Ewins [68] обсуждал возможные преимущества конструкций лопастных дисков, в которых лопатки сгруппированы в "пакеты" покрытых лопаток. Этот тип дизайна вводит особую форму расстройки, и демонстрирует полезные эффекты «расстройки» на отклик определенных режимов. Griffin и Hoosac [74] провели, как представляется, первое исследование эффективности использования преднамеренной расстройки в конструкции случайного расстроенного лопастного диска. В результате моделирования по методу Монте-Карло с преднамеренной расстройки" значительно снижает амплитуду лопаток в худшем случае. Crawley и Hall [64] также рассматривали преднамеренной расстройки, а также случайную расстройку, и они нашли оптимальные модели преднамеренной расстройки. Castanier и Pierre [56-58] начали новые исследования о преднамеренной расстройке в своих работах. Эффект преднамеренной расстройки был исследован в номинальной конструкции ротора турбомашин, и представляен в работах [8,50,53,57,58,73,75,79,85,89,94,114,115].

В последние несколько лет был проведен ряд исследований по определению эффективных моделей преднамеренной расстройки и моделей расстройки, которые приводят к высоким или низким уровням реагирования [61,76,79,80,82,84,85,112,113,127]. Кепуоп и Griffin [82] проанализировали влияние расстройки на чувствительность ротора к малым возмущениям при расстройке. Jones и O'Hara [79] обнаружили, что линейная модель (один период пилообразно-волновой модели) преднамеренной расстройки был очень эффективным. Choi, Hou и Cross [61,76,112,127] рассматривали оптимизацию модели преднамеренной расстройки с целью уменьшения амплитуд вынужденного отклика. Lim [85] предложили некоторые правила сокращения проектного пространства от преднамеренной расстройки, чтобы можно было идентифицировать небольшой набор многообещающих моделей преднамеренной расстройки, не требуя полного процесса оптимизации. Эффективность преднамеренной расстройки была также подтверждена экспериментально в недавних исследованиях для случая прямоугольной и линейной модели [79,100].

Эффект преднамеренной расстройки был проанализирован многими авторами. В своих работах Bernd Beirow, Arnold Kühhorn и Repetckii O.V. [48,72] применили дополнительные массы для исследования эффектов преднамеренной расстройки с целью уменьшения вынужденного отклика осевого рабочего колеса турбомашин. Максимальный коэффициент увеличения амплитуды колебаний определен по формуле

$$\gamma_{\max} = \frac{\delta_{mistuned}}{\delta_{tuned}},\tag{1.8}$$

где $\delta_{mistuned}$ - максимальное перемещение лопатки с расстройкой, δ_{tuned} - максимальное перемещение лопатки без расстройки.





Рисунок 1.8 – Осевое рабочее колесо турбомашин с 40 лопатками

Рисунок 1.9 – Конечно-элементная модель сектора

Два прототипа диска с лопатками были изготовлены с целью демонстрации преимуществ преднамеренной рассстройки, идентифицированной таким образом: первый - с использованием и второй - без использования преднамеренной расстройки. Рисунок 1.8 показывает осевое рабочее колесо турбомашин с 40-ю лопатками, а конечно-элементная модель одного сектора была показана на Рисунке 1.9. Авторы использовали экспериментальную модель и оборудование для моделирования преднамеренной расстройки. На Рисунке 1.10 показано экспериментальное исследование преднамеренной расстройки осевых рабочих колес турбомашин с 40 лопатками и система измерения вибраций - лазерный сканирующий виброметр.



Рисунок 1.10 – Экспериментальное исследование преднамеренной расстройки осевых рабочих колес турбомашин

Из результатов исследования авторы пришли к выводам, что преднамеренная расстройка была успешно применена для снижения вынужденного отклика более чем на 70 %. Было изготовлено два прототипа рабочего колеса: первый - с преднамеренной расстройкой модели, другой - в соответствии с оригинальным настроенным замыслом дизайна. В первом случае практическая осуществимость демонстрируется путем экспериментального определения модели преднамеренной расстройки в терминах вариаций частоты, которые показывают лишь небольшие отклонения от оптимизированного намерения. Действительно, 70-процентное снижение вынужденного срабатывания не может быть полностью сохранено, но в реальном случае сохраняются значения в диапазоне 63 %, что доказывает надежность решения.

Однако приведенный выше анализ показал, что в настоящее время практически отсутствуют результаты исследования преднамеренной расстройки при блочном варианте и ряд моментов введения преднамеренной расстройки требуют доработки, особено анализ влияния блочных методов расстройки. Поэтому в данной диссертационной работе автором впервые систематизировано и исследованно введение различных вариантов блочной преднамеренной расстройки параметров лопаточных дисков турбомашин при их проектировании, доводке и эксплуатации. Кроме этого, разработаны и применены численные алгоритмы и методики введения блочной расстройки рабочих колес с учетом небольших геометрических изменений в лопатке без нарушения аэродинамических характеристик.

1.6. Выводы

В первой главе описаны основы теории надежности рабочих колес турбомашин и воздействие расстройки параметров на долговечность рабочих колес. Приведены основные результаты численных и экспериментальных исследований динамических характеристик и долговечности облопаченных дисков турбомашин с расстройкой параметров на основе анализа чувствительности. В настоящее время существуют исследования многих авторов для улучшения прочностных характеристик облопаченных дисков турбомашин с расстройкой геометрических и массовых параметров, в том числе путем введения преднамеренной расстройки. Наиболее известны из них: Иванов В.П., Репецкий О. В., Crawley E. F., Hall K. C., Castanier M. P., Pierre C., Ottarsson G., Kenyon J. A., Griffin J. H., Jones K., O'Hara R., Lim S. H., Beirow B., Kühhorn A., Choi B. K., Lentz J., Rivas-Guerra A. J., Mignolet M. P., Whitehead D.S. и другие. Многие исследования влияния расстройки на динамических характеристики и ресурс рабочих колес турбомашин показали, что распределение динамических характеристик лопаток

зависит от расстройки геометрических, жесткостных, массовых или других параметров лопаток.

турбомашин часто работают под воздействием Детали высокой переменной температуры, переменных механических нагрузок и др. Поэтому актуальной проблемой современного машиностроения является проблема увеличения прочности, долговечности и надежности элементов турбомашин. Многие конструкционные элементы турбомашин широко используются в разных технических отраслях и применяются в энергетических установках, авиакосмической технике, энергомашиностроении, химической промышленности и других сферах. И так они подвергаются разрушению по разным причинам. Однако оценка и повышение долговечности этих деталей представляют немало трудностей, особенно у деталей сложных геометрических форм, или если детали эксплуатируются в разных режимах работы, или при сложном термическом напряжённом состоянии. Поэтому необходимо глубоко изучать и исследовать данную проблему для того, чтобы найти новые подходы к оценке и увеличению ресурса и прочности деталей установок в соответствии с современными практическими инженерными требованиями. В настоящее время появилось много современных коммерческих промышленных компьютерных программ, таких как ANSYS ADPL, ANSYS WORKBENCH, NASTRAN, nCODE, ENGRASP и др. С помощью этих программных комплексов можно оценивать характеристики колебаний и прогнозировать ресурс деталей ГТД при прерывистом, нестационарном действии газовых нагрузок, которые характерны для лопаток турбомашин.

В настоящее время ведется борьба и мировая научная конкуренция за повышение ресурса высоконагруженных элементов турбомашин хотя бы на 2-3%. В рабочих колесах при их изготовлении и эксплуатации всегда имеются малые отличия лопаток друг от друга (по массе, геометрии, механическим свойствам материалов и пр.). Расстройка геометричных, массовых и др. параметров обычно нарушает предполагаемую циклическую симметрию рабочих колес, может проводить к локализации колебаний и оказывать значительное влияние на их динамические характеристики и ресурс. Математические моделирования для решения задач динамических и ресурсных характеристик рабочих колес с расстройкой параметров будут представлены в следующей главе и позволяют получить надежные результаты при оценке влияния преднамеренной расстройки параметров на ресурс рабочих колес турбомашин.

ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И РАЗВИТИЕ ЧИСЛЕННО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ И АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН ПРИ АНАЛИЗЕ РЕСУРСА 2.1. Математическое моделирование рабочих лопаток турбомашин и

прогнозирования их ресурса

В настоящее время математическое моделирование научной проблемы на основе математических моделей, численных методов и комплексов программ позволяет оперативно и с минимальными финансовыми затратами рассмотреть множество вариантов конструкции и выбрать оптимальный для данной задачи, который может использоваться при проектировании и доводке новых механических систем или продлении ресурса уже эксплуатируемых турбин. Решение данной задачи без математического моделирования и компьютерного анализа путем натурного эксперимента – крайне трудоемкая и дорогостоящая процедура. Например, стоимость изготовления одной современной рабочей лопатки может превышать стоимость автомобиля среднего класса, а экспериментальные стенды – это супердорогие и сложнейшие механические комплексы.

Для математического моделирования рабочих лопаток турбомашин и прогнозирование их ресурса необходимо решение комплекса взвимосвязанных задач:

1. Разработка или развитие математических моделей, численных методов и программного обеспечения с учетом действующих нагрузок;

2. Экспериментальное подтверждение адекватности разработанных математических моделей, методов решения и созданных программ;



Рисунок 2.1 – Общая диаграмма для решения поставленных задач

3. Численный анализ статических, динамических характеристик, расчет долговечности и предсказание ресурса.

Общая диаграмма для решения выше поставленных задач имеет вид (Рисунок 2.1). При этом:

-Статическое НДС (обороты, температура, газовая/паровая нагрузка) определяются:

$$(K_E + K_G + K_R)\delta = F_\Omega + F_T + F_G.$$
(2.1)

-Собственные частоты и формы колебаний вычисляются:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + (K_E + K_G + K_R)\delta = 0.$$
(2.2)

-Расчет вынужденных колебаний имеет вид:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F(t). \tag{2.3}$$

где δ - вектор смещения, K_E и M - матрицы упругой жесткости и массы, соответственно, K_G - матрица геометрической жесткости, зависящая от скорости и температуры, K_R - дополнительная матрица жесткости, возникающая в результате вращения, F_{Ω} , F_T , F_G - векторы, соответствующие силам от вращения, температуры и давления газа соответственно, C - матрица демпфирования, F(t) - переменная во времени нагрузка от парциальности подвода пара или газа.

Далее вычисляются матрицы каждого КЭ в локальных координатах с учетом нагрузок, которые затем объединяются в глобальную матрицу, как и вектора нагрузок.

Граничные условия зависят от геометрии конструкции и заключаются в подавлении или свободе перемещений в узлах КЭ, например в примере на Рисунке 2.17 в конечных элементах по ободу диска вводится жесткая заделка.

Решение матричных уравнений статики происходит методом исключения Гаусса, собственные колебания определяются методом Якоби, для расчета динамических характеристик применяется метод суперпозиции мод. Расчет долговечности использует методы схематизации повреждаемости, например метод «дождя», метод Гудмана для расчета средних напряжений и теорию усталостной прочности Пальмгрен-Майнера.

2.1.1. Основы метода конечных элементов для статического и динамического состояния изделий

Существует множество численных методов для решения задач статического, динамического и ресурсного состояния элементов турбомашин. Среди них можно назвать метод конечных разностей, метод граничных элементов, метод конечных элементов и др. Метод конечных разностей требует применения обобщенных координат, что усложняет уравнения. Метод граничных элементов приводит к системе уравнений, содержащей значения искомых функций только на границе рассматриваемой области, а не внутри, что не позволяет
выполнить анализ сложного объемного НДС и проанализировать ситуацию в зоне локальных концентраций. Среди всех известных численных методов в данной работе применяется показавший себя наиболее эффективно для данного класса задач - метод конечных элементов, реализованный в многочисленных программах инженерного анализа [2-4,6,9-12, 28,34,37,38,39,43,45,46,101]. К его достоинствам относятся возможность учета сложной геометрии, легкость задания различных граничных условий, простота учета разных механических свойств материалов в одной конструкции, возможность уточнения решения в сложных местах конструкции путем сгущения сетки конечных элементов в местах концентрации напряжений, легкая программируемость метода и возможность стыковки оригинальных программ с известными и доступными программами для CAD/CAE анализа (ANSYS, NASTRAN и др.).

МКЭ успешно конкурирует с методом граничных элементов за счет преимуществ при анализе конструкций сложной геометрии и задач, где почти каждый элемент исследуемой среды обладает различными свойствами. Важным фактором является естественность механической и физической трактовок МКЭ.

Основу расчета долговечности по МКЭ составляют следующие операции [27]:

- построение конечно-элементной сетки, определение координат узлов, топологии конечных элементов и задание граничных условий;

- определение основных матриц конечных элементов;

- задание нагрузок;

- составление и решение системы алгебраических уравнений;

- определение статистических и динамических характеристик конструкций;

- расчетная оценка ресурса (долговечности).

Конструкция представляется совокупностью достаточно большого числа точек, так называемых узлов. Координаты узлов задаются в общей системе координаты Охуг и определяют геометрическую форму конструкции. Совокупность нескольких узлов создает элемент, который устанавливается дополнительными геометрическими характеристиками (толщина и т.д.) и свойствами материала (модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность).

Для математического описания каждого элемента выбирается аппроксимирующая функция в виде полинома, который соответствует дифференциальному уравнению элемента.

Деформированное состояние d в каждой точке конструкции может быть описано с помощью функций формы *N* и вектора перемещений δ [27]:

$$d = N\delta. \tag{2.4}$$

Деформации є определяются из соотношения

$$\varepsilon = Ld,$$
 (2.5)

или
$$\varepsilon = B\delta,$$
 (2.6)

И

причем В матрицу определить из функции формы и известного соотношения между перемещениями и деформациями:

$$B = LN, \tag{2.7}$$

где *L* - линейный оператор.

Общее соотношение между напряжениями и деформациями записывается в виде:

$$\sigma = D\varepsilon, \tag{2.8}$$

где D - матрица упругости, описывающей механические свойства материала.

Статическое напряженно-деформированное состояние в методе конечных элементов можно определить по формуле

$$K\delta = F_{CT},\tag{2.9}$$

где K - матрица жесткости, δ - вектор статических перемещений узловых точек, а F_{CT} - вектор статической нагрузки.

Динамические характеристики для линейного демпфирования при использовании метода конечных элементов могут быть описаны следующим уравнением:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F(t), \qquad (2.10)$$

где M - матрица масс конструкции, C - матрица демпфирования, K - основная матрица жесткости конструкции, $\ddot{\delta}$ - ускорение узловых точек, $\dot{\delta}$ - скорость узловых, δ - вектор перемещений, а F(t) - вектор возбуждающих сил.

Уравнение движения для свободных колебаний без демпфирования имеет вид:

$$M\delta + K\delta = 0, \tag{2.11}$$

причем

$$=\delta_0 \cos(\omega t - \beta), \qquad (2.12)$$

где δ_0 - амплитуда, ω - круговая частота системы, β - фаза колебаний.

δ

После преобразования получим

$$(K - \omega^2 M)\delta_0 = 0. \tag{2.13}$$

Уравнение (2.13) имеет смысл при детерминанте, равном нулю

$$\det(K - \omega^2 M) = 0. \tag{2.14}$$

Для решения этого уравнения и определения собственных значений применяют стандартные алгоритмы. Анализ задачи вынужденных колебаний требует решения уравнения (2.10) и определения матрицы демпфирования. Решение производится, как правило, методом разложения по собственным интегрированиям в конечные промежутки времени.

2.1.2. Применение метода конечных элементов

Во многих работах были применены двухмерные и трехмерные конечные элементы. В работах [27,34,38,39] авторы показали, что наилучшие результаты, минимальная трудоемкость

получены при анализе динамических характеристик и долговечности облопаченных деталей с использованием треугольных конечных элементов STIO18 переменной толщины с изгибномембранной жесткостью, описывающих мембранное состояние (индекс *m*) и изгиб (индекс *b*). Поэтому в данной диссертации для моделирования рабочих колес турбомашин метода конечных элементов использован треугольный конечный элемент STIO18 из программного конечно-элементного комплекса BLADIS+ (Рисунок 2.2а). Эти элементы имеют три узла и 5 степеней свободы в узле, дополнительная шестая степень свободы (поворот относительно оси перпендикулярной плоскости элемента) появляется позднее при трансформации локальной координатной системы в глобальную [27]. Таким образом, треугольный элемент STIO18 использованы трехмерные конечные элементы TET10 из программного комплекса ANSYS для моделирования конструктивных элементов облопаченных дисков турбомашин. В качестве конечноэлементной модели в данной диссертации применяется конечный элемент TET10, имеющие 10 узлов с 3-мя степени свободы в узле (Рисунок 2.2б). Таким образом, трехмерный треугольный элементной тетенной модели в данной диссертации применяется конечный элемент TET10, имеющие 10 узлов с 3-мя степени свободы в узле (Рисунок 2.2б). Таким образом, трехмерный треугольный элемент TET10 имеет 30 узловых параметров.



Рисунок 2.2 – Базовые конечные элементы (а, конечный элемент STIO18; б, конечный элемент TET10)

Для определения функций формы в уравнении (2.4) представим перемещения для двухмерного элемента (мембранная часть) в следующем виде [27]:

$$u = L_1 u_1 + L_2 u_2 + L_3 u_3, \tag{2.15}$$

$$v = L_1 v_1 + L_2 v_2 + L_3 v_3, \qquad (2.16)$$

где L_1, L_2, L_3 - треугольные координаты.

Матрица функции формы для мембранной части имеет вид:

$$N_m = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & L_2 & 0 & L_3 & 0\\ 0 & L_1 & 0 & L_1 & 0 & L_3 \end{bmatrix}.$$
 (2.17)

Изгибные перемещения можно описать неполным полиномом 3-й степени

$$\omega = \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 + \alpha_3 L_3 + \alpha_4 (L_1^2 L_2 + P_0) + \alpha_5 (L_2^2 L_3 + P_0) + \alpha_6 (L_3^2 L_1 + P_0) + \alpha_7 (L_1^2 L_2 + P_0) + \alpha_8 (L_2^2 L_3 + P_0) + \alpha_9 (L_3^2 L_1 + P_0),$$
(2.18)

где $P_0 = L_1 L_2 L_3 / 2$.

После определения значений прогиба и узлов повторов: $\omega_i, \varphi_{zi} = -(\partial \omega_i / \partial z), z = x, y, i = 1, 2, 3$, можем найти α_j , где j=1,...,9, а затем определить функции формы для изгиба

$$N_b = [N_{1b}, N_{2b}, N_{3b}], (2.19)$$

при $N_{1b}^{T} = \begin{bmatrix} L_1 + L_1^2 L_2 + L_1^2 L_3 - L_1^2 L_2 - L_1^2 L_3 \\ b_3 (L_1^2 L_2 + P_0) - b_2 (L_1^2 L_3 + P_0) \\ c_3 (L_1^2 L_2 + P_0) - c_2 (L_1^2 L_3 + P_0) \end{bmatrix}.$

Для криволинейного конечного элемента оболочки N_b (2.15) имеет вид:

$$N_{b} = \begin{bmatrix} N_{1b} & 0 & 0 & N_{2b} & 0 & 0 & N_{3b} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1b} & 0 & 0 & N_{2b} & 0 & 0 & N_{3b} & 0 \\ 0 & 0 & N_{1b} & 0 & 0 & N_{2b} & 0 & 0 & N_{3b} \end{bmatrix}$$
(2.20)
$$\times \begin{bmatrix} K_{x} & 0 & 0 \\ 0 & K_{y} & 2K_{xy} \end{bmatrix},$$

где N_2 и N_3 определяется циклической перестановкой, $b = y_2 - y_3$ и $c = x_3 - x_2$, а K_x, K_y, K_{xy} - коэффициенты, характеризующие кривизну конструкции.

Для трехмерного элемента изменения перемещений функции формы для узлов конечных элементов определяются как

$$N_{id} = 1/8(1+\xi_0)(1+\eta_0)(1+\zeta_0)(\xi_0-\eta_0-1), \qquad (2.21)$$

а для узлов на серединах сторон при $\xi_i = 0$

$$N_{id} = 1/4 (1-\xi^2) (1+\eta_0) (1+\zeta_0),$$

и при $\eta_i = 0$

$$N_{id} = 1/4(1+\xi_0)(1-\eta^2)(1+\zeta_0)$$

причем ξ, η, ζ - криволинейные координаты (Рисунок 2.3) и $\xi_0 = \xi \xi_i, \eta_0 = \eta \eta_i, \zeta = \zeta \zeta_i$.



Рисунок 2.3 – Декартовая и цилиндрическая системы координат

Для полностью квадратичных перемещений в элементе функция формы имеют следующий вид:

- угловые узлы

$$N_{id} = 1/8(1+\xi_0)(1+\eta_0)(1+\zeta_0)(\xi_0+\eta_0+\zeta_0-2),$$

- узлы на середине $\left(\xi_i=0,\eta_i=\pm 1,\zeta_0=\pm 1\right)$

$$N_{id} = 1/4(1-\xi^2)(1+\eta_0)(1+\zeta_0).$$

Связь между глобальными и криволинейными координатными системами конечного элемента описывается уравнением

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_{id}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial \zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{id}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial y} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial z} \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{id}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial z} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(2.22)

$$\mathbf{HIH} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{id}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial z} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial z} \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_{id}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_{id}}{\partial \zeta} \end{bmatrix}.$$

Матрица *В* из уравнения (2.3) получается из соотношения (2.4). Для двухмерного конечного элемента выражения для деформации имеет вид

$$\varepsilon_{m} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{m} \\ \varepsilon_{m} \\ \varepsilon_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u / \partial x}{\partial v / \partial y} \\ \frac{\partial v / \partial y}{\partial u / \partial y + \partial v / \partial x} \end{bmatrix} = B_{m} \delta_{m}, \qquad (2.23)$$

где

$$B_m = 1/2\Delta \begin{bmatrix} b_1 & 0 & b_2 & 0 & b_3 & 0\\ 0 & a_1 & 0 & a_2 & 0 & a_3\\ a_1 & b_1 & a_2 & b_2 & a_3 & b_3 \end{bmatrix},$$

причем Δ - площадь треугольника, $b_1 = y_2 - y_3$, $a_1 = x_1 - x_2$ где a_i, b_i (i = 2, 3) получаются циклической перестановкой.

Деформации для изгибной части, а также кривизна следуют из уравнения

$$\varepsilon_{b} = \begin{bmatrix} \gamma_{x} \\ \gamma_{y} \\ \gamma_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial^{2}\omega / \partial x^{2} \\ -\partial^{2}\omega / \partial y^{2} \\ -2\partial^{2}\omega / \partial x \partial y \end{bmatrix} = B_{b}\delta_{b}, \qquad (2.24)$$

Матрица B_b имеет вид

$$B_{b} = \begin{bmatrix} -\partial^{2} N_{1b}^{T} / \partial x^{2} & -\partial^{2} N_{2b}^{T} / \partial x^{2} & -\partial^{2} N_{3b}^{T} / \partial x^{2} \\ -\partial^{2} N_{1b}^{T} / \partial y^{2} & -\partial^{2} N_{2b}^{T} / \partial y^{2} & -\partial^{2} N_{3b}^{T} / \partial y^{2} \\ -2\partial^{2} N_{1b}^{T} / \partial x \partial y & -2\partial^{2} N_{2b}^{T} / \partial x \partial y & -2\partial^{2} N_{3b}^{T} / \partial x \partial y \end{bmatrix}.$$
 (2.25)

Для трехмерного элемента следует:

$$\varepsilon_{d} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial x + \partial v / \partial x \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial z + \partial v / \partial z \end{bmatrix} = B_{d} \delta_{d}, \qquad (2.26)$$

где

$$B_d = [B_{1d}, B_{2d}, \dots, B_{16d}],$$
(2.27)

а подматрицы имеют вид

$$B_{1d} = \begin{bmatrix} -\partial N_{id} / \partial x & 0 & 0 \\ 0 & -\partial N_{id} / \partial z & 0 \\ 0 & 0 & -\partial N_{id} / \partial z \\ -\partial N_{id} / \partial y & -\partial N_{id} / \partial x & 0 \\ -\partial N_{id} / \partial z & 0 & -\partial N_{id} / \partial x \\ 0 & -\partial N_{id} / \partial z & -\partial N_{id} / \partial y \end{bmatrix}$$

для *i* = 1,...,16.

Матрица упругости в уравнении (2.5) имеет вид (мембранная часть)

$$D_{m} = Eh^{3} / 12(1-v^{2}) \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-v) / 2 \end{bmatrix},$$
(2.28)

и соответственно для изгиба

$$D_{b} = Eh^{3} / 12(1-v^{2}) \begin{bmatrix} 1 & v & 0 \\ v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-v) / 2 \end{bmatrix},$$
 (2.29)

где *Е* – модуль упругости, *v* – коэффициент Пуассона, *h* – толщина элемента.

При расчете колебаний и прочности изделий с внутренней полостью в большинстве случае необходимо учитывать реальную геометрию конструкции. Для учета внутренней

полости конструкции разработана модификация конечного элемента STIO 18. Толщина модифицированного конечного элемента изменяется по линейному закону. Напряжение вычисляется в центре тяжести треугольника в точках M_1 и M_2 , которые лежат на нижней и верхней поверхности элемента. В качестве входной информации для толщины в узлах задаются 2 параметра: толщина h, расстояние d. Если рассчитывается сплошная конструкция, то d=h/2 и элемент работает как сплошной. Основные соотношения для формирования матриц модифицированного элемента аналогичны двухмерному конечному элементу, отличие состоит лишь в определении матриц упругости, которые получаются с учетом реальной толщины конструкции. Для более детального описания узлов сопряжения полых и сплошных частей исследуемой конструкции толщины в STIO 18 предусмотрено задавать как по узлам, так и по элементам.

При использовании плоских конечных элементов для исследования оболочечных конструкции большое значение имеет увеличение точности конечно-элементных аппроксимации. Это достигается двумя способами: увеличением числа конечных элементов или повышением порядка аппроксимации перемещений внутри конечных элементов.

Матрица упругости трехмерного конечного элемента имеет вид [27]:

$$D_{d} = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-\nu} & 1 & \frac{1}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}.$$
(2.30)

Матрица жесткости К получается из соотношения

$$K = \int_{V} B^{T} DB dv, \qquad (2.31)$$

а матрица масс принимает вид

$$M = \rho \int_{v} N^{T} N dv, \qquad (2.32)$$

где ρ - плотность материала конечного элемента.

2.2. Методы математического моделирования для исследования рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров 2.2.1. Метод циклической симметрии

Циклически-симметричные конструкции, например рабочие колеса компрессоров и турбинов турбомашин часто встречаются в технической области. Циклически-симметричная система (ЦСС) имеет сложная форма, тяжелые рабочие условия (большие окружные скорости, высокие температуры, нестандартное нагружение и др.). Рабочие колеса являются периодически повторяющимися в окружном направлении конструкциями (Рисунок 2.4). Число степеней свободы полного колеса в процессе моделировании может достигать очень больших значений. Так что для расчета этих конструкций на ЭВМ может оказаться проблематичным. Предлагаемый метод циклической симметрии позволяет снизить размерность системы до анализа только одного типового сектора циклически-симметричной конструкции (ЦСК) и также уменьшать затрат времени для решения задач в процессе моделировании.



Рисунок 2.4 – Конструкция циклически-симметричных систем

Динамическое состояние сектора ЦСК с применением метода конденсации представит в матричной форме [27]:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix}$$
(2.33)

$$K_{21} = K_{12}^T, K_{31} = K_{13}^T, K_{32} = K_{23}^T;$$
 (2.34)

$$M_{21} = M_{12}^T, M_{31} = K_{13}^T, M_{32} = M_{23}^T,$$
(2.35)

И

где $M_{ij}, K_{ij}, \delta_1, \delta_2, \delta_3$ - соответственно блоки матриц масс, жесткости и перемещения в левой, средней и правой части периодического элемента (Рисунок 2.5), а F_1 , F_2 , F_3 описывают соответствующие силы в сечении.

Для циклически симметричных систем перемещения двух соседних секторов (Рисунок 2.5) отличаются друг от друга на коэффициент

$$\overline{\delta}_{s+1} = e^{\mu} \overline{\delta}_s; \overline{\delta}_s = R_e \overline{\delta}_s, \qquad (2.36)$$

где $\mu = i2\pi m / N = i\alpha$, $i = \sqrt{-1}$, s = 1,..., N - число подструктур и m = 0, 1, 2,..., N/2, для четных N и m = 0, 1, 2,..., (N-1)/2 для нечетных N. Перемещения на левой границе элемента (S+1) соответствуют перемещениям на правой границе элемента (S):

$$\overline{\delta}_{1S+1} = \overline{\delta}_{3S}.$$
(2.37)



Рисунок 2.5 – Один сектор циклически симметричных систем

Из уравнений (2.36) и (2.37) следует:

$$\overline{\delta}_{3s+1} = e^{\mu} \overline{\delta}_{1s}. \tag{2.38}$$

Для комплексно-ожидаемых сил получаем

$$\bar{F}_{3s+1} = e^{\mu} \bar{F}_{1s}.$$
 (2.39)

Для свободных колебаний общей структуры внешние силы внутри выделенного сектора исчезают и остаются только силы на границах ЦСК:

$$\bar{F}_{s} = \begin{cases} \bar{F}_{1} \\ 0 \\ \bar{F}_{3} \end{cases}_{3}$$
(2.40)

$$\overline{F}_{s} = \begin{cases} \overline{F}_{1} \\ 0 \\ -e^{\eta} \overline{F}_{3} \end{cases}_{3}$$
 (2.41)

Из уравнений (2.33), (2.38) и (2.41) можно получить уравнение равновесия для свободных колебаний одного сектора:

$$(\bar{K} - \omega^2 \bar{M})\bar{\delta} = 0, \qquad (2.42)$$

где
$$\overline{K} = \begin{bmatrix} K_{11} + K_{33} + (K_{13} + K_{32}e^{\alpha}) & K_{12} + K_{32}e^{\alpha} \\ K_{21} + K_{23}e^{\alpha} & K_{22} \end{bmatrix}$$
,
 $\mathbf{M} \ \overline{M} = \begin{bmatrix} M_{11} + M_{33} + (M_{13} + M_{32}e^{\alpha}) & M_{12} + M_{32}e^{\alpha} \\ M_{21} + M_{23}e^{\alpha} & M_{22} \end{bmatrix}$, $\overline{\delta} = \left\{ \begin{matrix} \overline{\delta}_1 \\ \overline{\delta}_2 \end{matrix} \right\}$.

Здесь M, K и δ - комплексные величины, которые имеют вид

$$\overline{K} = K^{\text{Re}} + iK^{\text{Im}}, \qquad (2.43)$$

$$\bar{M} = M^{\text{Re}} + iM^{\text{Im}}, \qquad (2.44)$$

$$\overline{\delta} = \delta^{\mathrm{Re}} + i\delta^{\mathrm{Im}},\tag{2.45}$$

где $\delta^{\text{Re}} = \delta$.

С помощью соотношений (2.33) и (2.43), (2.44) и (2.45) получаем

$$\begin{bmatrix} K^{\text{Re}} - K^{\text{Im}} \\ K^{\text{Im}} K^{\text{Re}} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} M^{\text{Re}} - M^{\text{Im}} \\ M^{\text{Im}} M^{\text{Re}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta^{\text{Re}} \\ \delta^{\text{Im}} \end{bmatrix} = 0, \quad (2.46)$$

$$\Gamma_{\text{T}} Re \quad K^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} K_{11} + K_{33} + (K_{13} + K_{31}) \cos 2\pi m / N & K_{12} + K_{32} \cos 2\pi m / N \\ K_{21} + K_{23} \cos 2\pi m / N & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$H \quad K^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} K_{13} + K_{31} \sin 2\pi m / N & -K_{32} \sin 2\pi m / N \\ K_{23} \sin 2\pi m / N & 0 \end{bmatrix}.$$

Структура матриц M^{Re} , M^{Im} аналогична K^{Re} и K^{Im} . Нетрудно заметить, что реальная часть матриц симметрична, а мнимая часть - кососимметрична.

Уравнение (2.46) представляет собой комплексную проблему собственных значений. Для решения ее может быть применен один из стандартных алгоритмов.

Действительные перемещения для нулевого сечения и S-й подструктуры можно представить в виде

$$\delta_0 = \delta_0^{\text{Re}},\tag{2.47}$$

$$\delta_{\rm s} = \delta_0^{\rm Re} \cos \alpha - \delta_0^{\rm Im} \sin \alpha, \qquad (2.48)$$

$$\alpha = 2\pi m / N. \tag{2.49}$$

ИЛИ

Перемещения δ_s - «внешние» перемещения сконденсированной структуры.

Для расчета колебаний пакетов лопаток турбин может быть применено выражение, которое видоизменяет уравнение (2.49):

$$\alpha = \pi m / N. \tag{2.50}$$

Выражение (2.49) работает с приемлемой точностью вычислений только для числа *N* больше 5, однако на практике его диапазон оказался шире.

При изучении динамики рабочих колес турбомашин, известно, что идеальное рабочее колесо является циклически-симметричной системой. Однако в реальных рабочих колесах при их изготовлении или эксплуатации всегда возникают малые отличия лопаток друг от друга (по массе, геометрии, свойству материала), которые называются расстройкой параметров. Расстройка может оказать значительное влияние на динамические характеристики и долговечность рабочих колес турбомашин.

Собственные колебания рабочих колес турбомашин совершаются при отсутствии демпфирования и внешних сил. Это наиболее естественные движения конструкции рабочих колес турбомашин. Они являются важнейшей характеристикой линейных систем. Решение проблемы собственных значений циклически симметричной системы без расстройки параметров может быть получено непосредственно из уравнения свободных колебаний [28]:

$$M\ddot{\delta} + K\delta = 0, \tag{2.51}$$

$$\delta = \delta_0 \cos(\omega t - \beta), \qquad (2.52)$$

где M - матрица масс конструкции, K - основная матрица жесткости конструкции, $\ddot{\delta}$ - ускорение в узловых точках δ - вектор перемещений, δ_0 - амплитуда, а ω - круговая частота системы, β - фаза колебаний.

После преобразования получим уравнение

$$(K - \omega^2 M)\delta_0 = 0. \tag{2.53}$$

Для расчёта систем с циклической симметрией и эффектом расстройки параметров развит метод исследования конструкций с не идентичными параметрами. В случае свободных колебаний для данного метода имеем

$$\ddot{\delta} + \omega_B^2 A \delta = 0, \qquad (2.54)$$

где ω_B - номинальная частота собственных колебаний лопатки без расстройки, $\Delta f_i = (\omega_{Bi}^2 - \omega_B^2) / \omega_B^2$ - расстройка *i*-той лопатки (*i* = 1,...,*N*), $R^2 = \omega_C^2 / \omega_B^2$ - безразмерный параметр стыковки, ω_C - частота собственных колебаний связующего элемента между лопатками, ω_{Bi} - реальная частота собственных колебаний *i*-ой лопатки и $\omega_B = \sqrt{k_{bi} / m}$. Здесь k_{bi} - эквивалентная жесткость лопатки, а *m* - сосредоточенная масса лопатки.

Вектор перемещений расстроенной системы с учётом первого и второго порядков расстройки выразим в следующем виде:

$$\delta_i^* = \delta_i + \Delta \delta_i + \Delta^2 \delta_i, \qquad (2.55)$$

где (i = 1, ..., N), δ_i - вектор перемещения лопаток без расстройки, $\Delta \delta_i$ - вектор перемещений лопаток с расстройкой первого порядка и $\Delta^2 \delta_i$ - вектор перемещений лопаток с расстройкой второго порядка.

Собственные значения системы с расстройкой можно определить из выражения

$$\omega_i^* = \omega_i + \Delta \omega_i + \Delta^2 \omega_i, \qquad (2.56)$$

где (*i* = 1,...,*N*), ω_i - вектор собственных частот лопаток без расстройки (идеальных конструкций), $\Delta \omega_i$ - вектор собственных частот лопаток с расстройкой первого порядка и $\Delta^2 \omega_i$ - вектор собственных частот лопаток с расстройкой второго порядка. Следует отметить, что

$$\omega_i^* = \omega_i / \omega_{bi}^2. \tag{2.57}$$

Для определения собственных значений и перемещений системы с расстройкой первого и второго порядков используем формулировку:

$$\begin{split} &\Delta \omega_i = 2R^2, \\ &\{\Delta \delta_i\}_{i-1} = -R^2 / (\Delta f_i - \Delta f_{i-1}), \ \{\Delta \delta_i\}_i = 0, \\ &\{\Delta \delta_i\}_{i+1} = -R^2 / (\Delta f_i - \Delta f_{i+1}), \\ &\{\Delta \delta_i\}_j = 0, \text{для всех других значений.} \\ &- \text{Второй порядок} \\ &\Delta^2 \omega_i = R^4 (1 / (\Delta f_i \Delta f_{i-1}) + 1 / (\Delta f_i - \Delta f_{i+1})), \\ &\{\Delta^2 \delta_i\}_{i-2} = R^4 / (\Delta f_i - \Delta f_{i-1}) (\Delta f_i - \Delta f_{i-2}), \\ &\{\Delta^2 \delta_i\}_{i-1} = 0, \\ &\{\Delta^2 \delta_i\}_i = -R^4 / 2[1 / (\Delta f_i - \Delta f_{i-1}) + 1 / (\Delta f_i - \Delta f_{i+1})], \end{split}$$

- Первый порядок

 $\{\Delta^2 \delta_i\}_{i+1} = 0,$ $\{\Delta^2 \delta_i\}_{i+2} = R^4 / (\Delta f_i - \Delta f_{i+1}) (\Delta f_i - \Delta f_{i+2}),$ $\{\Delta \delta_i\}_i = 0$, для всех других значений.

2.2.2. Метод пружинно-массовой модели

В технике рабочие колеса компрессоров или турбин турбомашин часто рассматриваются процессе исследования как система с конструктивной поворотной симметрией. В Моделирование этих конструкций с помощью метода пружинно-массовой модели (ПММ) позволяет сократить число степеней свободы, легко построить математическое описание в сравнении с другими моделями и иметь небольшой размер вычислений. С этими преимуществами метод пружинно-массовой модели достаточно подходят для исследования динамические характеристики и ресурс рабочих колес с влиянием расстройки параметров. Моделирование рабочего колеса турбомашин рассмотрено с исползованием метода пружинномассовой модели уже достаточно давно. Wei S.T. и Pierre C. [120,121,122] провели первое исследование и начали исследовать с использованием самой простой модели. Далее J. T. Wagner представил модель с упругим диском и дал результаты к уменьшению частоты лопаток, т.к. каждая лопатка имела одну степень свободы [119]. Кроме этого, описаны многие модели, разработанные Sinha [116], Kenyon [83] и Mignolet [90,91,92]. На основе пружинно-массовой модели можно разделять полное рабочее колесо турбомашин на N одинаковых секторов, где N порядок симметрии системы или количество лопаток.

С целью исследования рабочих колес турбомашин на основе метода пружинно-массовой модели разработана эквивалентная модель системы «диск - лопатка». Эта модель имеет две степени свободы одного сектора. Пружина, черточка и масса с индексом представляют собой часть диска сектора. На основе ПММ новая эквивалентная модель рассмотрена для сокращения степеней свободы, снижения трудоемкости и времени расчета. Процесс построения эквивалентной модели показан на Рисунке 2.6.



Рисунок 2.6 – Процесс построения эквивалентной модели рабочего колеса [19]

• На первом этапе рассматриваются и анализируются отдельные детали (диск и лопатка) с целью определения массы диска (m_d) и лопатки $(m_{b,i})$. Далее считаются массы лопаток совершенно идентичными как в настроенном и расстроенном случае, $m_{b,i}$ упрощается до m_b . В результате, собственные частоты диска получены как:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k_d}{m_d + Nm_b}}.$$
(2.58)

• На втором этапе рассматривается эквивалентная модель, которая представляет собой сплошной блок в виде сборки из N отдельных секторов. Жесткость диска разделяется на N пружин, поэтому жесткость сектора k_{sec} имеет вид

$$k_{sec} = k_d / N. \tag{2.59}$$

• На третьем этапе масса диска тоже разделяется на N секторов. И так массы сектора определеделяются по формуле $m_{sec} = m_d / N$.

•Далее, после идентификации параметров массы диска и лопатки необходимо определяется жесткость лопатки $k_{b,i}$. Жесткость лопатки может вычисляться с использованием подхода одной степени свободы:

$$k_{bi} = 4\pi \cdot 2\omega_{bi}^2 m_e, \qquad (2.60)$$

где $\omega_{b,i}$ - измеренная частота. Следует отметить, что первоначально эти измеренные частоты считаются частотами только одних лопаток. Т.е. диск считается жестким во время определения жесткости лопатки. Следовательно, собственные частоты колебаний лопатки не будут

соответствовать тем, которые получены при измерении, когда учитывается упругость диска. Чтобы принять во внимание этот эффект, коррекция параметров лопатки выполняется после самого последнего шага настройки. В результате изменяется масса колеблющейся лопатки. Идея состоит в том, что не все части лопатки принимают участие в процессе колебаний. Поэтому считается, что определенное количество массы лопатки связано с колебаниями диска. Оставшаяся масса представляет собой участвующую в колебаниях массу лопатки, обозначенную m_e . Подробная информация о данной методике представлена Beirow [49]. В случае системы без расстройки все жесткости лопаток одинаковы и, следовательно, $k_{b,i} = k_b$.

•Последний шаг рассматривает учет механического демпфирования. Значения демпфирования диска d_d и демпфирования лопатки $d_{b,i}$ получены из результатов модального анализа. В соответствии со втором этапом демпфирование диска разбивается на N отдельных секторов на

$$d_{sec} = d_d / N. \tag{2.61}$$

В случае настроенной системы значения демпфирования лопатки одинаковы для всех лопаток и, следовательно, $d_{b,i} = d_d$. Дополнительные массы присоединяются на периферии лопаток рабочего колеса (Рисунок 2.7). Расстройка параметров вызывана разной массой и вводилась в эквивалентной модели, как показано на Рисунке 2.8.



Рисунок 2.7 – Дополнительные массы на лопатках рабочего колеса



Рисунок 2.8 – Модель одного сектора рабочего колеса (а, без дополнительной массы; б, с дополнительной массой)

2.2.3. Метод моделирования уменьшенного порядка

Моделирование динамических систем является важной задачей в технике. Если моделирование основывается на основе метода конечных элементов, то математическая модель зачастую слишком сложна, имеет большие вычислительные затраты и, как следствие, не так часто применима на практике. Поэтому использование метода моделирования уменьшенного порядка при анализе характеристик колебаний рабочих колес с расстройкой является актуальной проблемой [54,55,93]. При использовании метода конечных элементов для моделирования задач полной модели всегда возникают основные степени свободы *a* и уменьшенные степени свободы *b*. Их соотношение определяется в виде [54,55]:

$$\delta = \begin{cases} \delta_a \\ \delta_b \end{cases} = T \delta_b, \tag{2.62}$$

где δ - вектор перемещения всех степеней свободы конструкции размером $n \times l$, n - число степеней свободы системы; δ_a - вектор перемещения основных степеней свободы конструкции размером $m \times l$; δ_b - вектор перемещения уменьшенных степеней свободы конструкции размером $(n-m) \times l$; T - преобразованная матрица размером $n \times m$ и $n \gg m$.

Динамическое уравнение полной исходной системы написано в виде [55]:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F, \qquad (2.63)$$

где M, K, C - матрицы масс, жесткости и демпфирования размером $n \times n$, n - число степеней свободы системы, соответственно; δ, F - векторы перемещения узлов и возбуждающей силы размером $n \times l$.

Подставив уравнение (2.62) в (2.63), получим [54,55]:

$$M_r \dot{\delta}_a + C_r \dot{\delta}_a + K_r \delta_a = F_r, \qquad (2.64)$$

где $M_r = T^T M T$, $C_r = T^T C T$, $K_r = T^T K T$, $F_r = T^T F$.

Таким образом, с помощью преобразования (2.62), (2.63), (2.64) размер задачи значительно уменьшается, что снижает трудоемкость и затраты времени расчета на ЭВМ. Преобразованная матрица *T* может использоваться на разных формах и зависит от модели уменьшенного порядка через формулу (2.62).

При изучении колебаний реальных рабочих колес турбомашин часто используется преимущество конечно-элементных моделей. Конечноэлементная модель обычно создается для одного сектора рабочего колеса (Рисунок 2.9б). Предлагается, что все секторы идентичны, свойство циклической симметрии может быть использовано для расчета колебаний более эффективно, чем моделирование всей системы. Тем не менее, в реальных рабочих колесах часто возникает расстройка параметров лопаток. Эта расстройка нарушает свойство циклической симметрии может быть использовано для расчета колебаний более эффективно, чем моделирование всей системы. Тем не менее, в реальных рабочих колесах часто возникает расстройка параметров лопаток. Эта расстройка нарушает свойство циклической симметрии конструкции. Тогда для изучения динамических характеристик рабочего колеса с расстройкой, моделирование только одного сектора является недостаточным и нужно моделировать полное рабочее колесо (Рисунок 2.9а). Конечноэлементные модели часто состоят из многих миллионов степеней свободы. Кроме этого, значения расстройки являются случайными величинами и можно применять статистический анализ, чтобы учитывать характеристики колебаний рабочих колес. Но этот метод сложно использовать для полной модели рабочих колес турбомашин.



Рисунок 2.9 – Модель рабочего колеса на основе КЭ (а, полный диск; б, один сектор)

Один сектор рабочего колеса разделен на две части. Это диск с безмассовыми лопат ками жестко защемлен на внутреннем радиусе и консольная лопатка жестко защемлена на поверхности между диском и лопаткой. Перемещения рабочего колеса отражаются двумя перемещениями: перемещение диска с безмассовыми лопатками и перемещение консольных лопаток. Таким образом, перемещение одной лопатки рабочего колеса может быть синтезировано двумя перемещениями: перемещение консольной лопатки и перемещение, соответствующее деформации лопатки, которые созданы перемещением диска с безмассовыми лопатками. Таким образом, консольная лопатка отдельно моделируется в расчете, и расстройка реализована путем прямого манипулирования модальных свойств консольных лопаток. Поэтому расстройка жесткости лопатки легко моделируется в расчете.

В данной работе рассматривается метод моделирования уменьшенного порядка (МУП) для анализа влияния расстройки лопаток на характеристики колебаний и также долговечность рабочих колес турбомашин. МУП используется для создания моделей уменьшенного порядка из исходной конечно-элементной модели. В большинстве опубликованных работ МУП строится с помощью двух методов [56]:

- Метод подмножества номинальных систем [128],

- Метод эквивалентного моделирования [63].

• Метод подмножества номинальных систем. Первая модель уменьшенного порядка «метод подмножества номинальных систем» (Subset of nominal system modes - SNM) была введена Yang и др. [128]. Эта модель основана на идее, что форма расстроенных режимов может быть выражена как суперпозиция настроенных номинальных режимов [71]. Основным преимуществом метода подмножества номинальных систем является снижение числа степеней свободы, в то время как точность полной модели конечных элементов относительно поведения вибрации в значительной степени сохраняется. Например, полная модель конечных элементов облопаченного диска состоит из многих миллионов степеней свободы, тогда как ее модальное представление в терминах подмножества режимов номинальных систем использует только несколько тысяч степеней свободы. Кроме того, он может быть вызван на основе результатов настроенного вычисления конечных элементов, где расстройка параметров введена путем изменения жесткости или массы различных элементов каждого сектора. Задача вынужденного отклика в модальном описании метода подмножества номинальных систем формулируется как

$$\left[-\Omega^{2}\left(M+\Delta M\right)+j\Omega D+K+\Delta K-Z\right]q\left(j\Omega\right)=F^{E}\left(j\Omega\right),$$
(2.65)

где матрицы M и K содержат модальную массу и модальную жесткость, а векторы q и F^E представляют модальное смещение и модальное форсирование режимов настроенной системы в пределах определенной интересующей группы частот. Модальное демпфирование материала вводится диагональной матрицей D, тогда как рассмотрение аэродинамического демпфирования на основе подхода аэродинамических коэффициентов влияния приводит к полностью заполненной матрице Z, действующей как матрица комплексной жесткости. При этом аэродинамическое сцепление обеспечивается автоматически настроенной моделью. Для

методов преобразования значений аэродинамического демпфирования из индивидуальной формулировки лопатки в модальную систему режимов стоячей волны обращаются к Crawley [64]. Матрицы модальной расстройки ΔM и ΔK получены путем модального преобразования возмущения на матрицах конечных элементов масс и жесткости. Вектор аэродинамической нагрузки F^{E} - выводится путем проецирования неустойчивых условий давления \tilde{p} на настроенные формы режима Φ путем вычисления на каждом элементе поверхности *i*:

$$F^{E}(t) = \sum_{i} \Phi_{i}^{T} \cdot n_{i} \tilde{p}_{i} A_{i}, \qquad (2.66)$$

здесь *n* обозначает вектор нормали поверхности с единицей длины, а A_i - площадь поверхности граничной грани *i*. Наконец, после решения уравнения (2.65), результирующие физические перемещения δ были определены путем оценки

$$\delta(j\Omega) = \Phi \cdot q(j\Omega). \tag{2.67}$$

• Метод эквивалентного моделирования. Вторая модель уменьшенного порядка, модель нескольких тел показана на Рисунке 2.10, которая была введена как эквивалентная модель облопаченных дисков в работе [96]. Она состоит из дискретных масс, пружин и амортизатора.



Рисунок 2.10 – Эквивалентная модель облопаченных дисков

Каждый сектор диска и каждая лопатка получают свои степени свободы. В то время, как масса сектора диска m_{sec} и эффективно вибрирующая масса лопасти m_b известны из конструкции, пружины, представляющие диск (k_{sec} , k_c), настраиваются на результаты анализа собственной частоты, выполненного с помощью жесткой конечноэлементной модели лопатки. Числовые значения демпферов (d_{sec} , $d_{b,i}$) выводятся из предполагаемого или измеренного коэффициента механического демпфирования. Жесткость пружин лопаток регулируется в соответствии с преднамеренной или измеренной расстройкой лопаток. Это означает, что

эквивалентная модель облопаченных дисков действительна для одного семейства форм лопатки.

Уравнение движения относительно вектора физического перемещения δ имеет вид

$$M\ddot{\delta}(t) + D\dot{\delta}(t) + K\delta(t) = L \cdot m_b \delta(t) + F^E(t).$$
(2.68)

Матрица жесткости K содержит полную информацию о расстройке, тогда как матрица масс M и матрица механического демпфирования D остаются для настроенного облопаченного диска. Матрица L состоит из коэффициентов аэродинамического влияния, описывающих аэродинамические силы, вызванные вибрацией с учетом вклада в аэродинамическое демпфирование.

2.3. Разработка математических моделей для анализа чувствительности рабочих колес турбомашин

2.3.1. Математические уравнения в случае статики и свободных колебаний

Уравнения статики и свободных колебаний можно представить в следующем виде [27]: 1. Статики

$$K\delta = F$$
 или $K\delta - F = 0,$ (2.69)

где *К* – суммарная матрица жесткости, а *F* – суммарный вектор нагрузок;

2. Свободных колебаний

$$M\delta + K\delta = 0, \tag{2.70}$$

или, с учетом перемещения,

 $\delta = y \cos(wt - \beta),$

Умножив обе части уравнения (2.70) на y^{T} , получим

$$y^T K y = \lambda y^T M y. \tag{2.71}$$

Исходные формул для расчета чувствительности в методе конечных элементов связаны с преобразованием уравнений (2.69), (2.71) и имеют следующий вид

- чувствительность статических перемещений

$$K\frac{d\delta}{dX_i} = \frac{dF}{dX_i} - \frac{dK}{dX_i}\delta;$$
(2.72)

- чувствительность собственных значений для свободных колебаний без учета статического напряженно-деформированного состояния (НДС)

$$\frac{d\lambda}{dX_i} = y^T \left[\frac{dK}{dX_i} - \lambda \frac{dM}{dX_i} \right] y, \qquad (2.73)$$

где собственный вектор у нормирован как

$$y^T M y = -1$$

и учитывая, что $\lambda = (2\pi f)^2$, получим выражение чувствительности частот собственных колебаний [27]:

$$\frac{df}{dX_i} = \frac{df}{dX_i} \frac{d\lambda}{dX_i} = \frac{1}{4\pi\sqrt{\lambda}} \frac{d\lambda}{dX_i}$$

Необходимым этапом для вычисления функций чувствительности наряду с вычислением матриц жесткости и массы является вычисление производных матриц жесткости, массы и векторов узловых сил. В качестве переменной проектирования выбрана толщина оболочки в узлах модели. Поэтому вычисление производных можно сделать двумя способами:

1. Используя конечно-разностную аппроксимацию. Принимая ∆*X* достаточно малым, используем формулу

$$\frac{\partial K}{\partial X} \approx \frac{\Delta K}{\Delta X} = \frac{K(X + \Delta X) - K(X)}{\Delta X}.$$
(2.74)

2. Явное дифференцирование используемых для вычисления выражений. Явная зависимость матриц жесткости и массы элемента от толщины позволяет непосредственно продифференцировать выражения для матриц жесткости, масс и векторов узловых сил по узловым толщинам.

При высоких нагрузках в расчетах статического напряженно-деформированного состояния и колебаний учитывается матрица геометрической жесткости модели, обусловленная влиянием возникающих при деформации напряжений на жесткость. Исходное уравнение для расчета статики имеет вид

$$\left(K_{E}+K_{G}\left(\delta\right)+K_{R}\right)\delta=F_{\Omega}+F_{t}+F_{G}=F.$$
(2.75)

Учитывая выражение для вычисления K_G , а также то, что частная производная вектора перемещений равна полной, полная производная матрицы геометрической жесткости запишется в виде

$$\frac{dK_G(\delta)}{dX_i} = \frac{\partial K_G(\delta)}{\partial X_i} + \frac{\partial K_G}{\partial X_i} \frac{\partial \delta}{\partial X_i} = \frac{\partial K_G(\delta)}{\partial X_i} + \tilde{K}_G\left(\frac{d\delta}{dX_i}\right). \quad (2.76)$$

Имеем уравнение для вычисления вектора чувствительности статических перемещений

$$\left(K_{E}+K_{G}\left(\delta\right)+K_{R}\right)\frac{d\delta^{\kappa}}{dX_{i}}=\frac{dF}{dX_{i}}-\left(\frac{dK_{E}}{dX_{i}}+\frac{\partial K_{G}\left(\delta\right)}{\partial X_{i}}+\frac{dK_{R}}{dX_{i}}\right)\delta-\tilde{K}_{G}\left(\frac{\partial\delta^{\kappa-1}}{\partial X_{i}'}\right)\delta.$$
 (2.77)

Аналогично, используя уравнение свободных колебаний, получим выражение для расчета чувствительности собственных значений

$$\frac{d\lambda}{dX_i} = \frac{y^T \left(\frac{dK_E}{dX_i} + \frac{\partial K_G(\delta)}{\partial X_i} + \frac{dK_R}{dX_i} - \lambda \frac{dM}{dX_i}\right) y}{y^T M y}.$$
(2.78)

Матрицы жесткости *К* и *М* элемента состоят из блоков, описывающих мембранные и изгибные деформации. Поэтому производные вычисляем отдельно от мембранных и изгибных компонентов матриц. Соответствующие выражения для вычисления мембранного и изгибного компонентов матриц жесткости записываются в виде

$$K_m = \sum_{m=1}^n B_m^T \frac{E}{\left(1 - \nu^2\right)} D^* B_m \alpha_k h_k \Delta;$$

$$K_b = \sum_{m=1}^n B_b^T \frac{E h_k^3}{12\left(1 - \nu^2\right)} D^* B_b \alpha_k \Delta,$$

где α_k - коэффициент численного интегрирования, h_k - толщина в точке интегрирования, E – модуль упругости, ν - коэффициент Пуассона, Δ - площадь элемента, B_m - матрица дифференцирования мембранных перемещений, B_b - матрица дифференцирования изгибных перемещений, D^* - независимая от толщины часть матрицы упругости, одинаковая для мембранной и изгибной частей

$$D^* = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}.$$

Обозначим

$$BdB_m = B^T_m \frac{E}{\left(1 - \nu^2\right)} D^* B_m$$

И

$$BdB_{b} = B^{T}_{b} \frac{E}{12(1-v^{2})} D^{*}B_{b}.$$

Учитывая, что матрица дифференцирования перемещений *B* не зависит от узловых толщин, и дифференцируя по толщине узла выражения (2.75), (2.76), получим выражения для вычисления производных мембранной и изгибной частей матрицы жесткости элемента

$$\frac{dK_m}{dh_i} = \sum_{k=1}^n B dB_m h_k \frac{dh_k}{dh_i} \alpha_k \Delta$$

И

$$\frac{dK_b}{dh_i} = \sum_{k=1}^n B dB_b 3h^2_k \frac{dh_k}{dh_i} \alpha_k \Delta.$$

Так как матрица функций формы *N* не зависит от узловых толщин, получим выражения для вычисления производных мембранной и изгибной частей матрицы масс элемента

$$\frac{dM_m}{dh_i} = \rho \sum_{k=1}^n N_m^T N_m \frac{dh_k}{dh_i} \alpha_k \Delta$$

И

$$\frac{dM_{b}}{dh_{i}} = \rho \sum_{k=1}^{n} N_{b}^{T} N_{b} \frac{dh_{k}}{dh_{i}} \alpha_{k} \Delta.$$

Вектор суммарной нагрузки имеет вид

$$F = F_{\Omega} + F_t + F_G. \tag{2.79}$$

Соответствующие выражения для вычисления сил:

- вектор центробежных сил

$$F_{\Omega} = \sum_{k=1}^{n} N^{T} h_{k} \rho \Omega^{2} \begin{cases} O \\ Y \\ Z \end{cases} \alpha_{k} \Delta;$$

- вектор температурных нагрузок элемента запишется отдельно для мембранных и изгибных компонентов:

1) мембранная часть -
$$F_t^M = \sum_{k=1}^n B_m^T D_m \varepsilon_O^m \alpha_k \Delta h_k;$$

2) изгибная часть -
$$F_t^b = \sum_{k=1}^n B_b^T D_b \varepsilon_0^b \alpha_k \Delta h_k$$
,

где ε_{O}^{m} - вектор начальных мембранных деформаций, ε_{O}^{b} - вектор начальных изгибных деформаций.

Производная вектора центробежных сил F_{Ω} запишется в виде

$$\frac{dF_{\Omega}}{dh_i} = \sum_{k=1}^n N^T \rho \Omega^2 \begin{cases} O \\ Y \\ Z \end{cases} \alpha_k \Delta \frac{dh_k}{dh_i}.$$

Используя соответствующие выражения для мембранной и изгибной матрицы упругости, получим формулы для вычисления производных мембранного и изгибного компонентов вектора температурных нагрузок

$$\frac{dF_{tm}}{dh_i} = \sum_{k=1}^n B_m^T \frac{E}{\left(1 - \nu^2\right)} D^* \alpha T \begin{cases} 1\\ 1\\ 0 \end{cases} \alpha_k \Delta \frac{dh_k}{dh_i}, \qquad (2.80)$$

где α - коэффициент температурного расширения, T – вектор температур.

Вектор начальных изгибных деформаций ε_O^b зависит от узловых толщин

$$\frac{dF_{ib}}{dh_i} = \sum_{k=1}^n B_m^T \frac{E}{12(1-\nu^2)} D^* \alpha T \begin{cases} 1\\ 1\\ 0 \end{cases} \alpha_k \Delta 2h_k \frac{dh_k}{dh_i}.$$

Полученные формулы позволяют вычислить производную вектора суммарных нагрузок от действия центробежных сил и неравномерного нагрева. Необходимо заметить, что производная газовых сил (распределенной нагрузки) равна нулю, так как вектор газовых сил зависит лишь от площади элемента.

Для определения вектора чувствительности узловых напряжений при статическом напряженно-деформированном состоянии конечно-элементной модели необходимо продифференцировать формулу [44]:

$$\sigma = \frac{S^*}{h} \pm \frac{6M}{h^2},\tag{2.81}$$

где S^* - вектор обобщенных мембранных напряжений, M - вектор обобщенных изгибных напряжений, определяемых по общей формуле

$$\sigma = DB\delta$$
.

Исходная формула для мембранных компонентов будет иметь вид

$$\sigma_m = \frac{E}{\left(1 - v^2\right)} D^* B_m \delta_m.$$

Соответственно, для изгибных компонентов

$$\sigma_b = \frac{E}{12(1-\nu^2)} D^* B_b \delta_b.$$

Дифференцируя, получим производные:

- для мембранных компонентов

$$\frac{d\sigma_m}{dh_i} = \frac{E}{\left(1 - v^2\right)} D^* B_m \frac{d\delta_m}{dh_i},$$
(2.82)

- для изгибных компонентов

$$\frac{d\sigma_b}{dh_i} = \frac{Eh}{12\left(1-\nu^2\right)} D^* B_b \frac{d\delta_b}{dh_i} + \frac{dh}{dh_i} \frac{E}{2\left(1-\nu^2\right)} D^* B_b \delta_b.$$
(2.83)

Приведенные формулы позволяют в явном виде вычислить производные перемещений и напряжений для треугольного мембранно-изгибного элемента.

Дифференцируя выражения для вычисления матрицы псевдомасс и учитывая, что матрица функций формы не зависит от толщины, получим

$$K_{R} = \rho \sum_{k=1}^{n} N^{T} A N \alpha_{k} \Delta h_{k} \frac{dh_{k}}{dh_{i}}.$$
(2.84)

Выражение для вычисления матрицы геометрической жесткости

$$K_G = \frac{1}{2} \int_{v} G^T S G dv,$$

где *S* - матрица статических мембранных напряжений в срединной поверхности, *G* - матрица производных от перемещений при изгибе и не зависит от толщин, или с учетом суммирования

$$K_{Gm} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} G^{T} S G \alpha_{k} h_{k} \Delta.$$

При дифференцировании полная производная матрица геометрической жесткости распадается на две частных

$$\frac{dK_G(\delta)}{dh_i} = \frac{\partial K_G(\delta)}{\partial h_i} + \tilde{K}_G\left(\frac{d\delta}{dh_i}\right).$$

Компоненты матриц *S* являются мембранными напряжениями. Учитывая формулу (2.80) и то, что производная матрица *G* равна 0, выражения для вычисления слагаемых в уравнении (2.82) принимают вид

$$\frac{dK_G(\delta)}{\partial h_i} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n G^T S(\delta) G \alpha_k \Delta \frac{\partial h_k}{\partial h_i},$$
$$\tilde{K}_G\left(\frac{d\delta}{dh_i}\right) = \frac{\partial K_G}{\partial \delta_i} - \frac{\partial \delta}{\partial h_i} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n G^T S\left(\frac{d\delta}{dh_i}\right) G \alpha_k h_k \Delta.$$

2.3.2. Математические уравнения в случае вынужденных колебаний

Для расчета коэффициентов чувствительности ресурсных характеристик к вариациям проектных переменных необходимо получить производную модальных перемещений или напряжений. Причем удобно применять термин коэффициенты влияния проектных переменных на ресурсные характеристики. Решение в случае вынужденных колебаний может быть записано в виде [27]:

$$p = e^{-\xi\omega\Delta t} \left(C_1 \cos\Theta + C_2 \sin\Theta \right) + \frac{F_0}{\omega^2}, \qquad (2.85)$$

$$C_1 = X_O - \frac{F_O}{\omega^2}, \ C_2 = \frac{V_O + \xi \omega C_1}{\omega \sqrt{1 - \xi^2}}, \ \Theta = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \Delta t,$$
 (2.86)

где p и ξ - модальное перемещение и коэффициент демпфирования; X_O, V_O, F_O - начальное перемещение, скорость и силовое воздействие.

Для вычисления чувствительности динамических напряжений необходимо выполнить ряд преобразований выражения метода конечных элементов для расчета напряжений

$$\sigma = DB\delta. \tag{2.87}$$

Для производной напряжений имеем

$$\sigma(t) = DB \sum_{i=1}^{n} \delta_{L}^{T} p_{L}(t).$$
(2.88)

В выражение (2.88) производное перемещение можно вычислить следующим образом:

$$\left(\frac{d\delta}{dX}(t)\right) = \sum_{L=1}^{n} \delta_{L}^{T} \left(\frac{dp}{dX}(t)\right)_{L}.$$
(2.89)

Окончательно получим

$$\left(\frac{d\sigma}{dX}(t)\right) = DB\sum_{L=1}^{n} \delta_{L}^{T} \left(\frac{dp}{dX}(t)\right)_{L} = DB\left(\frac{d\delta}{dX}(t)\right).$$
(2.90)

Для отстройки от резонансов важно понимать расположение зон чувствительности, которые позволяют целенаправленно воздействовать на конструкцию для изменения и оптимизации вибрационного спектра. Автор, впервые, предложил математическую модель и метод решения для выполнения и исследования зон чувствительности, которые помогают отстроиться от опасных резонансов. Исследуя явление чувствительности, можно определить области самого большого влияния на собственные частоты и перемещения при резонансах. Для определения максимального и минимального расположения чувствительности лопатки рабочего колеса от изменения массы предложена математическая зависимость вида

$$\Delta f_k^{\max} = \frac{f_k^{\max} - f_0}{f_0} \quad \text{in } \quad \Delta f_k^{\min} = \frac{f_k^{\min} - f_0}{f_0}, \quad (2.91)$$

где Δf_k^{\min} и Δf_k^{\max} - минимальное и максимальное значение чувствительности собственной частоты от внесения массы; f_0, f_k - значение собственных частот колебаний лопатки без учета и с учетом дополнительной массы в каждом *k*-ом узле конечного элемента.

2.4. Разработка математических моделей динамической нагрузки

Для повышения технического уровня энергетических и авиационных турбомашин в современном турбиностроении требуется высокая надежность и долговечность конструкций при проектировании, изготовлении и эксплуатации данных машин при минимальных финансовых затратах. Надежность и долговечность турбомашин определяется ресурсом наиболее нагруженных элементов конструкции ротора – лопаток и рабочих колес, работающих в условиях вращения, температурных и газовых сил. Математическое моделирование геометрии и эксплуатационных нагрузок деталей турбомашин позволяет существенно снизить временные и финансовые расходы на проектирование новых конструкций. При реалистичных и точных математических моделях, дорогостоящие натурные испытания необходимо проводить только на доводочных стадиях. В этой связи разработка математических моделей динамических нагрузок лопаточных конструкций, энергетических и транспортных газотурбинных двигателей (ГТД) является актуальной задачей.

Механическая модель рабочего колеса современного ГТД (Рисунок 2.11) для стационарных или переходных эксплуатационных режимов включает диск и лопатку переменной толщины [10,27]. Лопатка имеет закутку $\psi(R)$ и устанавливается с углом α на диск. Диск и лопатки могут совершать радиальные, крутильные и изгибные деформации. При колебаниях всей системы учитывается упругая связанность лопаток и диска.





Рисунок 2.11 – Общий вид современного газотурбинного двигателя (ГТД)

Рисунок 2.12 – Распределения нагрузки при прохождении лопатки через сопло

Вибрационные компоненты сложной механической системы диска с лопатками характеризуются линейными перемещениями u, v, w и углами вращения $\varphi_r, \varphi_{\theta}, \varphi_z$ для двухмерных математических моделей в декартовой системе координат и линейными

перемещениями *u*, *v*, *w* для трехмерных расчетных схем относительно r, θ, z координатных направлений в полярной системе координат. Облопаченный диск вращается с переменным угловым ускорением и каждая лопатка по длине возбуждается в зависимости от времени сопловой решеткой статора через число *z* сопел. При проходе каждого сопла рабочая лопатка подвержена силам потока внутри μ -й части сопла шириной *s* пока (*s*- μ)-я часть свободна от нагрузки (Рисунок 2.12).

Это переменное распределение давления результат действия на лопатки нестационарных аэродинамических сил, а именно: подъемной силы F_L , силы сопротивления F_D и момента M^r . Эти силы в общем виде можно обозначить, как $F^r = F^r(t)$ и выразить через ряд Фурье [44]:

$$F^{r} = \sum_{-\infty}^{+\infty} F_{\nu}^{r} e^{i\nu\omega t}, \qquad (2.92)$$

где $\omega = z\Omega$, а Ω - угловая скорость вращения.

Нестационарные аэродинамические силы распределяются по длине лопатки и определяются локальным положением конкретной лопатки в системе облопаченного диска.





Рисунок 2.13 – Физическая модель лопатки ротора турбины под действием газодинамических сил

Рисунок 2.14 – Распределение газодинамических сил

Результат распределения сил на каждой лопатке определяется в координатной системе. Достаточно реалистичное описание этих сил приведено в работе [27]:

$$F_{\theta} = F_{L} \sin(\psi_{r} - \delta_{r} - \alpha) + F_{D} \cos(\psi_{r} - \delta_{r} - \alpha);$$

$$F_{z} = F_{L} \sin(\psi_{r} - \delta_{r} - \alpha) - F_{D} \cos(\psi_{r} - \delta_{r} - \alpha);$$

$$M_{r} = -M,$$

(2.93)

где α - угол закрутки лопатки, ψ_r - угол установки лопатки по радиусу относительно корня и δ_r - угол между хордой и направлением скорости течения (Рисунок 2.13, 2.14), а

$$F_{\theta} = F_{\theta}(r,t); F_{z} = F_{z}(r,t); M_{r} = m_{r}(r,t).$$
(2.94)

Формулу (2.92) с учетом (2.93) и (2.94) можно представить в виде

$$\left(F_{\theta}, F_{z}, m_{r}\right) = \sum_{\nu=-\infty}^{+\infty} \left(F_{\theta\nu}^{r}, F_{z\nu}^{r}, m_{r\nu}^{r}\right) e^{i\nu\varphi}; \qquad (2.95)$$

$$\varphi = z \int_{0}^{t} \Omega dS, \qquad (2.96)$$

где $F_{\theta v}, F_{zv}, m_{vv}$ - комплексные амплитуды ряда Фурье, φ - фаза соплового возбуждения.

В стационарном режиме ($\Omega = const$ в уравнении (2.96)), $\varphi = z\Omega dS$ и F_{θ}, F_z, m_r периодические возбуждающие силы. При переходных режимах Ω - переменная и F_{θ}, F_z, m_r квазипериодическое возбуждение с увеличивающейся или уменьшающейся частотой. В переходных режимах ряды Фурье для подъёмной силы $F_L(t)$ и силы сопротивления $F_D(t)$ (Рисунок 2.14) могут иметь вид:

$$F_{\rm L} = L(1 + 0.05\cos\varphi + 0.025\cos2\varphi); \tag{2.97}$$

$$F_{\rm D} = L(0, 1 + 0,005\cos\varphi + 0,0025\cos2\varphi), \qquad (2.98)$$

где первый член *L* представляет собой статическую часть, а $\varphi = z \int_{0}^{t} \Omega dS$ - фаза периодического

соплового возбуждения, z - число сопел, Ω - угловая скорость вращения ротора (лопатки). Вообще говоря, в переходных режимах Ω - переменная. Предполагаем, что в режимах разгона и торможения ротор вращается с переменной угловой скоростью, изменяющейся по закону $\Omega = \Omega_0 + \beta t$ (где Ω_0 - начальная угловая скорость ротора; β - угловое ускорение ротора; t время).

Для лопаток турбомашин, характеристики вектора внешней узловой нагрузки от газодинамических сил, действующих на лопатки в процессе работы, позволяют получить конкретное решение динамического уравнения в следующем виде:

$$p_j(t) = \frac{F_j(t_0)}{\omega_j^2} + e^{-\xi_j \omega_j \Delta t} \left(C_{1j} \cos \theta + C_{2j} \sin \theta \right), \tag{2.99}$$

где
$$\theta = \left(\omega_j \sqrt{1-\xi_j^2}\right) \Delta t$$
; $C_{1j} = X_j(t_0) - \frac{F_j(t_0)}{\omega_j^2}$; $C_{2j} = \frac{V_j(t_0) + \xi_j \omega_j C_{1j}}{\omega_j \sqrt{1-\xi_j^2}}$, a $X_j(t_0)$ и $V_j(t_0)$ -

модальные перемещения и скорости в начале периода, Δt - модальный коэффициент демпфирования для *j*-ой формы, сила $F_i(t_0)$, действующая в течение периода Δt .

Наибольшую амплитуду колебаний лопатка имеет в момент ее входа и выхода из струи газа или пара. Это переменное распределение давления - результат действия на лопатку нестационарных газодинамических сил. Следовательно, в процессе работы двигателя воздействие давления газового потока на лопатку можно считать как ряд синусоидальных импульсов, амплитуда и частота которых могут быть увеличены, уменьшены или неизменны в зависимости от режимов работы двигателя. Например, в режиме разгона амплитуда и частота возбуждающего давления газового потока на лопатке увеличивается по времени, как показано на Рисунке 2.15.



Рисунок 2.15 – Возбуждающее давление газового потока на лопатке

В настоящей диссертации автором развита математическая модель динамического возбуждения лопатки от парциальности подвода пара или газа, отличающаяся прямоугольным спектром нагружения при проходе сопловой решетки статора. Автор предложил учитывать возбуждение лопатки через сопловое нагружение. Для предложенного и развитого в диссертации варианта прямоугольной нагрузки рабочей лопатки спектр *v*-й гармоники возбуждения отличается от известных простотой и оригинальностью интерпретации и расчетов в режиме онлайн, что позволяет оперативно возможностью выполнения проанализировать огромное количество вариантов и предложить оптимальный. При этом нагрузка имеет вид (Рисунок 2.16):

$$F(t) \approx \frac{2F_z}{\pi} \cdot \frac{\sin v \cdot \mu \cdot \pi}{v}, \text{ a } F_z = F_L \sin\left(\psi_r - \delta_r - \alpha\right) - F_D \cos\left(\psi_r - \delta_r - \alpha\right), \quad (2.100)$$



Рисунок 2.16 – Прямоугольное распределение нагрузки при проходе лопатки через сопло

На Рисунке 2.17 представлено распределение нагрузки, действующей на лопатку академического рабочего колеса.



Рисунок 2.17 – Распределение нагрузки, действующей на лопатке академического рабочего колеса

2.5. Математическая модель для оптимизации введения преднамеренной расстройки рабочих колес турбомашин

В настоящее время имеется достаточно большое количество вариантов преднамеренной расстройки, каждый из которых может быть либо использован на реальных конструкциях, либо служит некой моделью, позволяющей определить закономерности влияния тех или иных изменений на статические и динамические характеристики промышленных турбомашин. К числу последних можно отнести, например, внесение некоторых сосредоточенных масс в определенные точки поверхности пера лопаток. Другие параметры можно использовать для преднамеренной расстройки реальных рабочих колес, так как они не вносят существенного влияния на аэродинамику рабочих ступеней турбомашин. К таким параметрам можно отнести: изменение толщины и степени закрутки лопаток, скругление или обрезание углов лопатки на ее периферии или шлифование отдельных частей лопатки или неоднородность материала пера. Значение максимального вынужденного отклика лопаток роторов турбомашин с расстройкой параметров обычно намного больше, чем у настроенных роторов. Увеличение уровня расстройки критического значения фактически приводит к уменьшению коэффициента увеличения амплитуды. Таким образом, актуальной задачей является ввести некоторую степень преднамеренной расстройки в конструкцию системы, для улучшения ее прочностных параметров. В данной главе автором впервые представлена новая математическая модель для оптимизации введения преднамеренной расстройки с целью получения конструкций с повышенной долговечностью. Максимальное перемещение в случае оптимизации преднамеренной расстройки предлагается и определяется по формуле

$$\delta_{\max} = \max\{\delta_i(E)\}, i = 1, 2, ..., N, \qquad (2.101)$$

68

где N - количество лопаток. В зависимости от количества лопаток $E = \{\Delta E_1, \Delta E_2, ..., \Delta E_{10}\}$ обозначает, в данном случае, вектор изменения модуля Юнга от лопатки к лопатке. Вариации расстройки лопатки моделируются с помощью изменений жесткости ΔE_i на основе МКЭ. Метод конечных элементов позволяет выполнить расчеты различных вариантов конструкций в короткое время. Некоторыми из преимуществ МКЭ при проектировании и изготовлении турбомашин являются легкость задания различных граничных условий или простота учета разных механических свойств материалов или изменения модуля Юнга в одной конструкции и др. Отношение между отклонением частоты собственных колебаний Δf_i *i*-й лопатки и модуля Юнга ΔE_i при оптимизации введения расстройки определяется по формуле

$$\Delta E_i = E_0 \cdot \left(\frac{f_0 + \Delta f_i}{f_0}\right)^2 \approx 2\Delta f_i, \qquad (2.102)$$

где E_0 и f_0 - номинальное значение модуля Юнга и частоты собственных колебаний в идеальной конструкции. Значение преднамеренной расстройки Δf_{mp}^{on} при оптимизации прочностных параметров получается из экспериментальных отклонений частот собственных колебаний и определяется по формуле

$$\Delta f_{np}^{on} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \Delta f_i^{sc}}{N}, \qquad (2.103)$$

где Δf_i^{∞} - экспериментальное отклонение частот собственных колебаний лопатки академического рабочего колеса.

2.6. Выводы

Вторая глава содержит описание базовых конечных элементов (КЭ) и варианты применения МКЭ для данной диссертационной работы. Также в данной главе представлены математические модели на основе МКЭ для решения задач статического и динамического состояния изделий рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров под воздействием внешней нагрузки. На основе анализа преимуществ и недостатков известных численных методов для решения уравнения теории поля и упругости, метод конечных элементов выбран для определения динамических характеристик и ресурса деталей турбомашин. Математическая основа и подходы к МКЭ подробно рассмотрены в данной главе. Это позволяет построить уравнения и алгоритмы при применении МКЭ для решения разных задач теории поля и упругости в процессе анализа ресурса лопаток и деталей турбомашин, таких, как задачи анализа процессов теплопередачи, задачи анализа колебаний, задачи анализа статического и динамического напряжённо-деформированного состояния. По результатам выполненной работы выбран, развит и верифицирован МКЭ, позволяющий осуществлять стыковку оригинальных авторских программ по динамическому нагружению, анализу чувствительности и ресурсной оптимизации рабочих колес турбомашин с известными и доступными программами на основе МКЭ для CAD/CAE анализа (ANSYS, NASTRAN, ABAQUS и др.).

В этой главе представлена и развита математическая модель динамического возбуждения лопатки от парциальности подвода пара или газа, отличающаяся прямоугольным спектром нагружения при проходе сопловой решетки статора.

Разработана новая математическая модель для анализа чувствительности собственных колебаний от изменения сосредоточенных масс. Исследуя явление чувствительности, можно определить области самого большого влияния на собственные частоты и перемещения при резонансах.

Впервые, разработана, верифицирована и применена оригинальная математическая модель оптимизации ресурсных характеристик путем введения преднамеренной расстройки (геометрии, механических свойств материала и др. параметров).

Кроме этого, в данной главе развит численный метод анализа для расчета колебаний и долговечности рабочих колес энергетических турбомашин на основе МКЭ, отличающийся от известных подходов возможностью моделирования всех видов геометрической и эксплуатационной расстройки на резонансных режимах и позволяющий учитывать блочную преднамеренную расстройку по геометрическим и механическим изменениям лопаток для численного анализа и предсказания ресурса рабочих колес энергетических турбин.

ГЛАВА 3 . КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НА РЕСУРС РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН С УЧЕТОМ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

Для анализа динамики и долговечности деталей и конструкций в целом необходимо создание специализированных программных комплексов на основе метода конечных элементов. От уровня достоверности математических моделей, затрат времени на подготовку исходных данных, расчет и обработку результатов зависит эффективность конструкторских САПР машиностроительных изделий. Таким образом, при автоматизации расчетов динамики и долговечности необходимо решить связанные задачи [27]:

- Создание математического и программного обеспечения, обладающего достаточной точностью;

- Снижение трудоемкости расчетов за счет применения наиболее эффективных методов линейной алгебры и математического моделирования;

- Создание предпроцессора и постпроцессора для ускорения подготовки входной информации и обработки результатов вычислений.

Для решения поставленных задач разработан комплекс программ для определения значения расстройки параметров лопаток рабочих колес турбомашин и исследования влияния расстройки параметров на статическое НДС, динамические характеристики и долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности. Общая схема разработанного комплекса программ показана на Рисунке 3.1.



Рисунок 3.1 – Общая схема разработанного комплекса программ

В комплексе программ представлены и реализованы основные уравнения, в которых

моделируется расстройка при расчете на основе программного языка пакета МАТLAB по блоксхеме алгоритма расчета. Расчет в программе построен с помощью метода конечных элементов, и описан в разделе 2.1. МАТLAB - это высокоуровневый язык и интерактивная среда для программирования, численных расчетов и визуализации результатов. С помощью МАТLAB можно анализировать данные, разрабатывать алгоритмы, создавать модели и приложения. Язык, инструментарий и встроенные математические функции позволяют исследовать различные подходы и получать решение быстрее, чем с использованием электронных таблиц или традиционных языков программирования, таких как C/C++ или Java [7]. Программа МАТLAB является пакетом прикладных программ для решения технических задач вычислений, имеющий высокоуровневый язык программирования, используемым в этой работе. Пакет популярен и используется инженерными и научными работниками в мире [15,22].

Разработанный комплекс программ позволяет решать задачи широкого класса для разных отраслей машиностроения. Приведенное ниже описание характеризует комплекс с позиций анализа турбомашин, однако при необходимости программы могут быть применены и для других конструкций. Данный комплекс программ содержит несколько подсистем, описание которых приведено ниже:

- PREPROCESSOR: выполнение функции предпроцессора, ввод исходных данных и построение конечноэлементной модели.

- MISTUNING-SENSITIVITY: определение значений расстройки параметров на основе анализа собственных колебаний и расчет чувствительности параметров исследуемой модели от дополнительных масс.

- STRESS-LIFE: расчет динамических напряжений по времени и прогнозирование долговечности исследуемой модели в циклах.

- POSTPROCESSOR: выполнение функции постпроцессора. Информация о рассчитанных динамических характеристиках и напряжениях, долговечностях и пр. графически визуализируется на дисплее и (или) печатающем устройстве.

Для разработки программного комплекса необходимо удовлетворить следующим требованиям: программный комплекс работает на компьютере под управлением 32 и 64 разрядной операционной системы Microsoft Windows 98/2000/2003/Vista/XP/7/8/10. Кроме этого, пакет MATLAB требует, чтобы компьютер работал на базе процессоров Intel Pentium D, Core 2 Duo/i3/i5/i7/i9. Оперативная память рекомендуется 1 Гбайт и более. Монитор с поддержкой минимум 256 цветов, графический адаптер 16, 24 или 32 битов и также большое количество свободного места на жестком диске.

3.1. Основные алгоритмы МКЭ для определения матрицы жесткости и масс элементов

Метод конечных элементов является одним из эффективных инженерных средств, который широко используется для решения задач теории поля и упругости механики деформируемого твёрдого тела и тд. Этот метод имеет общий алгоритм, простое использование и позволяет выполнить расчеты различных вариантов конструкций в короткое время. В настоящее время существует множество исследований о применимости и преимуществах использования этого метода при технических областях.

Основным в МКЭ является формирование матрицы жесткости и матрицы масс элемента, устанавливающая связь между узловыми силами каждого элемента и перемещениями их узлов. Основная матрица жёсткости *K*, соответствующая разным режимам работы лопатки (растяжение, изгиб, сдвиг и кручение), записывается в виде [44]:

$$K = \int_{V} B^{T} DB dV, \qquad (3.1)$$

где В - матрица дифференцирования перемещений, D - матрица упругости материала.

Основную матрицу жёсткости *К* определяем методом численного интегрирования Гаусса с порядком интегрирования:

$$K = \int_{V} B^{T} DB dV = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} B(\xi, \eta, \iota)^{T} DB(\xi, \eta, \iota) \det j(\xi, \eta, \iota) d\xi d\eta d\iota$$
$$= \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} W_{i}W_{j}W_{k}B(\xi, \eta, \iota)^{T} DB(\xi, \eta, \iota) \det j(\xi, \eta, \iota),$$
(3.2)

где W_i, W_i, W_k - весовые коэффициенты [8,16,42].

Матрица масс элемента М имеет вид

$$M = \rho \int N^{T} N dV$$

= $\rho \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \sum_{k=1}^{3} W_{i} W_{j} W_{k} N(\xi, \eta, \iota)^{T} N(\xi, \eta, \iota) \det j(\xi, \eta, \iota),$ (3.3)

где *р* - плотность материала конечных элементов, *N* - матрицы функций формы.

В данной работе представлены основные алгоритмы МКЭ для определения матрицы жесткости и масс элементов. Вычисление жесткости и масс зависит от вида конечных элементов. Процедура определения матрицы жесткости состоит из следующих этапов:

- Ввод данных по узлам и элементам, характеристикам геометрии и материала детали, описание элементов в локальных координатах;
- Построение матрицы дифференцирования перемещений *B*, связывающей с деформациями и перемещениями;

- Построение матрицы упругости *D*, связывающей с напряжениями и деформациями;

- Вычисление матричного произведения *DB* и запись результат на диск;

- Вычисление матричного произведения $B^{T}DB$;

- Использование координат *L* для численного интегрирования матричного произведения *B^TDB* и вычисление матрицы жёсткости для элементов *K*;

- Выполнение преобразования полученной матрицы жёсткости для элементов *К* к глобальным координатам.

Для решения задач динамических характеристик лопаток и ресурса облопаченного диска турбомашин на основе метода конечных элементов необходимо требуется вычислить матрицу масс конструкции. Процедура определения матрицы масс элемента состоит из следующих этапов:

- Ввод входных данных по узлам и элементам, характеристикам геометрии и материала детали, описание элементов в локальных координатах;

- Определение матрицы функций формы *N* с помощью отношения между перемещениями любой точки внутри элемента и перемещениями узлов;

- Определение матричного произведения $N^T N$ и запись на диск;

- Численное интегрирование произведения $\rho N^T N$ для получения согласованной матрицы массы M;

- Выполнение при необходимости обратного преобразования полученной матрицы масс *М* к глобальным координатам.

3.2. Алгоритм для определения расстройки параметров рабочих колес на основе анализа чувствительности

3.2.1. Определение значения расстройки параметров лопаток рабочих колес турбомашин

При расчете механических конструкций различных тел вращения (рабочие колеса турбомашин, компрессор и др.) целесообразно использовать свойство циклической поворотной симметрии, которое позволяет аналитикам значительно снизить вычислительные затраты до модели одного сектора. В конструкциях всегда возникают отличия между лопатками (по массе, геометрии, материалу и т.д.) из-за изготовления, износа при их эксплуатации и других факторов [4]. Эти значения отличия лопаток называются расстройкой параметров и нарушают

циклическую симметрию. Чаще всего расстройка лопаток является маленькой величиной (т.е. собственная частота лопаток различна в нескольких процентах от номинального значения), оказывающий значительное влияние на характеристики колебаний, прочности и ресурс конструкций. Исследование эффекта расстройки параметров играет важную роль при проектировании новых турбомашин и также увеличении ресурса детали механических конструкций. В данном разделе разработан алгоритм для определения значения расстройки лопаток Δf_i по изменению массы.



Рисунок 3.2 – Блок-схема алгоритма для расчета значений расстройки параметров лопаток облопаченного диска

Общая схема алгоритма для определения значения расстройки параметров с применением МКЭ состоит из следующих основных этапов:

- Построение исходных данных лопаток в системе. Основными системами исходных данных являются характеристики геометрии, материала и граничные условия лопатки, координаты и топология элементов;

- Описание элементов в локальных координатах. Вычисление матриц жёсткости и масс элементов;

- Преобразование матриц жёсткости и масс элементов в глобальных координатах для составления ансамбля элементов. Формирование матриц жёсткости и масс для всей конструкции;

- Учет граничных условий задачи;

- Решение задачи на собственные значения и определение собственных частот колебаний;

- Определение значений расстройки Δf_i (j=1, 2, ...) *i*-ой лопатки из уравнения $\Delta f_i = \frac{f_{j,i} - \overline{f}_j}{\overline{f}_j}$; где \overline{f}_j - среднее арифметическое значение основных частот; $f_{j,i}$ - значение

частоты *j*-ой формы колебаний лопаток, i = 1, ..., N (*N* - число лопаток);

- Запись значений расстройки Δf_i на диск.

Блок-схема алгоритма для расчета значений расстройки параметров лопаток облопаченного диска показана на Рисунке 3.2.

3.2.2. Расчет чувствительности лопатки облопаченного диска турбомашин

Разработанная программа используется для определения чувствительности лопатки рабочих колес от изменения массы на основе МКЭ. Реализующая программа предназначена для исследования влияния расстройки параметров лопаточных рабочих колес турбомашин на основе анализа чувствительности. Авторская программа по анализу чувствительности от массовых характеристик была зарегистрирована в Федеральной службе по интеллектуальной собственности [41]. Для реализации метода конечных элемент и исследования влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес турбомашин используется ряд алгоритмических решений.



Рисунок 3.3 – Блок-схема алгоритма для расчета чувствительности облопаченных дисков

турбомашин



Рисунок 3.4 – Интерфейс программы для расчета чувствительности облопаченных дисков турбомашин

Общая схема алгоритма для определения значений чувствительности с применением МКЭ состоит из следующих основных этапов:

- Ввод исходных данных (характеристики о геометрии и материале, граничные условия лопатки, координаты и топология элементов);

- Описание элементов в локальных координатах, вычисление матриц жесткости и масс элементов;

- Преобразование матриц жесткости и масс элементов в глобальных координатах и формирование матриц жесткости и масс для всей конструкции;

- Задание граничных условий задачи;

- Определение собственных частот и форм колебаний лопатки без учета дополнительной массы f_0 и с учетом дополнительной массы в каждом узле элемента f_k ;

- Расчет чувствительности лопатки облопаченного диска по формулам: $\Delta f_k^{\text{max}} = \frac{f_k^{\text{max}} - f_0}{f_0}$

и
$$\Delta f_k^{\min} = \frac{f_k^{\min} - f_0}{f_0};$$

- Определение максимального и минимального расположения чувствительности лопатки от изменения массы;

- Запись результатов на диск и печать графических результатов.

Блок-схема алгоритма для расчета чувствительности облопаченного диска турбомашин от изменения массы показана на Рисунке 3.3. Интерфейс программы для расчета чувствительности облопаченных дисков турбомашин показан на Рисунке 3.4.

3.3. Решение задачи динамических характеристик колебаний облопаченного диска с расстройкой параметров

Определение динамических характеристик колебаний (собственных частот и форм колебаний) является важной задачей и позволяет решать проблему устранения явления резонанса, например, путём изменения формы деталей и повышения ресурса деталей турбомашин под воздействием различных факторов, таких как вращение, расстройка параметров и т.д. В данном разделе представлена общая схема алгоритма для решения задач влияния расстройки параметров на характеристики колебаний облопаченного диска турбомашин на основе МКЭ. Общая схема алгоритма для решения задач динамических характеристик колебаний облопаченного диска с расстройкой параметров состоит из следующих основных этапов:

- Математическое моделирование облопаченного диска с расстройкой на основе МКЭ. Введение значений расстройки и чувствительности в расчете;

• Для решения задачи собственных колебаний облопаченного диска:

- Определение частот и форм собственных колебаний облопаченного диска с расстройкой;

- Запись результатов на диск и печать графических результатов;



Рисунок 3.5 – Блок-схема алгоритма для определения динамических характеристик колебаний рабочих колес турбомашин

• Для решения задачи вынужденных колебаний облопаченного диска:

- Определение векторов возбуждающей нагрузки для всей конструкции;

- Вычисление максимальных значений отклика вынужденных колебаний облопаченного диска с расстройкой параметров;

- Запись результатов на диск и печать графических результатов;

Рисунок 3.5 показывает общую схему алгоритма для решения задач динамических характеристик колебаний облопаченного диска с расстройкой параметров.

3.4. Алгоритм для расчета динамических напряжений

Для решения задач динамических напряжений лопаток облопаченных дисков турбомашин с демпфированием необходимо решить уравнение колебаний

$$M\delta + C\delta + K\delta = F, \tag{3.4}$$

где δ - вектор узловых перемещений; $\ddot{\delta}$ - вектор ускорений узлов конструкции; $\dot{\delta}$ - вектор скорости узлов конструкции; F - вектор узловых сил для всей конструкции; K - матрица жесткости, C - матрица демпфирования и M - матрица масс. Для расчета динамических напряжений используется метод суперпозиции мод с учетом определения собственных частот и форм колебаний лопаток. При методе суперпозиции мод вектор узлового перемещения вычисляется по формуле [1,19]:

$$\delta = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \eta_i, \qquad (3.5)$$

где *n* - число используемых режимов, φ_i - вектор *i*-ой собственной формы колебаний, соответствующий частоте колебаний ω_i^2 , η_i - модальная координата.

Подставляя выражение (3.4) в уравнение движения, получим

$$M\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i} + C\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i} + K\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i} = F_{E}.$$
(3.6)

Умножив уравнение (3.6) на некоторую j-ю моду ϕ_i^T , получим

$$\phi_{j}^{T}M\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i}^{*}+\phi_{j}^{T}C\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i}^{*}+\phi_{j}^{T}K\sum_{i=1}^{n}\phi_{i}\eta_{i}=\phi_{j}^{T}F_{E} .$$
(3.7)

Отметим, что собственные формы имеет условие ортогональности по отношению к матрице жёсткости *K* и матрице масс *M*, т.е.

$$\phi_{j}^{T}M\phi_{i} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0, & i\neq j \end{cases} \quad u \quad \phi_{j}^{T}K\phi_{i} = \begin{cases} \omega_{j}^{2} & i=j \\ 0, & i\neq j \end{cases}.$$
(3.8)

Если предположить также *С* – ортогональность, а демпфирование пропорциональным, то это выражается соотношением

$$\boldsymbol{\phi}_{j}^{T} \boldsymbol{C} \boldsymbol{\phi}_{i} = \begin{cases} 2\omega_{j} \boldsymbol{\xi}_{j} & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}.$$
(3.9)

Модальная координата определяется по уравнению

$$\ddot{\eta}_i + 2\omega_i \zeta_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = R_i(t), \qquad (3.10)$$

где ω_i - собственная круговая частота *i*-ой формы, ζ_i - значение демпфирования для *i*-ой формы, $F_i(t)$ - сила, соответствующая модальной координате

$$F_i(t) = \varphi_i^T F. \tag{3.11}$$

Для лопаточных дисков турбомашин характеристика вектора внешней узловой нагрузки от газодинамических сил на лопатки позволяет решать уравнение (3.10) в следующем виде:

$$\eta_i(t) = e^{-\zeta_i \omega_i t} \left(\alpha_i \sin \varpi_i t + \beta_i \cos \varpi_i t + \frac{F_0^i}{\omega_i^2} \right), \tag{3.12}$$

где

$$\boldsymbol{\varpi}_{i} = \omega_{i}\sqrt{1-\xi_{i}^{2}}, \boldsymbol{\alpha}_{i} = \frac{V_{0}^{i} + \omega_{i}\xi_{i}\left(\eta_{0}^{i} - \frac{F_{0}^{i}}{\omega_{i}^{2}}\right)}{\omega_{i}\sqrt{1-\xi_{i}^{2}}}, \boldsymbol{\beta}_{i} = \eta_{0}^{i} - \frac{F_{0}^{i}}{\omega_{i}^{2}}, \quad (3.13)$$

где η_0^i , V_0^i - модальные перемещения и скорости в начале периода Δt , ξ_i - модальный коэффициент демпфирования *i*-ой формы, F_0^i - сила в течение периода Δt .



Рисунок 3.6 – Блок-схема алгоритма для расчета динамических напряжений рабочих колес турбомашин

Результат перемещений из выражения (3.5) используется при расчете динамических напряжений на основе метода конечных элементов

$$\sigma = DB\delta. \tag{3.14}$$

где *В* - матрица дифференцирования перемещений, связывающей с деформациями и перемещениями; *D* - матрицы упругости, связывающей с напряжениями и деформациями. Алгоритм для определения динамических напряжений по времени был разработан в данном исследовании, а блок-схема алгоритма показана на Рисунке 3.6.

3.5. Алгоритм для прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин

Частота колебаний нагрузки при нестационарном нагружении в ГТД может достигать 1000 Гц. При этих условиях наблюдается усталостное растрескивание, приводящее к отказу изделия. В этой связи разработка моделей усталостного разрушения при нестационарном нагружении является актуальной проблемой. Для решения задачи прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин, разработанные алгоритмы были реализованы в виде оригинального комплекса программ, зарегистрированного в Федеральной службе по интеллектуальной собственности [40] и состыкованы с блоком программы ANSYS для анализа многоцикловой усталости и расчета долговечности роторных элементов с учетом анализа чувствительности и расстройки. Решение задачи прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин с применением МКЭ состоит из следующих этапов:

- Считывание данных о собственных частотах и формах колебаний исследуемой модели, ввод шага времени Δt и интервала времени анализа t_{max} ;

- Вычисление скорости вращения в начале периода Δt и силы F(t), действующей в течение периода Δt ;

- Вычисление напряжений всей конструкции на исследуемой модели и запись напряжения соответствующего времени на диске;

- Рачет многоцикловой усталостной долговечности рабочего колеса при разделении напряжений;

- Запись числовой информации в выходной файл для графической интерпретации результатов.

Блок-схема алгоритма для расчета многоцикловой усталостной долговечности облопаченных дисков турбомашин, вошедшая в комплекс программ, разработанный диссертантом, представлена на Рисунке 3.7.



Рисунок 3.7 – Блок-схема алгоритма для расчета многоцикловой усталостной долговечности

3.6. Выводы

В данной главе представлены основные алгоритмы для определения матриц жесткости и масс используемых конечных элементов. Кроме того, проанализировано применение МКЭ при решении задачи исследования динамических характеристик колебаний и анализе ресурса облопаченного диска с расстройкой параметров деталей турбомашин. Для решения задачи прогнозирования ресурса рабочих колес турбомашин, разработанные алгоритмы были реализованы в виде оригинального комплекса программ BLISK_SENLIFE и состыкованы с блоком программы ANSYS для анализа многоцикловой усталости роторных элементов с учетом анализа чувствительности и расстройки.

Создан и реализован программно комплекс оригинальных проблемно-ориентированных программ (BLISK_SENLIFE) для расчета чувствительности колебаний и долговечности рабочих колес турбомашин без учета и с учетом блочной расстройки параметров с государственной регистрацией программ для ЭВМ. В комплексе программ приведены основные уравнения, в которых моделируется расстройка при расчете. Это является основой, чтобы выбрать подход к анализу влияния расстройки на динамические характеристики и долговечности рабочих колес с применением МКЭ.

Для создания конструкций с повышенной долговечностью, автором предложена авторская программа для оптимального введения преднамеренной расстройки, реализованная в виде пакета программ INTENTIONAL MISTUNING. Построенные алгоритмы в данной диссертационной работе используются на стадии проектирования рабочих колес турбомашин с учетом расстройки параметров по механическому и геометрическому изменению деталей. Разработанный комплекс программ на основе МКЭ не только позволяет увеличивать точность при определении чувствительности лопаток облопаченного диска турбомашин, но и учитывать преднамеренную расстройку по геометрическим и механическим изменениям лопаток для численного анализа и прогнозирования ресурса рабочих колес энергетических турбомашин.

ГЛАВА 4. ЧИСЛЕННО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ НА РЕСУРС РАБОЧИХ КОЛЕС ТУРБОМАШИН С УЧЕТОМ АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ

4.1. Анализ статических характеристик, собственных частот и форм колебаний и тестирование исследуемых моделей

При исследовании статической и динамической прочности лопаток сложной геометрической формы широко применяется метод конечных элементов. Наиболее эффективными расчетными схемами в настоящее время являются конечноэлементные аппроксимации на основе теории трехмерных тел. Анализ точности разработанных математических моделей и алгоритмов выполнен на основе решения разных задач о динамических характеристиках. В этом разделе получены тестированные результаты расчета на статические и динамические характеристики исследуемых моделей с учётом расстройки параметров. Полученные результаты сравнены с результатами аналитического решения, численными результатами других авторов, а также с данными эксперимента. Лопатки моделировались на основе МКЭ, таких как трёхмерных элементов.

В качестве численного примера тестирования для расчёта свободных колебаний с учётом вращения решена задача о колебаниях поворотной консольной лопатки. Основные геометрические и механические характеристики даны в работах [27].



(а, общий вид лопатки; б, характеристики лопатки)

Основные геометрические характеристики имеют вид: длина лопатки $l = 0,328 \, M$, ширина лопатки $b = 0,028 \, M$, толщина лопатки $t = 0,003 \, M$, радиус ротора $r = 0,15 \, M$. А основные механические характеристики имеют вид: модуль упругости материала – $2,17 \cdot 10^5 M\Pi a$, плотность – $7850 \kappa c/m^3$, коэффициент Пуассона – 0,3. Общий вид и характеристики лопатки приведены на Рисунке 4.1. Результаты расчёта частот собственных колебаний, полученных при вращении лопатки с угловой скоростью $\Omega = 100\pi$ (*pad/c*) в системе программ ANSYS APDL и ANSYS WORKBENCH в сравнении с результатом аналитического решения, представлены в Таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Расчёт частот собственных колебаний поворотной консольной лопатки с угловой скоростью Ω = 100π (рад/с)

Формы колебаний	Аналитическое решение [1]	КЭ SHELL 63 [1]		KЭ STIO 18 (BLADIS+) [27]		КЭ ТЕТ 10	
	$f(\Gamma$ ц)	$f(\Gamma$ ц)	Δf, %	$f(\Gamma$ ц)	Δf, %	$f(\Gamma$ ц)	Δf, %
1	52,75	52,01	-1,40	51,32	-2,71	52,065	-1,3
2	215,58	-	-	-	-	214,46	-0,52



Рисунок 4.2 – Основные формы колебаний консольной лопатки

Полученные формы колебаний консольной лопатки показаны на Рисунке 4.2. Видно, что программа ANSYS WORKBENCH с использованием конечного элемента TET 10 даёт результаты, хорошо согласующиеся с результатами аналитического решения и данными анализа при использовании программы ANSYS APDL.

Лопатка рабочего колеса обладает спектром собственных частот и форм колебаний. Эти показатели являются определяющими, так как полностью представляют динамические свойства лопаток, их способности отзываться на различные виды воздействий, определяют колебательные процессы лопаток. Поэтому расчет и исследование спектров собственных частот и форм колебаний лопаток является первой задачей при их проектировании. Особенно важен учет оборотов вращения. В качестве следующего примера тестирования алгоритма с учётом вращения рассмотрена другая консольная пластина постоянной толщины. Основные геометрические и механические характеристики имеют вид: длина пластины - $0,069 \, M$, ширина - $0,0175 \, M$, толщина - $0,004 \, M$, модуль упругости материала - $2,0\cdot10^5 \, M\Pi a$, плотность - $7850 \, \kappa e \, / \, M^3$, коэффициент Пуассона - 0,3. Исследуемая консольная пластина постоянной толщины, которая (Рисунок 4.3) аппроксимировалась системой 16 конечных элементов STIO 18 и имела 72 степени свободы без стесненных узлов в месте жесткой заделки в программном комплексе BLADIS+ [27].



Рисунок 4.3 – Тестовая пластина (а, модель 3D; б, конечноэлементная модель)

Формы	Ω=0 рад/с	Ω=500	рад/с	Ω=1000 рад/с		Ω=1500 рад/с	
колебаний	f	f	$\Delta f, \%$	f	$\Delta f, \%$	f	$\Delta f, \%$
Аналитическое решение							
1	715	735	2,8	792	10,8	879	22,9
3	4784	4787	0,1	4796	0,25	4811	0,57
4	5612	5614	0,05	5622	0,18	5635	0,42
МКЭ							
1	715	736	2,9	797	11,5	889	24,4
3	4784	4806	0,4	4870	1,8	4976	4,0
4	5612	5617	0,08	5615	0,05	5631	0,34

Таблица 4.2 – Расчёт частот собственных колебаний пластины (BLADIS+) с учётом вращения (Гц) при Ω=0, 500, 1000, 1500 (рад/с)

Результаты расчетов по аналитическому решению, BLADIS+ и ANSYS MECHANICAL APDL на основе МКЭ приведены в Таблице 4.2. Рисунок 4.4 показывает первые четыре собственные формы колебаний тестовой пластины с разными характерами.



Форма 1 Форма 3 Форма 4 Рисунок 4.4 – Основные формы колебаний тестовой пластины

4.2. Результаты численно-экспериментального исследования академического рабочего колеса турбомашин с 10-ю лопатками

В данном разделе выполнен численный анализ чувствительности колебаний рабочих лопаток энергетических турбомашин и академических лопаточных структур с расстройкой лопаток основе конечноэлементных математических моделей. Исследование на математического моделирования при анализе чувствительности лопатки позволяет значительно уменьшить число дорогостоящих экспериментальных исследований, необходимых для проектирования лопаточных структур энергетических турбомашин, а также сократить время проектирования и увеличить надежность лопаток и облопаченных дисков. Анализ чувствительности лопаток дает области влияния изменения массы (как дополнительной массы) на собственные частоты и формы колебаний лопаток, эффективно используется при оптимизации облопаченных дисковых структур. С помощью такого анализа можно получить уменьшение уровней напряжений и изменение частот колебаний на операционных диапазонах скоростей вращения компрессоров турбомашин. Многие исследования разных авторов показали, что явление расстройки параметров способно оказывать значительное влияние на ресурс энергетических и транспортных турбинных двигателей вследствие того, что при вынужденных колебаниях рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров амплитуда и динамические напряжения могут резко увеличиться.

В качестве объекта исследования рассмотрено академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками. Основные механические характеристики исследуемого объекта имеют вид: материал рабочего колеса – сталь, модуль Юнга - $2,1\cdot10^5 H/M^2$, плотность - 7850 κ_Z/M^3 , коэффициент Пуассона – 0,3.



Рисунок 4.5 – Академическое рабочее колесо с 10-ю лопатками (а, общий вид; б, вид одного сектора; в, конечноэлементная модель сектора)



Рисунок 4.6 – Формы колебаний академического рабочего колеса

Общий вид академического колеса представлен на Рисунке 4.5. Численные исследования в данной работе выполнены на модельных и реальных конструкциях и также подкреплены экспериментальными данными. Конструкция была жестко закреплена по ободу диска. В качестве конечноэлементной модели в данной работе применяется конечный элемент ТЕТ10 коммерческой программы ANSYS WORKBENCH с 3-мя степени свободы в узле и с общим количеством конечных элементов одного сектора – 2925 и 5741 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет - 17233.

Собственная частота и форма колебаний представляют динамические свойства лопаток рабочего колеса турбомашин и определяют колебательные процессы лопаток. Таким образом, исследование собственных частот и форм колебаний лопаток является важной задачей при проектировании турбомашин. Рисунок 4.6 показывает виды низших форм колебаний (форма 2) и более сложные формы колебаний (формы 5, 7, 8, 10) полного академического рабочего колеса с 10-ю лопатками.

Форма	Частота в ABAQUS	Частота в ANSYS	Эксперимент
колебаний	f	f	авторов
1	264,49	260,57	-
2	923,46	905,4	919,69
3	1361,5	1342,1	-
4	1958,0	1937,3	-
5	2857,1	2748,0	2752,50
6	3745,7	3689,0	-
7	4957,6	4510,5	4489,84
8	5422,9	4915,2	5319,30
9	5628,6	5348,2	-
10	7204,2	7036,2	6914,84

Таблица 4.3 – Расчет частот собственных колебаний одного сектора модельного колеса

(Гц)

Результаты расчета частот собственных колебаний одного сектора в сравнении с экспериментом и результатами, полученными в программном комплексе ANSYS и ABAQUS приведены в Таблице 4.3. Рисунок 4.7 показывает виды циклической симметрии академического рабочего колеса для первой формы колебаний.



Рисунок 4.7 – Виды циклической симметрии (ЦС) рабочего колеса для первой формы колебаний

Применение функций чувствительности исследовано для управления и повышения эффективности ввода расстройки. Анализ чувствительности лопатки может помочь определению расположения зон расстройки и быть полезен для проектирования лопаток повышенной надежности и нового дизайна конструкций. Также анализ чувствительности позволяет создать эффективные модели расстройки и снизить уровни возникающих напряжений в лопатках, а следовательно увеличить их ресурс. Эффективная методика анализа чувствительности лопаток облопаченного диска для определения мест расположения зон расстройки с дополнительными массами при их максимальном влиянии на динамический отклик конструкции рассмотрена в этой работе.



Рисунок 4.8 – Анализ чувствительности лопаток академического рабочего колеса турбомашины

Если анализ чувствительности и влияния расстройки для низших форм колебаний лопаток можно предсказать, то анализ высокочастотных колебаний и конструкций сложной формы (радиальные, охлаждаемые и др. конструкции) весьма проблематичен. Рисунок 4.8 показывает расчет чувствительности лопаток академического рабочего колеса турбомашины. Чувствительность показана для пера лопатки рабочего колеса, где видны точки максимального и минимального влияния от места добавления массы для каждой исследованной формы колебаний.

Анализ чувствительности форм колебаний на Рисунке 4.8 показывает, что зоны максимальной чувствительности от расположения масс на лопатке совпадают с зонами максимального перемещения при колебаниях. Расположение масс на узловых линиях лопатки практически не изменяет ее собственную частоту. Расположение масс на периферии лопатки снижает собственные частоты (синий цвет). А чтобы максимизировать частоту собственных колебаний, необходимо поместить массу в корневую часть лопатки (красный цвет). Система экспериментального измерения, предложенная автором в БТУ, для анализа колебаний облопаченного диска (лазерный сканирующий виброметр) представлена на Рисунке 4.9. и применена для верификации применяемых математических моделей.



Рисунок 4.9 – Экспериментальное исследование расстройки параметров академического колеса турбомашин

Схема экспериментальной установки системы лазерного сканирующего виброметра состоит из диска с лопатками, устройства управления, лазерного виброметра, модального молотка, дополнительной массы и подушки из пены. Таблица 4.4 показывает численно-

экспериментальный результат частот собственных колебаний рабочего колеса с 10-ю лопатками.

Номер	Форм	a 2	Форг	ма 5	Форма 7		Форма 8		Форма 10	
лопатки	МКЭ	Эксп.	МКЭ	Эксп.	МКЭ	Эксп.	МКЭ	Эксп.	МКЭ	Эксп.
1	905,4	919,69	2748,0	2752,50	4510,5	4489,84	4915,2	5319,30	7036,2	6914,84
2	905,5	920,08	2748,0	2756,72	4510,5	4498,98	4915,3	5324,61	7038,2	6923,83
3	905,7	921,48	2748,1	2757,34	4510,6	4501,02	4915,4	5328,91	7039,4	6930,23
4	906,1	920,08	2748,2	2753,98	4510,6	4491,88	4915,4	5322,27	7043,7	6918,83
5	906,1	920,63	2749,0	2757,50	4512,0	4499,84	4918,2	5327,11	7043,9	6924,22
6	906,2	921,33	2749,3	2756,41	4512,1	4494,30	4918,7	5326,48	7044,2	6924,38
7	906,4	922,58	2749,4	2758,44	4512,5	4502,50	4919,8	5329,69	7048,2	6934,53
8	907,2	922,03	2749,2	2758,52	4514,5	4500,55	4919,9	5330,00	7049,2	6927,11
9	907,4	922,34	2750,0	2759,14	4514,7	4503,98	4920,2	5332,97	7049,4	6933,91
10	907,5	921,17	2750,5	2757,27	4515,2	4497,57	4920,4	5328,35	7049,6	6925,03

Таблица 4.4 – Численно-экспериментальный результат частот колебаний рабочего колеса (Гц)

На следующем этапе исследования проанализированы три виды влияния распределения массы лопаток по ободу рабочего колеса на их долговечность (Рисунок 4.10). Первый и второй вид исследования с дополнительными массами, которые присоединились на периферии лопаток в синей точке с одинаковым значением 5,0 г (Рисунок 4.8, форма 5 и 7).



Рисунок 4.10 – Распределение массы лопаток рабочего колеса с 10-ю лопатками (а, Вид 1; б, Вид 2; в, Вид 3)

Третий вид с дополнительными массами 5,0 г в красной точке закругления нижнего левого края лопатки (Рисунок 4.8, форма 5). Рисунок 4.11 показывает результаты расчета долговечности академического рабочего колеса с дополнительными массами при разных распределениях массы на лопатке.



Рисунок 4.11 – Расчет долговечности академического рабочего колеса с дополнительными массами

Лопатка нагружалась от соплового возбуждения при числе сопел z=10 и нагрузке 100 H. Рассмотрен режим разгона лопатки с угловой скоростью вращения 100 (1/с) в течение 5 с. При расчете долговечности применены: метод схематизации нагружений Rain-Flow («метод дождя») и гипотеза накопления усталостных повреждений Palmgren-Miner.

Φopγα	Вид 1		Вид	ų 2	Вид 3				
Форма	Собственные частоты (Гц)								
колсоании	TET 10	Экс.	TET 10	Экс.	TET 10	Drea [ETV]			
	(ANSYS)	[БТУ]	(ANSYS)	[БТУ]	(ANSYS)	JKC. [DI 9]			
1	235,05	-	235,03	-	261,78	-			
2	755,95	803,98	756,12	799,61	902,75	-			
3	1331, 4	-	1330,7	-	1419,5	-			
4	2262,2	2470,55	2262,0	2257,5	2728,1	-			
5	3246,3	-	3239,2	-	3551,9	-			
Долговечность	1,3106.106		$1,0977 \cdot 10^{6}$		$1,0309 \cdot 10^{6}$				

Таблица 4.5 – Расчет долговечности лопаток с учетом анализа чувствительности

(в циклах)

Таблица 4.5 показывает результаты расчета долговечности в циклах работы с расстройкой параметров, вызванной разной массой лопаток в сравнении с экспериментом БТУ. Из результатов видно, что наибольшей долговечностью обладает колесо с присоединением дополнительных масс к периферии лопаток в синей точке (вид 1). При изменении расположения дополнительной массы 5,0 г, приводящее к максимальной расстройке лопаток, получаем наименьшее значение долговечности лопаток рабочих колес (вид 3). Вид 2 с присоединением дополнительных масс на левой периферии лопатки (Рисунок 4.8, форма 7) дает среднее значение долговечности академического рабочего колеса.

4.3. Выводы

В четвертой главе приведено тестированние результатов расчета на статические, динамические характеристики поворотной консольной лопатки и консольной пластины постоянной толщины в сравнении с результатами аналитического решения, численными результатами других авторов, а также с данными эксперимента. Кроме этого, в данной главе выполнен комплексный численный анализ чувствительности колебаний рабочих лопаток академических лопаточных структур с расстройкой на основе пакетов программ ANSYS и BLISK SENLIFE.

Представлены числено-экспериментальные результаты динамических характеристик, чувствительности колебаний и долговечности лопаток академического рабочего колеса турбомашины на основе МКЭ. Для экспериментального подтверждения адекватности разработанных лично автором математических моделей, методов решения и созданных программ выполнено оригинальное авторское экспериментальное исследование с помощью системы измерения (лазерный сканирующий виброметр) в Бранденбургском техническом университете.

На примере академического рабочего колеса проведен численный анализ статических, динамических и ресурсных характеристик с учетом анализа чувствительности. Впервые, автором выявлены новые закономерности формирования изолиний чувствительности, получено хорошее согласование численных и экспериментальных данных, что позволяет распространить разработанные математические модели, методики и комплексы программ на исследование введения влияния преднамеренной расстройки как академических, так и реальных турбин.

ГЛАВА 5. УВЕЛИЧЕНИЕ РЕСУРСА ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ТУРБОМАШИН ПУТЕМ ВВЕДЕНИЯ ПРЕДНАМЕРЕННОЙ РАССТРОЙКИ ПАРАМЕТРОВ

Ресурс деталей ГТД определяется совокупностью статических и динамических напряжений от действующих нагрузок. Снижение напряжений в конструкциях повышает их ресурсные возможности. Повысить надежность и ресурс лопаточных конструкций можно за счет возмущающих сил, путем воздействия на их амплитуду. С этой целью рекомендуется изменять геометрические характеристики лопаток (изменение радиуса перехода лопатки в диск, утолщение или утонение лопатки и др. факторы).

В данной диссертационной работе проанализирован эффект преднамеренной расстройки для осевых облопаченных дисков турбокомпрессора с целью снижения вынужденного отклика. Значение максимального вынужденного отклика лопаток роторов турбомашин с расстройкой параметров обычно намного больше, чем у настроенных роторов. Увеличение уровня расстройки этого критического значения фактически приводит к уменьшению коэффициента увеличения амплитуды. Таким образом, актуальной работой является ввести некоторую степень преднамеренной расстройки в конструкцию системы для достижения этих целей. В этом разделе исследуется эффективность внесения преднамеренной расстройки в стадии проектирования облопаченных дисков турбомашин, вводимой в конструкцию ротора при разных геометрических изменениях лопатки. Рассмотрен объект исследования - академическое колесо с 10-ю лопатками, изготовленное в Бранденбургском техническом университете (БТУ), Германия (Рисунок 5.1). Конструкция была жестко закреплена по ободу диска.



(a, 3D диск; б, конечноэлементная модель)

Резонансная диаграмма (Кэмпбэлл) лопатки в диапазоне 0-100 (1/с) для первых шести форм колебаний представлена на Рисунке 5.2.



Рисунок 5.3 – Вид динамической нагрузки для 10-й гармоники возбуждения

Далее были исследованны вынужденные колебания для вышеописанных случаев (раздел 2.4). Рабочая лопатка возбуждалась через 10 сопловых лопаток (z=10). Вид динамической нагрузки для 10-й гармоники возбуждения представлен на Рисунке 5.3. Для получения результата динамической нагрузки в диссертационной работе рассмотрены исходные данные $\alpha = 0^{\circ}$ - угол закрутки лопатки, $\psi_r = 45^{\circ}$ - угол установки лопатки по радиусу относительно корня и $\delta_r = 30^{\circ}$ - угол между хордой и направлением скорости течения, которые применяются в формуле (2.100) на основе данных геометрии рассматриваемой лопатки облопаченного диска.

Далее для вычисления подъёмной силы $F_L(t)$ и силы сопротивления $F_D(t)$ в формуле (2.97 и 2.98), L=100~H представляет собой статическую часть, z=10 - число сопел, $\varphi = z \int \Omega dS$ -

фаза периодического соплового возбуждения. В режимах разгона и торможения ротор вращается с переменной угловой скоростью, изменяющейся по закону $\Omega = \Omega_0 + \beta t$. Рассмотрена $\Omega_0 = 0$ - начальная угловая скорость ротора; $\beta = 100$ - угловое ускорение ротора $(1/c^2)$; t = 5 c – время. После этого для вычисления спектра возбуждения нагрузки по формуле (2.100) $\mu = 0,05 m$ представляет ширина лопатки между сопловыми лопатками и рассмотрено значение v = 10 для 10-й гармоники возбуждения.

5.1. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных радиусах перехода лопатки в диск академического рабочего колеса

Впервые в проведенных авторами исследованиях решено проанализировать моделирование расстройки исходя из реальной конструкции рабочего колеса и фактически без нарушения аэродинамических свойств конструкции, что может быть использовано при проектировании и доводке реальных деталей турбомашин.



Рисунок 5.4 – Варианты расстройки в виде изменения радиуса скругления перехода лопатки в обод диска

(а, вариант R=7 mm; б, вариант R=3 mm; в, вариант R=1 mm)

В качестве такого вида расстройки рассмотрено изменения радиуса скругления перехода пера лопатки в обод диска. Рисунок 5.4 показывает три варианта изменения скругления и вариант с радиусом R=5 мм как у исходного рабочего колеса. В Таблице 5.1 представлено изменение массы рабочей лопатки при различных радиусах перехода пера лопатки в обод диска.

R (мм)	т (грамм)	Δm (%)
7	383,81	+0,6
5	381,55	0
3	379,05	-0,66
1	377,66	-1,02

Таблица 5.1 – Расчет изменения масс лопатки при изменении радиуса нижнего края

Таблица 5.2 демонстрирует значения собственных частот колебаний рабочей лопатки с различными радиусами перехода пера лопатки в обод диска (закреплена жестко по нижней кромке перехода).

Таблица 5.2 – Расчет собственных частот колебаний (f) разных вариантов по изменению радиуса нижнего края лопатки, (Гц)

Форма колебаний	R=7 мм	R=5 мм	R=3 мм	R=1 мм
1	267,05	261,67	255,22	250,16
2	910,87	902,68	891,58	882,22
3	1447,8	1418,8	1382,4	1354,4
4	2759	2727,9	2686,6	2651,4
5	3555,3	3553,4	3545,9	3551,0
6	3851,4	3779,3	3688,7	3616,5
7	4482,2	4470,2	4468,7	4455,7
8	5392,3	5314,9	5224,2	5140,3
9	6939,1	6900,0	6882,5	6845,3
10	7536,4	7398,6	7220,9	7082,1

Таблица 5.3 – Расчет значения расстройки частотных параметров от изменения радиуса перехода нижнего края лопатки $\Delta f(\%)$

Форма колебаний	R=7 мм	R=3 мм	R=1 мм
1	2,06	-2,46	-4,4
2	0,91	-1,23	-2,27
3	2,04	-2,7	-4,54
4	1,14	-1,51	-2,8
5	0,05	-0,21	-0,07
6	1,91	-2,4	-4,31
7	0,27	-0,03	-0,32
8	1,46	-1,71	-3,29
9	0,57	-0,25	-0,79
10	1,86	-2,4	-4,28

лопатки

В Таблице 5.3 приведены изменения частоты свободных колебаний лопаток от величины радиуса перехода пера лопатки в обод диска. Видно, что уменьшение радиуса перехода, как правило, существенно уменьшает частоту собственных колебаний, однако для пятой формы колебаний оно незначительно (Рисунок 5.5). На основе конечноэлементной модели в данной работе применяется конечный элемент ТЕТ10 программы ANSYS WORKBENCH с 3-мя степенями свободы в узле и с общим количеством конечных элементов - 38830 и 76280 узловыми точками. Общее количество степеней свободы составляет - 228840 (Рисунок 5.1б). Рисунок 5.6 показывает значения расстройки частот колебаний рабочего колеса без преднамеренной расстройки.



Рисунок 5.5 – Формы колебаний единичной лопатки



Рисунок 5.6 – Расчет частот колебаний рабочего колеса без преднамеренной расстройки

5.1.1. Первый вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки

На следующем этапе анализа рассмотрим первую блочную модель (БМ 1) расстройки лопаток с изменением радиуса закругления нижнего края лопатки R=3 (вариант без расстройки имеет R=5 мм), как 1 расстроенная лопатка в одной из 5-ти групп расстройки (Рисунок 5.7). Рисунок 5.8 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток диска первой блочной модели расстройки.



Рисунок 5.7 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.8 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с с изменением радиуса нижнего края лопатки R=3 (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.9 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой блочной модели

Значения коэффициентов увеличения амплитуды колебаний оказались меньше, чем максимальный коэффициент увеличения амплитуды колебаний в зависимости от числа лопаток рабочего колеса у Whitehead ($\gamma_{maxc} = 2,08$). Рисунок 5.9 иллюстрирует, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток академического колеса при второй и четвертой форме колебаний, а третья форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{maxc} = 1,63$ (уменьшает на 21,6% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{maxc} = 1,1$) показывает, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 47,2% в сравнении с результатом максимального на 47,2% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 47,2% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 47,2% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Иніtehead).



Рисунок 5.10 – Блочные модели расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=3 (а, вторая модель; б, третья модель; в, четвертая модель)

Далее рассмотрим вторую, третью и четвертую блочную модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=3 на переходе лопатки в диск, как 2, 3 и 5 лопатки в одной группе расстройки (Рисунок 5.10). Рисунок 5.11 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) для различных блочных моделей расстройки первого варианта. Из результатов видно, что третья форма колебаний обладает самым большим значением максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 1,6$ (уменьшает на 23,1% в сравнении с результатом максимального коэффициент увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{\text{макс}} = 1,05$) показывает, что получен самый эффективный результат для третьей блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 49,5% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).



Рисунок 5.11 – Значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) с изменением радиуса нижнего края лопатки R=3

5.1.2. Второй вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки

Во втором варианте исследования рассмотрим первую блочную модель расстройки лопаток с изменением радиуса закругления нижнего края лопатки R=1 (вариант без расстройки имеет R=5 мм), как 1 лопатка в одной группе расстройки (Рисунок 5.12).



Рисунок 5.12 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=1 (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.13 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с изменением радиуса нижнего края лопатки R=1 (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.14 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой блочной модели

Рисунок 5.13 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток диска первой блочной модели расстройки. Рисунок 5.14 иллюстрирует, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лля всех лопаток академического колеса при первой форме колебаний, а третья форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{marc} = 1,72$ (уменьшает на 17.3% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead). Максимальный коэффициент увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{_{Makc}} = 1,08$) показывает, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 48,1% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).



Рисунок 5.15 – Блочные модели расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=1

(а, вторая модель; б, третья модель; в, четвертая модель)

Далее рассмотрим вторую, третью и четвертую блочную модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=1 на переходе лопатки в диск (Рисунок 5.15). Рисунок 5.16 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) для различных блочных моделей расстройки второго варианта.



Рисунок 5.16 – Значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) с изменением радиуса нижнего края лопатки R=1

Из результатов видно, что третья и пятая форма колебаний обладает самым большим значением максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 1,71$ (уменьшает на 17,79% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead). Максимальный коэффициент увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{\text{макс}} = 1,02$) показывает, что получен самый эффективный результат для третьей блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 50,96% в сравнении с результатом максимального коэффициента и величения амплитуды Сравнении с результатом максимального колеса (уменьшает на 50,96% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).

5.1.3. Третий вариант исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки

Для третего варианта исследования по блочной модели с изменением радиуса закругления лопатки рассмотрим первую блочную модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7, как 1 лопатка в одной группе расстройки (Рисунок 5.17). Рисунок 5.18 показывает расчет значения расстройки частот колебаний лопаток диска первой блочной модели расстройки.



Рисунок 5.17 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7 (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.18 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7 (1 лопатка в одной группе расстройки)

Рисунок 5.19 показывает, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток академического колеса при второй форме колебаний, а третья форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 2,15$ (повышает на 3,34% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения увеличения амплитуды Whitehead).



Рисунок 5.19 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой блочной модели

Максимальный коэффициент увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{_{MAKC}} = 1,95$) показывает, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 6,25% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).



Рисунок 5.20 – Блочные модели расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7

(а, вторая модель; б, третья модель; в, четвертая модель)
Далее рассмотрим вторую, третью и четвертую блочную модель расстройки лопаток с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7, как 2, 3 и 5 лопатки в одной группе расстройки (Рисунок 5.20). Рисунок 5.21 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) для различных блочных моделей расстройки третьего варианта.



Рисунок 5.21 – Значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) с изменением радиуса нижнего края лопатки R=7

В Таблице 5.4 приведены значения максимального коэффициента увеличения амплитуды от изменения радиуса перехода пера лопатки в обод диска с учетом преднамеренной расстройки. В первой строке таблицы для каждой БМ показано значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1T), а во второй строке – значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1B). Из результатов таблицы видно, что максимальное значение -50,96% это снижение максимальных перемещений конструкции с расстройкой в сравнении с настроенной конструкцией по предложению Whitehead (1.6) для формы (1T), БМЗ при R5 – R1.

Блочная модель		R5-R1		R5 – R3		R5 – R7	
		<i>үмакс</i>	%	<i>ү</i> макс	%	<i>Үмакс</i>	%
1	1T	1,72	-17,31	1,63	-21,6	2,15	+3,34
1	1B	1,18	-43,3	1,2	-42,3	1,95	-6,25
2	1T	1,68	-19,71	1,54	-25,96	2,34	+12,96
	1B	1,17	-43,75	1,18	-43,3	1,94	-6,7
3	1T	1,71	-17,79	1,6	-23,1	2,3	+10,57
	1B	1,02	-50,96	1,05	-49,5	1,99	-4,5
4	1T	1,58	-24,04	1,53	-26,4	2,19	+5,3
4	1B	1,1	-47,1	1,12	-46,1	1,9	-8,65

Таблица 5.4 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды от изменения радиуса нижнего края лопатки

5.2. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных толщинах лопатки

Следующим этапом исследования явился расчет и анализ изменения собственных частот колебаний и напряжений от геометрических параметров. На примере осевой лопатки академического колеса турбомашины проанализирована точность прогноза изменения собственных частот колебаний и статических напряжений при различных геометрических изменениях лопатки, а именно: утолщение и утонение на 10% по всей лопатке (Рисунок 5.22). Для анализа возможностей использования преднамеренной расстройки в проектировании компрессорной лопатки ГТД, выполнены численные исследования статического НДС при оборотах n=50 и 100 (1/с). В Таблицах 5.5 и 5.6 приведены расчета статического напряжения σ_z по изменению толщины лопатки на ±10% с учетом вращения для 50 и 100 (1/с).



Рисунок 5.22 – Разные варианты по изменению толщины лопатки академического колеса (а, реальный вариант; б, утолщение на 10%; в, утонение на 10%)



Таблица 5.5 – Расчет статического напряжения σ_z по изменению толщины лопатки на $\pm 10\%$ с учетом вращения 50 и 100 (1/с)

Толщина лопатки	n=50 1/c	n=100 1/c
	Статические напряжения (МПа)	
H_0	16.92	67.679
$H_1 = 1.1 * H_0$	16.296	65.182
$H_2=0.9*H_0$	17.164	68.656

Таблица 5.6 – Значение статического напряжения σ_z по изменению толщины лопатки на $\pm 10\%$ с учетом вращения 50 и 100 (1/с)

В Таблице 5.7 приведены результаты частот собственных колебаний исходной модели и показан анализ влияния утолщения/утонения на 10% всей лопатки на частоты. Анализ таблицы показал что, при изменении толщины лопатки, уменьшение толщины ведет к уменьшению собственных частот колебаний и наоборот. Сильнее изменяются изгибные собственные формы, менее крутильные.

Таблица 5.7 – Расчет собственных частот колебаний с учетом вращения 50 и 100 (1/с) по изменениям толщины лопатки на ±10%, (Гц)

		H ₀	
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c
1	261,67	270,73	295,86
2	902,68	905,96	915,52
3	1418,8	1428,3	1454,5
4	2727,9	2733	2747,5
5	3553,4	3552,8	3553,9
6	3779,3	3789	3813,4
7	4470,2	4471,4	4476,4
8	5314,9	5322,1	5341
9	6900	6900,7	6907,2
10	7398,6	7412,3	7438,7
	Ι	$H_1 = 1.1 * H_0$	·
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c
1	286,53	294,68	317,81
2	998,68	1001,6	1010,2
3	1577,1	1585,1	1608,9
4	3051,3	3055,7	3068,8
5	3487,8	3488,1	3488,9
6	4215,2	4222,8	4245,3
7	5054,1	5055,5	5059,6
8	5932,3	5938	5955,1
9	7720,4	7722,3	7728,2

10	8243,5	8251,5	8275,5				
	$H_2=0.9*H_0$						
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c				
1	238,43	248,32	275,76				
2	807,32	810,93	821,67				
3	1267,3	1277,1	1306,2				
4	2406,8	2412,2	2428,6				
5	3348,9	3357,9	3384,6				
6	3637,3	3637,6	3638,5				
7	3889,6	3891,6	3897,8				
8	4703,9	4710,9	4732				
9	6083,1	6085,5	6092,8				
10	6574	6583,9	6613,3				



Рисунок 5.23 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением толщины лопатки на - 10% (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.24 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с изменением толщины лопатки на -10% (1 лопатка в одной группе расстройки)

На следующем этапе анализа рассмотрим первую блочную модель расстройки лопаток с изменением толщины лопатки на -10%, как 1 лопатка в одной группе расстройки (Рисунок 5.23). Рисунок 5.24 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток первой блочной модели расстройки.



Рисунок 5.25 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой блочной модели

Рисунок 5.25 показывает, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток академического колеса при первой форме колебаний, а четвертая форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 1,9$ (уменьшает на 8,6% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{\text{макс}} = 1,24$) показывает, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 40,38% в сравнении с результатом максимального коэффициента и амплитуды Whitehead).

Далее рассмотрим вторую, третью и четвертую блочную модели расстройки лопаток с изменением толщины лопатки на -10%, как 2, 3 и 5 лопатки в одной группе расстройки (Рисунок 5.26). Рисунок 5.27 показывает значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) для различной блочной модели расстройки.



Рисунок 5.26 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением толщины лопатки на -10% (а, вторая модель; б, третья модель; в, четвертая модель)



Рисунок 5.27 – Значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) с изменением толщины лопатки на - 10%.

В Таблице 5.8 приведены значения максимального коэффициента увеличения амплитуды при разных толщинах лопатки с учетом преднамеренной расстройки. В первой строке таблицы каждой БМ показано значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1T), а во второй строке – значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для изгибной формы (1B).

Блочная модель		Утонение 10%		Утолщение 10%	
		<i><i>Үмакс</i></i>	%	<i><i>Үмакс</i></i>	%
1	1T	1,9	-8,6	2,15	+3,2
1	1B	1,34	-35,58	1,86	-10,4
2	1T	1,85	-11,05	2,18	+4,89
	1B	1,25	-39,9	1,9	-8,6
3	1T	1,83	-12,02	2,26	+8,4
5	1B	1,14	-45,2	1,93	-7,5
4	1T	1,7	-18,27	2,24	+7,8
	1B	1,27	-38,9	1,92	-7,7

Таблица 5.8 – Результаты максимального коэффициента увеличения амплитуды при утолщении/утонении (±10%) лопаток

Видно, что результаты исследования показывают надежность и эффективность применения преднамеренной расстройки в моделях облопаченных дисков, чтобы повысить максимальный коэффициент увеличения амплитуды на 9% при утолщении 10 % по всей лопатке. А также уменьшить максимальный коэффициент увеличения амплитуды около 45% при утонении на 10 % по всей лопатке на основе использования разных вариантов блочной модели расстройки лопаток облопаченного диска.

5.3. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных вариантах скоса верхней кромки лопатки

В качестве следующего вида преднамеренной расстройки рассмотрено изменение скоса верхней кромки лопатки академического колеса.



Рисунок 5.28 – Два варианта среза уголка выходной кромки лопатки (а, t=30мм, $\alpha = 8^{\circ}$; б, t=15мм, $\alpha = 60^{\circ}$)

Рисунок 5.28 показывает два варианта изменения уголка среза выходной кромки лопатки. В первом варианте угол среза выбран 8 градусов с длиной среза 30 мм на правой верхней кромки лопатки. Второй вариант выполняется с углом среза 60 градусов и длиной среза 15 мм. Для анализа влияния преднамеренной расстройки академической лопатки выполнены численные исследования статического напряжения при оборотах n=50 и 100 (1/c). В Таблицах 5.9 и 5.10 приведены расчет и значение статического напряжения σ_z по изменению скоса верхней кромки лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/c).



Таблица 5.9 – Расчет статического напряжения σ_z по изменению скоса верхней кромки лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/c)

117



Таблица 5.10 – Значение статического напряжения σ_z по изменению скоса верхней кромки лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/с)

Скоса попатки	n=50 (1/c)	n=100 (1/c)	
Скоса лопатки	Статические напряжения (МПа)		
α ₀ (без среза)	16,92	67,679	
t= 30 мм, $\alpha = 8^{\circ}$	17,175	68,701	
t= 15 mm, $\alpha = 60^{\circ}$	18,008	72,031	

Из результатов таблицы видно, что все варианты по изменению скоса верхней кромки лопатки дали повышенные результаты статического напряжения лопатки академического колеса. Анализ таблицы показывает, что статическое напряжение второго варианта повышает напряжение на 6,4% в сравнении с вариантом без среза лопатки при вращении в 50 и 100 (1/с).

 α_0 (без среза) Форма n=0 1/c n=50 1/c n=100 1/c 261,67 270,73 295,86 1 2 902.68 905,96 915,52 3 1418,8 1428,3 1454,5 4 2727,9 2733 2747,5 5 3553,4 3552,8 3553,9 3779,3 6 3789 3813,4 7 4470,2 4471,4 4476,4 8 5314,9 5322,1 5341 9 6900 6900,7 6907,2 10 7398,6 7412,3 7438,7

Таблица 5.11 – Расчет собственных частот колебаний с учетом вращения 50 и 100 (1/с)

по изменению скоса верхней кромки лопатки, (Гц)

	Первый вариант (t= 30 мм, $\alpha = 8^{\circ}$)					
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c			
1	268,37	277,15	301,87			
2	923,9	927,09	936,57			
3	1456,4	1465	1490,7			
4	2805,9	2810,7	2825,2			
5	3614,9	3615,3	3616,4			
6	3853,3	3861	3883,9			
7	4573,1	4575,1	4581,1			
8	5495,6	5501,7	5520,2			
9	6972,9	6975,3	6982,5			
10	7616,8	7625,2	7650,3			
	Второй вариа	нт (t= 15 мм, $\alpha = 60^{\circ}$)				
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c			
1	278,15	286,66	310,73			
2	1000,1	1003,3	1012,9			
3	1479,3	1487,5	1511,9			
4	2949,5	2954	2967,5			
5	3732	3732,9	3735,2			
6	3830,9	3837,9	3859,4			
7	5059,8	5063,1	5073			
8	5889,1	5893,1	5905			
9	7212,5	7218,6	7236,4			
10	7970,8	7975,9	7991			

В Таблице 5.11 приведены результаты частот собственных колебаний исходной модели и показан анализ влияния скоса верхней кромки лопатки на частоты. Анализ таблицы выявил что, при изменении скоса верхней кромки лопатки, увеличение угла среза выходной кромки лопатки ведет к увеличению собственных частот колебаний. Сильнее изменяются изгибные собственные формы, менее крутильные.

На следующем этапе анализа рассмотрены блочные модели преднамеренной расстройки лопаток с первым вариантом среза выходной кромки лопатки t= 30 мм и $\alpha = 8^{\circ}$ (Рисунок 5.29). Рисунок 5.30 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток диска блочных моделей расстройки первого варианта.



Рисунок 5.29 – Блочные модели расстройки лопаток с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 30 мм и $\alpha = 8^{\circ}$





Рисунок 5.30 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 30 мм и α = 8°

120



Рисунок 5.31 – Значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 30 мм и α = 8°

Рисунок 5.31 показывает, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток академического колеса при второй форме колебаний, а пятая форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 1,69$ для второй блочной модели (уменьшает на 18,75% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead). Максимальный коэффициент увеличения амплитуды для второй формы колебаний ($\gamma_{\text{макс}} = 0,98$) показывает, что получен самый эффективный результат для четвертой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 52,88% в сравнении с результатом максимальной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 52,88% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).

Далее рассмотрим блочные модели преднамеренной расстройки лопаток с вторым вариантом среза выходной кромки лопатки t= 15 мм и $\alpha = 60^{\circ}$ (Рисунок 5.32). Рисунок 5.33 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток диска блочных моделей расстройки второго варианта.

121



Рисунок 5.32 – Блочные модели расстройки лопаток с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 15 мм и $\alpha = 60^{\circ}$

(а, первая модель; б, вторая модель; в, третья модель; г, четвертая модель)



Рисунок 5.33 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 15 мм и *α* = 60°



Рисунок 5.34 – Значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток с вариантом среза выходной кромки лопатки t= 15 мм и *α* = 60°

Рисунок 5.34 показывает, что пятая форма колебаний обладают самым большим значением максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{_{MARC}} = 1,87$ для четвертой блочной модели (уменьшает на 10,1 % в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead). Максимальный коэффициент увеличения амплитуды для второй формы колебаний второй блочной модели ($\gamma_{_{MARC}} = 1,21$) демонстрирует, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает результат на 41,83 % в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).

Блочная модель		$(t=30 \text{ mm}, \alpha = 8^{\circ})$		$(t=15 \text{ mm}, \alpha = 60^{\circ})$	
		<i>Үмакс</i>	%	<i>Үмакс</i>	%
1	1T	1,67	-19,71	1,74	-16,35
1	1B	0,98	-52,88	1,29	-37,9
2	1T	1,69	-18,75	1,82	-12,5
	1B	1,08	-48,1	1,27	-38,9
3	1T	1,68	-19,23	1,75	-15,87
5	1B	1,09	-47,6	1,2	-42,3
4	1T	1,56	-25,00	1,87	-10,1
	1B	1,08	-48,1	1,3	-37,5

Таблица 5.12 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды при разных вариантах среза выходной кромки лопатки

123

В Таблице 5.12 приведены значения максимального коэффициента увеличения амплитуды при разных вариантах среза выходной кромки лопатки с учетом преднамеренной расстройки. В первой строке таблицы для каждой БМ показано значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1T), а во второй строке – значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для изгибной формы (1B).

Анализ таблицы иллюстрирует эффективность применения преднамеренной расстройки в моделях облопаченных дисков и уменьшение максимального коэффициента увеличения амплитуды 52,88% с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток диска при разных вариантах среза выходной кромки лопатки.

5.4. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при сверлении отверстий в лопатках

Для анализа эффекта преднамеренной расстройки была желательна модификация, которая лишь незначительно влияет на базовую конструкцию для оптимизации эффекта влияния преднамеренной расстройки лопатки. Для удовлетворения этого требования подходит сверление на верхней кромке лопатки, при котором сверло устанавливается по контуру. На Рисунке 5.35 показано несколько отверстий, расположенных рядом. Обычно просверленные отверстия доходят до основания лопатки и имеют диаметр примерно в половину толщины лопатки.



Рисунок 5.35 – Отверстия на верхней кромке лопатки академического колеса (а, к левой стороне; б, к правой стороне)



Таблица 5.13 – Расчет статического напряжения σ_z с отверстиями на верхней кромке лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/с), МПа

Для анализа возможности использования преднамеренной расстройки в проектировании компрессорной лопатки, выполнены численные исследования статического НДС при оборотах n=50 и 100 (1/c). Таблицы 5.13 и 5.14 показывают расчет статического напряжения σ_z с отверстиями на лопатке с учетом вращения 50 и 100 (1/c).

Таблица 5.14 – Значение статического напряжения σ_z с отверстиями на верхней кромке лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/с), Мпа

Росстройни нонотии	n=50 (1/c)	n=100 (1/c)	
гасстроики лопатки	Статические напряжения		
Без расстройки	18,028	72,113	
С расстройкой (4 отверстия) с левой	18 248	72 994	
стороны пера	10,240	72,774	
С расстройкой (4 отверстия) с	18 309	72 238	
правой стороны пера	10,507	72,230	

В Таблице 5.15 приведены результаты частот собственных колебаний исходной модели и показан анализ влияния преднамеренной расстройки с отверстиями на лопатке на частоты собственных колебаний. Анализ таблицы показал что, влияние преднамеренной расстройки с отверстиями на верхней кромке лопатки ведет к увеличению собственных частот колебаний с 0,04% до 1,92 % для второй и третьей формы колебаний. Сильнее изменяются изгибные собственные формы, менее крутильные.

Таблица 5.15 – Расчет собственных частот колебаний с отверстиями на верхней кромке лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/с), (Гц)

Без расстройки					
Форма	n=0 (1/c)	n=50 (1/c)	n=100 (1/c)		
1	247,24	256,63	282,85		
2	873,71	877,02	886,89		
3	1342,4	1351,8	1379,4		
4	2620,5	2625,6	2640,8		
5	3465,8	3466,4	3467,9		
6	3581,0	3589,7	3615,7		
7	4222,4	4223,9	4228,5		
8	5057,0	5063,6	5083,5		
9	6525,9	6528,1	6534,9		
10	6949,9	6959,4	6987,8		

Форма	n=0 (1/c)	n=50 (1/c)	n=100 (1/c)
1	250,15	259,44	285,41
2	890,42	893,68	903,38
3	1357,2	1366,5	1393,8
4	2666,9	2671,9	2686,8
5	3467,1	3467,6	3468,9
6	3617,0	3625,7	3651,6
7	4254,0	4255,5	4260,1
8	5143,6	5150,2	5169,7
9	6559,0	6561,3	6568,0
10	7019,7	7029,1	7057,2
С пре,	днамеренной расстройко	й (4 отверстия) с правой	стороны
Форма	n=0 (1/c)	n=50 (1/c)	n=100 (1/c)
1	250,18	259,47	285,43
2	890,48	893,73	903,44
3	1357,3	1366,6	1393,9
4	2667,2	2672,2	2687,1
5	3467,6	3468,1	3469,4
6	3617,0	3625,6	3651,6
7	4254,0	4255,5	4260,1
8	5143,3	5149,8	5169,4
9	6559,2	6561,4	6568,1
10	7019,9	7029,3	7057,3

В данной работе рассмотрены четыре блочные модели с преднамеренной расстройкой (4 отверстия с левой стороны лопатки) и расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для каждой блочной модели облопаченных дисков турбомашин. Блочные модели с преднамеренной расстройкой при просверленных отверстиях на левой стороне лопаток демонстрируются на Рисунке 5.36. Также показан расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для блочных моделей облопаченного диска на Рисунке 5.37.



Рисунок 5.36 – Четыре блочные модели с преднамеренной расстройкой (4 отверстия с левой стороны)

(а, первая модель; б, вторая модель; в, третья модель; г, четвертая модель)



Рисунок 5.37 – Значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (4 отверстия с левой стороны)

На следующем этапе анализа рассмотрены четыре блочные модели с преднамеренной расстройкой (4 отверстия с правой стороны) и также расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды.



Рисунок 5.38 – Четыре блочные модели с преднамеренной расстройкой (4 отверстия с правой стороны)

(а, первая модель; б, вторая модель; в, третья модель; г, четвертая модель)



Рисунок 5.39 – Значения максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (4 отверстия с правой стороны)

Блочные модели с преднамеренной расстройкой при просверленных отверстиях на правой стороне лопаток показаны на Рисунке 5.38. Также показан расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для блочных моделей облопаченного диска на Рисунке 5.39.

Значения максимального коэффициента увеличения амплитуды и процентное изменение амплитуды перемещений от изменения положения отверстий для каждой блочной модели облопаченных дисков турбомашин приведены в Таблице 5.16.

Блочная модель/Форма		4 отверстия с левой стороны		4 отверстия с правой стороны	
		<i>Үмакс</i>	%	Үмакс	%
1	1T	1,48	-29,06	1,59	-23,18
1	1B	1,01	-51,37	1,08	-48,1
2	1T	1,19	-42,54	2,54	+21,89
2	1B	1,11	-46,6	1,12	-46,15
3	1T	2,46	+18,07	1,27	-39,04
	1B	1,1	-47,11	1,09	-47,6
1	1T	1,18	-43,51	2,61	+25,44
	1B	1,09	-47,6	1,01	-51,36

Таблица 5.16 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды от изменения положения отверстий

В первой строке таблицы каждой БМ показано значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1Т), а во второй строке – значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для изгибной формы колебаний (1В). В Таблице 5.16 приведены значения максимального коэффициента увеличения амплитуды от изменения положения отверстий для каждой блочной модели облопаченных дисков турбомашин с учетом преднамеренной расстройки. Для каждой БМ под чертой показано значение максимального коэффициента увеличения для крутильной формы, а над чертой показано значение максимального коэффициента увеличения для изгибной формы. Видно, что показывают эффективность результаты исследования належность И применения преднамеренной расстройки в моделях облопаченных дисков. С помощью рассмотренных вариантов можно повысить максимальный коэффициент увеличения амплитуды до +25,44% при положении отверстий с правой стороны, либо уменьшить максимальный коэффициент увеличения амплитуды до -51,37% при расположении отверстий на правой и левой стороне лопатки с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток облопаченного диска.

5.5. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных материалах лопатки

Следующим этапом исследования явился расчет и анализ изменения собственных частот колебаний и напряжений от механических характеристик материала лопаток. На примере

осевой лопатки академического колеса турбомашины проанализирована точность прогноза изменения собственных частот колебаний и статических напряжений при различных материалах лопатки.



Таблица 5.17 – Расчет статического напряжения σ_z при различных материалах лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/c)

Таблица 5.18 – Значение статического напряжения σ_z при различных материалах лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/с)

Материал лопатки	n=50 1/c	n=100 1/c	
	Статические напряжения (МПа)		
Сталь	16,92	67,68	
Титан	9,87	39,49	

Для анализа возможности использования преднамеренной расстройки в проектировании компрессорной лопатки ГТД, выполнены численные исследования статического НДС при оборотах n=50 и 100 (1/c). В Таблицах 5.17 и 5.18 приведены результаты статического напряжения σ_z при различных материалах лопатки с учетом вращения 50 и 100 (1/c).

Сталь					
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c		
1	261,67	270,73	295,86		
2	902,68	905,96	915,52		
3	1418,8	1428,3	1454,5		
4	2727,9	2733	2747,5		
5	3553,4	3552,8	3553,9		
6	3779,3	3789	3813,4		
7	4470,2	4471,4	4476,4		
8	5314,9	5322,1	5341		
9	6900	6900,7	6907,2		
10	7398,6	7412,3	7438,7		
Титан					
Форма	n=0 1/c	n=50 1/c	n=100 1/c		
1	255,89	265,02	290,59		
2	899,31	902,53	912,14		
3	1389,7	1398,8	1425,5		
4	2707	2711,9	2726,6		
5	3502,9	3503,4	3504,6		
6	3710,1	3718,6	3743,9		
7	4368,7	4370,2	4374,8		
8	5249,8	5256,2	5275,4		
9	6778,4	6780,6	6787,2		
10	7227,1	7236,2	7263,5		

Таблица 5.19 – Расчет собственных частот колебаний с учетом вращения 50 и 100 (1/с) при различных материалах лопатки, (Гц)

В Таблице 5.19 приведены результаты частот собственных колебаний исходной модели и показан анализ влияния материала лопатки на частоты. Анализ таблицы демонстрирует, что материал лопатки из титана ведет к уменьшению собственных частот колебаний в сравнении с результатом материала из стали.

На следующем этапе исследования рассмотрена первая блочная модель расстройки лопаток с изменением материала лопатки как 1 лопатка в одной группе расстройки (Рисунок

5.40). Рисунок 5.41 показывает значения расстройки частот колебаний лопаток для первой блочной модели расстройки.



Рисунок 5.40 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением материала лопатки (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.41 – Значения расстройки частот колебаний лопаток диска с изменением материала лопатки (1 лопатка в одной группе расстройки)



Рисунок 5.42 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой блочной модели

Рисунок 5.42 показывает, что получены почти одинаковые значения максимального коэффициента увеличения амплитуды для всех лопаток академического колеса при первой форме колебаний, а пятая форма колебаний обладает очень большими значениями максимального коэффициента увеличения амплитуды $\gamma_{\text{макс}} = 2,46$ (повышается на 18,26% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой формы колебаний ($\gamma_{\text{макс}} = 1,26$) показывает, что получен самый эффективный результат для первой блочной модели расстройки академического колеса (уменьшает на 39,42% в сравнении с результатом максимального коэффициента увеличения амплитуды Whitehead).



Рисунок 5.43 – Блочная модель расстройки лопаток с изменением материала лопатки на -10% (а, вторая модель; б, третья модель; в, четвертая модель)

Далее рассмотрим вторую, третью и четвертую блочную модель расстройки лопаток, как 2, 3 и 5 лопатки в одной группе расстройки (Рисунок 5.43). Рисунок 5.44 показывает значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) для различной блочной модели расстройки. В Таблице 5.20 приведены значения максимального коэффициента увеличения амплитуды при изменении материала лопатки с учетом преднамеренной расстройки.



Рисунок 5.44 – Значения расстройки частот колебаний (слева) и максимального коэффициента увеличения амплитуды лопаток (справа) с изменением материала лопатки

Блочная модель/Форма		Сталь-Титан		
		<i>Үмакс</i>	%	
1	1T	2,46	+18,26	
	1B	1,26	-39,42	
2	1T	2,25	+8,17	
	1B	1,45	-30,29	
3	1T	2,33	+12,02	
	1B	1,29	-37,9	
4	1T	2,17	+4,33	
	1B	1,37	-34,13	

Таблица 5.20 – Расчет максимального коэффициента увеличения амплитуды при изменении материала лопаток

В первой строке таблицы каждой БМ показано значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для первой крутильной формы (1Т), а во второй строке – значение максимального коэффициента увеличения амплитуды для изгибной формы (1В). Видно, что результаты исследования в работе показывают надежность и эффективность применения преднамеренной расстройки в моделях облопаченных дисков, чтобы повысить максимальный коэффициент увеличения амплитуды до +18,26% при изменении материала лопатки. А также уменьшить максимальный коэффициент увеличения амплитуды до -39,42% на основе использования разных вариантов блочной модели расстройки лопаток облопаченного диска.

5.6. Прогнозирование усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой

В настоящее время фактически отсутствуют результаты численного анализа повреждаемости и ресурса турбинных лопаток. Это связано с трудностями определения изменяющихся во времени напряжений, недостаточным использованием теорий суммирования повреждений, причем фактически не решенным являются вопросы демпфирования, механики течения, характеристик материалов, влияния расстройки и т.д.

Для оценки ресурса лопаток и рабочих колес ГТД необходимо решение следующих задач:

- Анализ статических напряжений. Вычисление собственных частот и форм колебаний с учетом вращения, неравномерного нагрева и газовых сил.

- Расчетное или расчетно-экспериментальное определение возбуждающей нагрузки на стационарных и переходных режимах работы.

- Расчет отклика (динамических перемещений и напряжений) на стационарных и переходных режимах.

- Оценка ресурса лопаточных систем. Предсказание времени образования разрушения конструкции.

Общий вид диаграммы для прогнозирования срока службы лопаточных конструкций и влияния расстройки параметров представлен в работах [1,27] и на Рисунке 2.1.

Чтобы численно или экспериментально полученную диаграмму «напряжение - время» использовать для расчета жизнеспособности конструкций применяется метод схематизации напряжений. При этом получают повреждаемость от величины колебаний, выраженную через средние напряжения и амплитуды. В данной диссертационной работе используется метод Rain-Flow (или «метод дождя»). Суть метода состоит в разложении диаграммы напряжения - время на отдельные величины и представлении этого распределения для применения гипотез накопления повреждений. Метод Rain-Flow применяется при численном анализе для оценки амплитуды и средних напряжений каждой величины колебаний. Метод дождя основывается на материально-механических предпосылках [27]. Диаграмма напряжение - деформация метода Rain-Flow начинается в нулевой точке и следует до точки 1 (Рисунок 5.45).



Рисунок 5.45 – Метод схематизации напряжения Rain-Flow

Для определения вида усталости (малоцикловая или многоцикловая) используется качественный критерий:

$$\Delta \sigma_E > 2\sigma_E; \tag{5.1}$$

$$\Delta \sigma_E = \sigma_E^{\max} - \sigma_E^{\min}, \qquad (5.2)$$

где σ_E^{max} , σ_E^{min} - максимальные и минимальные значения напряжений в некоторой рассматриваемой точке детали за период одного цикла, рассчитанные в предположении упругости материала, а σ_E - предел упругости материала. Если выполняется (5.1), то материал в рассматриваемой точке находится в зоне пластических деформаций и его прочность определяется закономерностями малоцикловой усталости. При выполнении противоположного неравенства:

$$\Delta \sigma_E < 2\sigma_E, \tag{5.3}$$

материал после первого цикла нагружения перейдет в упругую область и повторные пластические деформации не возникнут. Расчет на прочность в этом случае следует проводить методами многоцикловой усталости.

Метод многоцикловой усталости используется для расчёта суммирования усталостных повреждений и прогнозирования длительной прочности конструкций и деталей машин, он создан на основе эмпирических кривых усталости. Согласно с данным методом прочность деталей определяется закономерностями многоцикловой усталости. В этом случае для расчёта

усталостной долговечности широко используется корректированная линейная гипотеза накопления усталостных повреждений, предложенная авторами Palmren – Miner (Рисунок 5.46). Этот метод широко использовался при анализе турбинных лопаток. После применения классификационных методов для каждого уровня напряжений определяем долю повреждения D_i , которая линейно аккумулируется с другими долями.

Повреждение отдельной величины колебаний равно

$$\Delta D_i = \frac{1}{N_i},\tag{5.4}$$

причем N_i - число циклов нагружения для уровня напряжений *i*. При $n_i = h_i$ величины колебаний на уровень напряжений получаем путем суммирования всех долей повреждения $D_i = n_i \Delta D_i$:

$$D = \sum_{i=1}^{l} D_i = \sum_{i=1}^{l} \frac{n_i}{N_i}.$$
(5.5)



Рисунок 5.46 – Гипотеза накопления усталостных повреждений Palmgren-Miner

Разрушение деталей машин наступает по правилу Miner при D = 1. Если D < 1, то конструкция выдерживает до разрушения D^{-1} раз. Средняя долговечность, выраженная в циклах нагружения, имеет вид

$$\overline{N} = \frac{\sum_{i=1}^{l} n_i}{D} = \frac{\sum_{i=1}^{l} n_i}{\sum_{i=1}^{l} \frac{n_i}{N_i}}.$$
(5.6)

С учетом выражения $N = N_D (\sigma_{\alpha} / \sigma_{-1g})^{-k}$, где $\sigma_{\alpha} \ge \sigma_{-1g}$ и $\sigma_{\alpha} = \sigma'_f (2N_f)^b$ можно записать:

$$\overline{N} = \frac{\sum_{i=1}^{l} n_i}{\sum_{i=1}^{l} \frac{n_i}{N_D} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{-1g}}\right)^k},$$
(5.7)

причем при $\sigma_i < \sigma_{-1g}$ число циклов нагружения до разрушения равно $N_i = \infty$. Для представления средней долговечности от времени применяют формулу $\bar{N} = T^* / D$ где T^* - время диаграммы $\sigma - t$.

В настоящее время нет универсальной гипотезы накопления повреждений, и получение достоверных численных результатов следует достигать не столько модификациями гипотез, сколько их правильным применением [19]. Исследования точности по гипотезе Palmgren-Miner показывают, что рассчитанная долговечность совпадает с другими результатами. Рисунок 5.47 показывает схему для расчета многоцикловой долговечности академического колеса.



Рисунок 5.47 – Схема расчета многоцикловой долговечности академического колеса



Рисунок 5.48 – Расчет динамического напряжения (слева) и долговечности академического колеса (справа) без преднамеренной расстройки в диапазоне 0-5 (с)

Следующим этапом исследования был расчет долговечности академического колеса. Результаты расчета динамического напряжения и многоцикловой долговечности лопатки

академического колеса в диапазоне 0 - 5 (с) показаны на Рисунке 5.48. Для схематизации случайных процессов распределения динамических напряжений и расчёта усталостной долговечности в данной работе использовался метод «Rain-Flow» и гипотеза Palmgren - Miner.

В представлены исследований данном разделе результаты долговечности академического колеса с учетом преднамеренной расстройки параметров, вносимой в систему путем изменения геометрических характеристик лопаток (как описано выше). Впервые были проанализированы три варианта блочных моделей академического колеса с учетом преднамеренной расстройки, которые дают самые эффективные результаты максимального коэффициента увеличения амплитуд лопаток. При изменении радиуса перехода лопатки в диск для R=1 мм и R=3 мм исследована вторая блочная модель (вариант 1 и вариант 2), в которой имеется 3 блока с 3-мя одинаковыми лопатками в блоке и одна единичная лопатка. Дополнительно рассмотрена третья блочная модель (вариант 3), в которой находятся 2 группы лопаток: 5 лопаток с исходным радиусом R=5мм и 5 лопаток с новым радиусом R=7мм.



перехода лопатки в диск

Расчет долговечности академического колеса при изменении радиуса перехода лопатки в диск представлен на Рисунке 5.49.

В случае разных толщин лопатки рассмотрена первая блочная модель расстройки лопаток при утолщении лопатки на 10% (вариант 4), когда к лопатке с исходной толщиной H₀ добавляется лопатка с толщиной H₁.



Рисунок 5.50 – Расчет долговечности академического колеса при разных толщинах лопатки

При утонении на 10% по всей лопатке рассмотрена вторая блочная модель (вариант 5), в которой имеется 3 блока с 3-мя одинаковыми лопатками в блоке и одна единичная лопатка. Рисунок 5.50 показывает расчет долговечности академического колеса при разных толщинах лопатки.



При разных изменениях скоса верхней кромки лопатки рассмотрена первая блочная модель для случая срезы t=30мм, $\alpha = 8^{\circ}$ (вариант 6) и вторая блочная модель для случая среза

t=15мм, $\alpha = 60^{\circ}$ (вариант 7). Рисунок 5.51 показывает расчет долговечности академического колеса при разных вариантах скоса верхней кромки лопатки. При сверлении отверстий в лопатках рассмотрена первая блочная модель (вариант 8), когда к лопатке без отверстий добавляется лопатка с отверстиями.



Рисунок 5.52 – Расчет долговечности академического колеса при сверлении отверстий в лопатках

Далее рассмотрена третья блочная модель для случая отверстий с правой стороны пера лопатки (вариант 9), в которой находятся 2 группы лопаток: 5 лопаток без отверстий и 5 лопаток с отверстиями. На Рисунке 5.52 представлены результаты расчета два варианта внесения преднамеренной расстройки при сверлении отверстий в лопатках с использованием разных блочных моделей.

В случае механического изменения лопатки рассмотрена первая блочная модель, когда к лопатке с исходным материалом из стали добавляется лопатка с материалом из титана (вариант 10). Дополнительно исследована вторая блочная модель, в которой имеется 3 блока с 3-мя одинаковыми лопатками в блоке и одна единичная лопатка (вариант 11). А также рассмотрена третья блочная модель (вариант 12), в которой находятся 2 группы лопаток: 5 лопаток с исходным материалом и 5 лопаток с новым материалом. Рисунок 5.53 показывает расчет долговечности академического колеса при изменении материала лопатки.

Для того, чтобы проанализировать влияния различных геометрических и жесткостных параметров и разработать рекомендации по увеличению ресурса турбин, диссертант провел целый комплекс исследования долговечности рабочего колеса без и с учетом преднамеренной расстройки по оригинальным блочным моделям, предложенным автором. Основные результаты исследований долговечности академического колеса с учетом преднамеренной расстройки

параметров, вносимой в систему путем изменения геометрических и механических характеристик лопаток показаны в Таблице 5.21 и на Рисунке 5.54.



Вариант 12

Рисунок 5.53 – Расчет долговечности академического колеса при изменении материала

лопатки



Рисунок 5.54 – График долговечности академического колеса при разных блочных моделях

Вариант	Случай геометрического или механического изменения	Номер блочной модели	Долговечность (в циклах)	$\Delta \! \bar{N}$ (%)
1	R5-R1	2	$1,7065 \cdot 10^{6}$	+19,4
2	R5-R3	2	$1,4577 \cdot 10^{6}$	+2,0
3	R5-R7	3	$1,4205 \cdot 10^{6}$	-0,6
4	$H_1 = 1, 1 * H_0$	1	$1,4327 \cdot 10^{6}$	+0,3
5	$H_2=0,9*H_0$	2	$1,5601 \cdot 10^{6}$	+9,2
6	Среза (t=30мм, $\alpha = 8^\circ$)	1	$1,4859 \cdot 10^{6}$	+4,0
7	Среза (t=15мм, $\alpha = 60^{\circ}$)	2	$1,3680 \cdot 10^6$	-4,2
8	4 отверстия с левой стороны пера	1	$1,4859\cdot 10^{6}$	+4,0
9	4 отверстия с правой стороны пера	3	$1,5528 \cdot 10^{6}$	+8,7
10	Материал: Сталь - Титан	1	$1,6722 \cdot 10^{6}$	+17,0
11	Материал: Сталь - Титан	2	$1,6611 \cdot 10^6$	+16,27
12	Материал: Сталь - Титан	3	$1,5552 \cdot 10^{6}$	+8,86

Таблица 5.21 – Результаты расчета долговечности с различными вариантами оптимизированных блочных моделей, (в циклах)

Таблица 5.21 показывает, что при изменении радиуса перехода лопатки в диск R=1 мм долговечность академического колеса с преднамеренной расстройкой увеличивается на 19,4%. В случае среза выходной кромки лопатки t=15мм, $\alpha = 60^{\circ}$ получаем уменьшение долговечности академического колеса в сравнении с исходным колесом на 4,2%. Рисунок 5.55 показывает график долговечности академического колеса при разных блочных моделях в сравнении исходного варианта без преднамеренной расстройки.

На основе результатов расчета долговечности академического колеса с преднамеренной расстройкой получен наиболее оптимальный вид расстройки с изменением радиуса закругления нижнего края лопатки для R=1 мм (вторая блочная модель с 3-мя лопатками в блоке). Использование данных результатов в диссертационной работе позволяет повысить эффективность и надежность при создании новых конструкций на стадии проектирования и доводки элементов рабочих колес турбомашин.

5.7. Оптимизация преднамеренной расстройки параметров

На следующем этапе исследования проведена оптимизация введения расстройки параметров. Хотя альтернативная расстройка уже оказалась полезной для значительного
сокращения вынужденного отклика, были предприняты усилия для дальнейшего улучшения результатов. На основании требования о стабилизации колеса в условиях динамической нагрузки для второй формы колебаний, показанной на Рисунке 4.6 и максимальной скорости вращения 100 (1/c), а улучшение схемы преднамеренной расстройки в этом смысле должно быть достигнуто путем оптимизации. На основе формулы (1.4) значения расстройки параметров лопаток академического рабочего колеса для второй формы колебаний представлены в Таблице 5.22.

Таблица 5.22 – Значения расстройки параметров лопаток академического рабочего колеса для второй формы колебаний

Номер лопатки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f (Гц), эксперимент	919,69	920,08	921,48	920,08	920,63	921,33	922,58	922,03	922,34	921,17
$\Delta f(\%)$	-0,158	-0,115	0,037	-0,115	-0,055	0,021	0,156	0,097	0,130	0,003



Рисунок 5.55 – Оптимизация введения преднамеренной расстройки

Результат оптимизации преднамеренной расстройки получен на основе экспериментальных исследований частот колебаний академического рабочего колеса (Таблица 4.4), путем определения отклонения частот собственных колебаний лопаток на основе анализа среднего отклонения экспериментальных частот колебаний по формуле (2.103) и корректировки исходного варианта расстройки. Рисунок 5.55 показывает значение расстройки лопаток колеса для второй формы колебаний, полученное в эксперименте для оптимизации преднамеренной расстройки. В результате оптимизации обнаруживается модель с преднамеренной расстройкой, которая указывает на наилучшее возможное распределение частот между лопатками. С целью минимизации производственных усилий были допущены только две различных механических

характеристик лопатки, а именно $\Delta E_i^{\circ n} \approx 2 \cdot \Delta f_i^{\circ n} = -0,22\%$ или +0,15%. Отношение между изменением частот колебаний Δf_i *i*-й лопатки и модуля Юнга ΔE_i определяется по формуле (2.102).

Для того чтобы сравнить полученные результаты оптимизации необходимо рассмотреть и проанализировать две модели академического колеса. Первая модель с преднамеренной расстройкой на основе результатов вышеупомянутой оптимизации, вторая - в соответствии с настроенным замыслом конструкции, которая теоретически имеет все идентичные лопатки. В реальности из-за воздействия допустимых производственных допусков, износа инструмента и т.п. невозможно избежать отклонений от лопатки к лопатке. Следовательно, реальные модели с расстройкой немного отличаются от проектных замыслов, как показано на Рисунке 5.55 с точки зрения относительных частотных распределений.

На основе полученного результата от оптимизации преднамеренной расстройки по собственным частотам колебаний получаем вариант оптимизации по различным значениям модули Юнга академического рабочего колеса. Преднамеренная расстройка параметров вводилась путем изменения жесткости лопаток. Был проанализирован вариант изменения жесткости 10-ти лопаток, представленный на Рисунке 5.56.

Из результатов видно, что для лопаток с номерами 1, 2, 4 и 5 получается уменьшение модули упругости на -0.22 %, а для лопаток 3, 6, 7, 8, 9 и 10 имеем повышение модули упругости на +0.15 % в сравнении с исходным значением данного модуля упругости.



Рисунок 5.56 – Вариант оптимизации по различным значениям модули Юнга

Далее приведен результат численного исследования ресурса академического рабочего колеса в случае оптимизации преднамеренной расстройки, описанной выше. Расчет долговечности академического колеса с учетом преднамеренной расстройки параметров, вносимой в систему путем изменения механических характеристик лопаток показан на Рисунке 5.57.



Рисунок 5.57 – Расчет долговечности академического колеса при оптимизации преднамеренной расстройки

В данном расчете лопатка нагружалась от соплового возбуждения при числе сопел z=10 и нагрузке 100 Н. Рассмотрен режим разгона лопатки с угловой скоростью вращения 100 (1/с) в течение 5 с. Анализ представленного результата исследования ресурса академического рабочего колеса показывает, что изменение значения модуля упругости при оптимизации преднамеренной расстройки приведет к увеличению их долговечности. Как показал расчет, изменение модуля упругости при оргультатам оптимизации привело к увеличению долговечности академического рабочего колеса на 37,52% в сравнении с результатом долговечности без преднамеренной расстройки ($N = 1,4286 \cdot 10^6$) (Рисунок 5.48).

В данной диссертационной работе были предприняты усилия по технической реализации преднамеренной расстройки. Согласно теории собственная частота может быть увеличена или уменьшена за счет регулировки жесткости конструкции или геометрического изменения лопатки в конструкции. Однако изменение жесткости конструкции очень сложно применить на практике. Поэтому самый простой способ для регулировки собственной частоты лопатки облопаченного диска является изменением геометрии лопатки для обеспечения эффекта преднамеренной расстройки.

Согласно результатов численного исследования преднамеренной расстройки при разных изменениях геометрии лопатки академического рабочего колеса, приведенным выше в разделе 5.1-5.4, варианты изменения радиуса закругления или изменения толщины лопатки можно использовать для анализа оптимизации по значениям расстройки параметров. Потому что изменение геометрии лопатки этих вариантов можно легко, быстро и точно выполнять с помощью обычного станка с ЧПУ без каких-либо затруднений. Например, по расчету

собственных частот колебаний без учета и с учетом вращения по изменению толщины лопатки на ±10% (Таблица 5.7), собственная частота для второй формы колебаний была увеличена на 10,6% при утолщении лопатки и уменьшена также на 10,56% при утонении лопатки в сравнении с результатом исходного варианта. Поэтому для исследования оптимизации преднамеренной расстройки по изменению геометрии лопатки академического рабочего колеса, показанного на Рисунке 5.55, можно уменьшать толщину лопатки на 0,1% (для получения $\Delta f_{np}^{on} = -0,11\%$ по формуле (2.103)) или увеличивать толщину лопатки на 0,07% (для получения $\Delta f_{np}^{on} = 0,075\%$ по формуле (2.103)).

По результатам изменения частоты собственных колебаний лопаток от величины радиуса перехода пера лопатки в обод диска (Таблица 5.2) при уменьшении радиуса перехода на 2 мм (с R=5 мм до R=3 мм), собственная частота для второй формы колебаний уменьшается на 1,23% (Таблица 5.3). И наоборот, при увеличении радиуса перехода на 2 мм (с R=5 мм до R=7 мм), собственная частота колебаний увеличивает на 0,91%. Таким образом, в этом случае оптимизация преднамеренной расстройки выполняется путем уменьшения радиуса закругления лопатки на 0,18 мм (для получения $\Delta f_{np}^{con} = -0,11\%$ по формуле (2.103)) или увеличения радиуса закругления закругления лопатки на 0,16 мм (для получения $\Delta f_{np}^{con} = 0,075\%$ по формуле (2.103)). Реальная реализация модели преднамеренной расстройки с вариантами оптимизаций и ее проверка с помощью экспериментов, как в состоянии покоя, так и при вращении будут представлены в последующих исследованиях.

В результате выполненного анализа удалось создать конструкции повышенной долговечности на основе новой ранее неизвестной блочной модели впервые предложенной автором.

5.8. Численно-экспериментальные результаты исследования рабочего колеса турбомашин Rolls-Royce с 29-ю лопатками

Выполненная верификация математических моделей, методик и программ на академическом рабочем колесе, позволили автору распространить их на анализ реальных конструкций газотурбинных двигателей. В качестве реального исследуемого объекта было выбрано роторное рабочее колесо компрессора высокого давления типа E3E с 29-ю лопатками фирмы Rolls-Royce (Рисунок 5.58). При создании данного колеса возникали проблемы с разрушением на резонансных режимах, поэтому автор подключился к решению этой проблемы,

сделал анализ чувствительности и предложил воздействие на резонансные частоты, чтобы уйти от резонансных режимов. В настоящее время данный двигатель успешно эксплуатируется.



Рисунок 5.58 – Компрессор высокого давления типа E3E с шестью ступенями (маркировка желтого цвета)



Рисунок 5.59 – Рабочее колесо фирмы Rolls-Royce с 29-ю лопатками (а, общий вид; б, вид одного сектора; в, конечноэлементная модель сектора)

Основные механические характеристики диска с лопатками имеют вид: материал роторного колеса – титан, модуль Юнга - $1,201 \cdot 10^5 H / MM^2$, плотность - $4637 \kappa z / M^3$, коэффициент Пуассона – 0,26. Общий вид рабочего колеса и одного сектора, конечноэлементная модель сектора представлены на Рисунке 5.59. Конструкция была жестко закреплена по ободу диска. В качестве конечноэлементной модели данной работы применяется

конечный элемент ТЕТ10 коммерческой программы ANSYS WORKBENCH с 3-мя степени свободы в узле и с общим количеством конечных элементов – 3341 и 6552 узловыми точками. Количество степеней свободы составляет – 19656. Рисунок 5.60 показывает конструкции низших форм колебаний (формы 1 и 2) и сложных форм колебаний (формы 3, 7, 10) одного сектора рабочего колеса фирмы Rolls-Royce с 29-ю лопатками.



Рисунок 5.60 – Формы колебаний сектора рабочего колеса Rolls-Royce

Полученные значения собственных частот рабочего колеса при разных формах колебаний показаны в Таблице 5.23. Результаты на основе программы ANSYS WORKBENCH хорошо согласуются с данными эксперимента, проведенного совместно с зарубежными коллегами [101,102,103] и доказывают работоспособность исследовательских алгоритмов и программ.

Номер	Фор	ма 1	Фор	ма 2	Фор	ма 3	Фор	ма 7	Фор	ма 10
лопатки	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS
1	403,8	416,34	1255,0	1311,5	1766,0	1818,3	4393,2	4441,5	6392,1	6622,3
2	404,4	416,42	1256,4	1310,5	1767,0	1819,3	4387,0	4440,5	6390,5	6624,3
3	405,0	416,94	1257,3	1311,7	1768,0	1817,3	4383,3	4442,6	6385,6	6620,8
4	403,7	417,95	1254,7	1313,4	1766,6	1818,5	4392,2	4441,6	6389,5	6621,2
5	403,0	418,41	1251,9	1309,3	1765,6	1818,5	4397,5	4441,6	6394,6	6622,2
6	403,0	416,49	1251,8	1309,6	1764,6	1817,0	4398,1	4440,0	6394,7	6622,4
7	403,4	416,60	1252,8	1311,5	1763,8	1819,0	4389,1	4441,0	6390,3	6623,4
8	404,5	417,62	1255,8	1310,2	1766,6	1820,5	4392,5	4441,8	6387,4	6620,2
9	405,0	416,71	1256,1	1309,1	1766,3	1816,5	4382,6	4442,8	6390,1	6618,2
10	404,5	418,83	1256,8	1310,3	1766,7	1818,8	4391,6	4443,4	6389,3	6618,2

Таблица 5.23 – Расчет собственных частот колебаний роторного колеса Rolls-Royce, Гц

11	404,0	415,84	1254,6	1310,2	1764,5	1820,8	4384,4	4444,1	6389,5	6619,2
12	404,8	417,32	1256,7	1311,1	1769,2	1819,0	4391,0	4441,0	6401,1	6617,2
13	403,1	416,44	1252,0	1311,9	1764,9	1821,0	4395,7	4441,0	6397,1	6620,2
14	402,6	416,90	1250,3	1312,6	1764,6	1817,1	4385,2	4440,5	6396,7	6622,0
15	403,5	416,94	1252,9	1312,2	1765,5	1818,1	4393,2	4445,5	6393,0	6621,0
16	404,4	417,51	1254,8	1311,2	1765,4	1818,2	4392,2	4445,1	6389,0	6625,1
17	405,0	417,55	1256,6	1311,5	1766,7	1819,2	4392,2	4441,1	6390,0	6624,2
18	404,5	416,14	1256,0	1312,2	1766,6	1817,3	4388,8	4440,7	6390,2	6623,3
19	403,7	416,10	1254,0	1310,5	1767,5	1820,3	4393,1	4442,7	6391,0	6630,3
20	403,0	417,54	1251,0	1310,2	1766,6	1821,4	4378,2	4442,2	6394,0	6625,0
21	403,7	418,51	1253,4	1311,5	1766,9	1818,4	4383,0	4439,2	6390,6	6621,2
22	405,3	417,91	1256,8	1312,9	1768,5	1820,5	4387,2	4439,8	6387,9	6622,2
23	404,8	417,94	1256,4	1312,8	1768,3	1820,5	4381,2	4440,8	6389,4	6624,3
24	404,2	416,22	1255,0	1313,5	1767,2	1818,6	4385,8	4437,2	6391,4	6618,6
25	404,0	416,27	1254,0	1314,7	1765,9	1818,6	4383,4	4438,2	6390,1	6619,6
26	402,4	417,31	1250,6	1313,9	1761,4	1819,6	4401,8	4442,5	6393,9	6619,2
27	402,6	418,36	1250,4	1312,9	1760,4	1819,6	4405,1	4441,5	6390,2	6625,2
28	402,3	416,40	1250,2	1311,6	1760,1	1817,7	4402,9	4443,7	6395,4	6621,1
29	402,8	417,42	1252,4	1311,1	1761,3	1820,7	4399,7	4440,7	6389,4	6622,1

Анализ чувствительности на изменение толщины лопатки рабочего колеса Rolls-Royce с 29-ю лопатками с помощью комплекса программ BLADIS+ на основе треугольных конечных элементов STIO18 выполнен в работе [3]. Рисунок 5.61 показывает расчет чувствительности колебаний лопатки роторного колеса от изменения толщины.



Рисунок 5.61 – Расчет чувствительности колебаний рабочего колеса Rolls-Royce на изменение толщины лопатки

Исследование влияния расстройки лопаток путем введения дополнительных масс на периферии лопаток в районе входной кромки было проведено в данной работе. Дополнительные массы варьировались в 5,0 г. (Рисунок 5.62а).



Рисунок 5.62 – а, Реальное колесо с дополнительными массами; б, Экспериментальная установка

Рисунок 5.62б показывает схему экспериментальной установки системы лазерного сканирующего виброметра для исследования динамических характеристик реального рабочего колеса ротора: 1 – подушка из пены, 2 – дополнительная масса, 3 – устройство управления, 4 – лазерный виброметр, 5 – модальный молоток, 6 – диск с лопатками.



Рисунок 5.63 – Анализ чувствительности на изменение массы лопатки реального рабочего колеса Rolls-Royce

Исследование чувствительности реального рабочего колеса позволяет определить области самого большого влияния изменения массы лопаток на собственные частоты

колебаний при резонансах. Рисунок 5.63 показывает точки минимального (синяя точка) и максимального (красная точка) чувствительности влияния от места расположения массы. Для первой, второй формы колебаний минимальная чувствительность частоты к изменению массы лопатки находятся на периферии пера лопатки в зоне входной кромки. В случае дополнительная масса в корне лопатки дает максимальное значение чувствительности частоты всех форм колебаний.

Формы	Без расстройки		В зоне мак. чу	Δ <i>f</i> ,%		
колебаний	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.
1	420,48	403,86	421,63	400,45	0,3	-0,8
2	1320,8	1255,08	1326,9	1251,86	0,5	-0,2
3	1840,1	1766,06	1844,7	-	0,2	-
7	4464,8	4393,26	4466,8	4390,49	0,05	-0,06
10	6639,4	6392,14	6642,4	-	0,04	-
Формы	Без расстройки		В зоне мин. чу	Δ <i>f</i> ,%		
колебаний	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.	ANSYS	Эксп.
1	420,48	403,86	323,02	354,71	-23,1	-12,2
2	1320,8	1255,08	888,67	1001,95	-32,7	-20,1
3	1840,1	1766,06	1302,5	-	-29,2	-
7	4464,8	4393,26	4037,3	3966,52	-9,6	-9,7
10	6639,4	6392,14	6130,3	6046,92	-7,6	-5,4

Таблица 5.24 – Расчет частот колебаний рабочих колес фирмы Rolls-Royce с учетом анализа чувствительности

Таблица 5.24 представляет результат расчета частот колебаний реального рабочего колеса с учетом анализа чувствительности. Из данных численного анализа видно, что масса в корне лопатки может давать увеличение частот колебаний, особенно для реальных лопаток сложной геометрии, таких как объект исследования в данной работе.

На следующем этапе исследования проанализируем два типа распределения массы лопаток по ободу рабочего колеса. Первый, с одинаковым значением дополнительных масс 2,11 г присоединенных на левой периферии лопаток в синей точке (Рисунок 5.60, форма 1), а второй, с дополнительной массой 5,0 г также на левой периферии пера. Таблица 5.25 показывает результаты расчета долговечности с расстройкой параметров, вызванной разной массой лопаток в сравнении с экспериментом, выполненном лично автором во время стажировки в БТУ. Данная конструкция нагружалась распределенной единичной нагрузкой при числе сопел z=29. Рассмотрен режим разгона лопатки с угловой скоростью вращения 100 (1/с) в течение 5 с.

	Т	ип 1	Тип 2				
Форма колебаний	Собственные частоты (Гц)						
	ANSYS	Эксп. [БТУ]	ANSYS	Эксп. [БТУ]			
1	387,55	399,44	353,24	354,71			
2	1141,2	1247,8	983,7	1001,9			
3	1735,9	1697,2	1678,8	1487,3			
7	4230,2	4380,5	4163,1	3466,5			
10	6237,0	6380,0	6189,3	6046,9			
Долговечность	1,66	$594 \cdot 10^{6}$	$1,3532 \cdot 10^{6}$				

Таблица 5.25 – Результаты расчета долговечности с расстройкой параметров при разной дополнительной массе (в циклах)

Рисунок 5.64 показывает расчет долговечности облопаченного диска компрессора Rolls-Royce с разными дополнительными массами от возмущающей динамической нагрузки. Из результатов видно, что наибольшей долговечностью обладает колесо, у которого дополнительные массы присоединены ко всем лопаткам по 2,11 г (тип 1). В случае с дополнительной массой 5,0 г, приводящей к максимальной расстройке лопаток, получаем снижение долговечности (тип 2).



Рисунок 5.64 – Расчет долговечности рабочего колеса Rolls-Royce с дополнительными массами (а, тип 1; б, тип 2)

5.9. Выводы

В данной главе автором впервые, систематизировано и исследовано введение различных вариантов преднамеренной расстройки параметров лопаточных дисков турбомашин при их проектировании, доводке и эксплуатации. Применены численные алгоритмы и методики введения блочной расстройки рабочих колес с учетом небольших геометрических и механических изменений в лопатке без нарушения аэродинамических характеристик. Впервые предложены оригинальные варианты введения блочной преднамеренной расстройки и выполнены комплексные исследования по увеличению надежности наиболее нагруженных элементов турбомашин и оптимизации их ресурса. Разработаны рекомендации по увеличению или продлению ресурсных характеристик энергетических турбомашин на стадии проектировании новых изделий или их эксплуатации.

Результаты исследования в данной работе показывают надежность и эффективность применения преднамеренной расстройки в моделях облопаченных дисков. При изменении радиуса перехода пера лопатки в обод диска до R=3 мм и R=1 мм можно прогнозировать изменения собственных частот колебаний, детально значение собственных частот колебаний уменьшается максимально на 5% при R=1 мм. Также в этом варианте с учетом преднамеренной расстройки, определенной по блочной расстроенной модели лопаток можно уменьшить максимальный коэффициент увеличения амплитуд лопаток до 51%. При увеличении радиуса перехода пера лопатки в обод диска до R=7 мм получается положительный результат максимального коэффициента увеличения амплитуд лопаток до 12,96%.

Далее проведены исследования эффективности преднамеренной расстройки осевой лопатки академического колеса турбомашины при различных геометрических изменениях лопатки, а именно: утолщение и утонение на 10% по всей лопатке. В случаях утолщения лопатки на 10% получаем увеличение значения собственных частот колебаний максимально на 13%. В этом варианте также выполнен численный анализ статического НДС при оборотах n=50 и n=100 (1/c). Статическое напряжение для случая утолщения лопатки уменьшается на 3,8% в сравнении с реальным вариантом лопатки. А максимальный коэффициент увеличения амплитуд лопаток этого варианта увеличивается до 8%. В случаях утонения толщины лопатки на 10% имеем уменьшение значения собственных частот колебаний максимально на 11%. Статическое напряжение для случая утонения толщины лопатки на 10% имеем уменьшение значения собственных частот колебаний максимально на 11%. Статическое варианта увеличивается до 8%. В случаях утонения толщины лопатки на 10% имеем уменьшение значения собственных частот колебаний максимально на 11%. Статическое напряжение для случая утонения толщины лопатки на 10% имеем уменьшение значения собственных частот колебаний максимально на 11%. Статическое варианта увеличивается до 2% в сравнении с исходным вариантом лопатки. Максимальный коэффициент увеличения амплитуд лопаток для этого варианта уменьшается до 44% с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток диска.

При разных вариантах скоса верхней кромки лопатки выполнен численный анализ статических напряжений и частот собственных колебаний при оборотах n=50 и n=100 (1/c). Статическое напряжение второго варианта (с углом среза 60 градусов и длиной среза 15 мм) повышается на 6,4% в сравнении с вариантом без среза лопатки. Полученные результаты показывают уменьшение максимального коэффициента увеличения амплитуды до 53% с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток диска при разных вариантах среза выходной кромки лопатки.

С преднамеренной расстройкой (4 отверстия с левой стороны на верхней кромке лопатки) получаем максимальное увеличение значения собственных частот колебаний до 1,9 %. Статическое напряжение в этом случае увеличивается на 1,2% в сравнении с исходным вариантом лопатки. А максимальный коэффициент увеличения амплитуд лопаток для этого варианта увеличивается до 18%, либо уменьшается до 51% для разных блочных моделей. С преднамеренной расстройкой (4 отверстия на правой стороне верхней кромки лопатки) получаем увеличение значения собственных частот колебаний максимально до 1,9 %. Статическое напряжение в этой случае увеличивается на 1,6% в сравнении с исходным вариантом лопатки. А максимальный коэффициент увеличения амплитуд лопаток этого варианта увеличивается до 25%, либо уменьшается до 51% для разных блочных моделей. В обоих вариантах при сверлении отверстий лопаток энергетических турбомашин получаем увеличение значения собственных частот колебаний максимальных моделей. В обоих вариантах при сверлении отверстий лопаток энергетических турбомашин получаем увеличения значения собственных частот колебаний максимально до 1,9 %, а максимальный коэффициент увеличение значения собственных значения энергетических турбомашин получаем увеличение значения собственных частот колебаний максимально до 1,9 %, а максимальный коэффициент увеличение до 51% с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток диска.

В случае разных материалов лопатки выполнен численный анализ статического напряжения и частот собственных колебаний при оборотах n=50 и n=100 (1/c). Статическое напряжение для материала титан может уменьшаться до 41,% в сравнении с результатом варианта из стали при оборотах n=50 (1/c). Полученные результаты показывает уменьшение максимального коэффициента увеличения амплитуды на 39,42% с использованием разных вариантов блочной модели расстройки лопаток.

На основе результатов расчета долговечности академического колеса с преднаме-ренной расстройкой разработана рекомендация с целью повышения долговечности. Для получения конструкций роторных элементов турбомашин с повышенным ресурсом получен наиболее оптимальный вид расстройки с изменением радиуса закругления нижнего края лопатки R=1 мм (вторая блочная модель с 3-мя лопатками в блоке). Долговечность академического колеса с преднамеренной расстройкой этого вида может увеличиваться до 19,4% с учетом использования блочной модели расстройки. При оптимизации преднамеренной расстройки

анализ данного результата исследования ресурса академического рабочего колеса показывает, что изменение значения модуля упругости приведет к увеличению долговечности академического рабочего колеса на 37,52% в сравнении с результатом долговечности без преднамеренной расстройки. Далее приведены численно-экспериментальные результаты исследования чувствительности и долговечности реального рабочего колеса турбомашин Rolls-Royce с 29-ю лопатками путем внесения расстройки в виде дополнительных масс. Анализ результатов показал, что больше влияние на долговечность оказывает вариант, когда дополнительные массы присоединены ко всем лопаткам с величиной 2,11 г.

Использование разработанной комплексной методики математического моделирования, объединяющей большое количество оригинальных и известных математических моделей, методов и комплексов программ, а также полученных результатов диссертационной работы позволяет повысить ресурсные характеристики турбин при создании новых конструкций на стадии проектирования и доводки или проанализировать их эксплуатационную надежность с рекомендациями по продлению ресурсов. Кроме этого, возможно применить эффект преднамеренной расстройки для осевых лопаток для исследования деталей более сложных конструкций, например для радиальных или диагональных рабочих колес турбомашин.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Настоящая диссертационная работа целиком связана с математическим моделированием энергетических, транспортных, нефте-газо-химических и др. видов турбомашин. Целью работы является разработка и развитие математических моделей, численно-экспериментальных методов и программного обеспечения для компьютерного моделирования геометрически сложных и высоконагруженных деталей роторных систем, определяющих на 90% эксплуатационный ресурс всей турбины. Решение данной проблемы, даже в первом приближении, позволяет еще на стадии проектирования новых конструкций спрогнозировать ресурс машины при эксплуатационных условиях нагружения (высокие обороты вращение, влияние газовых, температурных и др. нагрузок). Другой задачей данной научной работы является разработка математических моделей для управления и оптимизации вибрационного спектра вышеназванных механических систем для повышения ресурса при проектировании создаваемых турбин или продления срока службы турбин, находящихся в эксплуатации.

Для этого в настоящей диссертационной работе автором разработаны новые математические модели для динамического нагружения рабочих лопаток, для анализа чувствительности вибрационных характеристик к изменению геометрии и для оптимизации ресурсных характеристик путем введения преднамеренной расстройки параметров (геометрии, материала и др. параметров) наиболее нагруженных и ответственных деталей турбин – рабочих лопаток роторных систем. Математическое моделирование данной комплексной научной проблемы на основе созданных автором и уже известных математических моделей численных методов и комплексов программ позволяет оперативно и с минимальными финансовыми затратами рассмотреть десятки-сотни вариантов конструкции и выбрать оптимальный для данной задачи вариант, который может использоваться при проектировании и доводки новых механических систем или продлении ресурса уже эксплуатируемых турбин.

Рассмотренный материал показывает особенности применения МКЭ и других численных методов для ресурсного проектирования турбомашин с целью обеспечения требуемой надежности при минимальных материальных и временных затратах. В результате выполнения исследований данной диссертационной работы решены следующие основные задачи:

1. Разработан комплекс математических моделей и методик численноэкспериментального анализа для прогнозирования усталостной долговечности основных роторных деталей, включающий в себя решение задач статики, собственных и вынужденных колебаний, чувствительности и ресурсных характеристик. Отличие предлагаемой работы от известных подходов заключается:

- в системном подходе и комплексных исследованиях на базе МКЭ;

- в развитии чувствительности применительно к лопаточным венцам турбомашин;

- в создании моделей соплового возбуждения и оптимизации предсказания долговечности лопаточных венцов турбомашин;

2. Создан специализированный комплекс программ, ориентированный на персональные ЭВМ и прошедший широкую апробацию на роторных деталях академических и реальных рабочих колес роторов.

3. Выполнен численный анализ: статического НДС, свободных и вынужденных колебаний, чувствительности и усталостной долговечности лопаток и рабочих колес турбин на эксплуатационных режимах работы, для которых решение на уровне классических подходов невозможно или проблематично.

4. Проведены расчетные и экспериментальные исследования влияния преднамеренной расстройки на статические, динамические характеристики и долговечность рабочих колес турбомашин, выполнена оценка долговечности роторных деталей турбомашин от варьирования геометрических характеристик с учетом преднамеренной расстройки.

5. Разработана, предложена и верифицирована математическая модель оптимизация введения преднамеренной расстройки для получения конструкций роторных элементов турбомашин с повышенным ресурсом.

Кроме этого, результаты в данной диссертации показывают, что изменение геометрических характеристик лопаток облопаченных дисков значительно влияет на их динамические характеристики и долговечность. Применение блочных моделей с учетом оптимизации преднамеренной расстройки в данной диссертационной работе может увеличивать долговечность рабочих колес до 37,52%.

Использование полученных результатов в данной диссертационной работе позволяет повысить эффективность и надежность на стадии проектирования деталей рабочих колес турбомашин, а также проанализировать их остаточный ресурс в эксплуатации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Буй М. К. Разработка численных методов и программного обеспечечения для прогнозирования усталостной прочности деталей турбомашин: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Буй Мань Кыонг. - Иркутск, 2011. - 220 с.

2. Быков Ю.А. Численное моделирование связанных аэротермоупругих колебаний турбинной лопатки/ Ю.А. Быков, В.И. Гнесин// Восточно-Европейский журнал передовых технологий. - 2011. - Т. 5/7 (53). - С. 4-6.

Быков Ю.А. Численное моделирование упругих колебаний лопаток турбомашин/
 Ю.А. Быков, В.И. Гнесин//Восточно-Европейский журнал передовых технологий. - 2011. - Т.
 3/7 (51). - С. 62-65.

4. Гнесин В.И. Численный анализ аэроупругого поведения лопаточного венца осевой турбомашины/ В.И. Гнесин, Л.В. Колодяжная, Р. Жандковски, А.А. Колесник// Вестник НТУ "ХПИ". – 2014. - № 62 (1104). - С.13-21.

5. ГОСТ 25.504 - 82. Расчёты и испытания на прочность. Методы расчёта характеристик сопротивления усталости. - Введ. 01.07.83. - М.: Изд-во стандартов. - 1982. - 80 с.

6. До М. Т. Численный анализ влияния расстройки параметров на динамические характеристики рабочих колес турбомашин: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / До Мань Тунг. – Иркутск, 2014. - 197 с.

7. Дьяконов В. П. МАТLAB. Полный самоучитель. - М.: ДМК Пресс. - 2012. - 768 с.

8. Зайдес С.А. Оценка усталостной долговечности осевого рабочего колеса турбомашин с учетом преднамеренной расстройки / С.А. Зайдес // Системы. Методы. Технологии. - 2022. - № 1 (53). - С. 57-62.

9. Залужский В.С. Повышение надежности лопаток последних ступеней паровых турбин/ В.С. Залужский, П.Н. Плотников // Тр. 1-й науч.-техн. конф. молодых ученых Урал. энерг. ин-та: сб. докл. - 2016. - С. 107-110.

10. Золотов А.Н. Численное исследование и математическое моделирование теплового состояния лопаток турбомашин/ А.Н. Золотов, В.Н. Ковальногов, М.А. Корнилова // В книге: Проблемы тепломассообмена и гидродинамики в энергомашиностроении. - 2016. - С. 62-66.

11. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин. – М.: Машиностроение, 1983. - 224 с.

 Иноземцев А.А. Собственные частоты и формы колебаний полой лопатки вентилятора ГТД/ А.А. Иноземцев, М.Ш. Нихамкин, Л.В. Воронов, Б.П. Болотов, И.Л. Гладкий, А.Ю. Головкин// Авиационная промышленность. - 2010. - № 3. - С. 8-11. Когаев В. П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность/
 В. П. Когаев, Н. А. Махутов, А. П. Гусенков. - М.: Машиностроение. - 1985. - 224 с.

14. Костюк А. Г. Динамика и прочность турбомашин: Учебник для студентов вузов по специальность «Турбиностроение». - М.: Машиностроение. - 1982. - 264 с.

15. Лазарев Ю. Ф. Начала программирования в среде MatLAB: Учебное пособие. - К.: НТУУ "КПИ". - 2003. - 424 с.

16. Мяченков В. И. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. - М.: Машиностроение. - 1989. - 520 с.

17. Нгуен В. В. Математическое моделирование и его применение в преднамеренной расстройке параметров и оптимизации ресурсных характеристик турбомашин/ В. В. Нгуен, О. В. Репецкий// Информационные и математические технологии в науке и управлении. - 2022. - № 2(26). - С. 24-30.

18. Нгуен В. В. Прогнозирование и оптимизация усталостной долговечности осевого облопаченного диска с преднамеренной расстройкой / В. В. Нгуен, О. В. Репецкий// Информационные и математические технологии в науке и управлении. - 2022. - № 3(27). - С. 204-212.

19. Нгуен Т.К. Математические модели и программный комплекс для оценки влияния расстройки параметров рабочих колес энергетических турбомашин на их долговечность: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18 / Нгуен Тьен Кует. - Иркутск, 2018. - 158 с.

20. Нихамкин М.Ш. Оценка снижения усталостной прочности лопаток компрессора при повреждении посторонними предметами/ М.Ш. Нихамкин, В.М. Лимонова, А.К. Хамидуллина // Научное обозрение. Технические науки. - 2014. - № 2. - С. 82-82.

21. Нихамкин М.Ш. Снижение усталостной прочности лопаток компрессора ГТД при повреждении посторонними предметами/ М.Ш. Нихамкин, Л.В. Воронов, И.П. Конев, И.В. Семенова, Ю.И. Плотников, Л.В. Сараева // Авиационная промышленность. - 2008. - № 1. - С. 21-24.

22. Ревинская О. Г. Основы программирования в MatLab: учеб. пособие. - СПб.: БХВ-Петербург. - 2016. - 208 с.

23. Репецкий О. В. Анализ динамических характеристик облопаченных дисков турбомашин с преднамеренной расстройкой/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. - 2020. - № 62. - С. 61-70.

24. Репецкий О. В. Анализ динамических характеристик элементов турбомашин/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Вестник НГИЭИ. - 2020. - № 2 (105). - С. 5-17.

25. Репецкий О. В. Исследование чувствительности колебаний лопаток турбомашин как средство управления расстройкой/ О. В. Репецкий, И.Н. Рыжиков, А. Kühhorn, В. Beirow // Байкальский Вестник ДААД. - 2017. - № 1. - С. 10-22.

26. Репецкий О. В. Исследования влияния расстройки параметров на долговечность рабочих колес турбомашин с учетом анализа чувствительности/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Вестник НГИЭИ. - 2020. - № 10 (113). - С. 5-16.

27. Репецкий О. В. Компьютерный анализ динамики и прочности турбомашин/ О. В. Репецкий// Иркутск: Изд-во ИрГТУ. - 1999. - 301 с.

28. Репецкий О. В. Прогнозирование уровней напряжений в лопатках рабочих колес турбомашин с расстройкой параметров/ О. В. Репецкий, И. Н. Рыжиков, Т. К. Нгуен// Вестник ИрСХА. - 2017. - №78. - С. 142 - 151.

29. Репецкий О. В. Разработка математических моделей и программ для ана-лиза динамики и усталостной прочности лопаток турбомашин с учётом влияния температуры/ О. В. Репецкий, М. К. Буй// Применение математических методов и информационных технологий в экономике: сб. науч. тр. - Иркутск: Изд - во БГУЭП. - 2011. - С. 5-32.

30. Репецкий О. В. Разработка математических моделей и развитие численноэкспериментальных методов исследования влияния расстройки параметров рабочих колес турбомашин с помощью анализа чувствительности/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Байкальский Вестник ДААД ИрГАУ. - Иркутск. - 2019. - № 1. - С. 108-123.

31. Репецкий О. В. Результаты численного исследования преднамеренной расстройки при разных вариантах скоса верхней кромки лопаток энергетических турбомашин/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// В сборнике: Актуальные вопросы инженерно-технического и технологического обеспечения АПК. Материалы IX Национальной научно-практической конференции с международным участием. Молодёжный. - 2021. - С. 125-134.

32. Репецкий О. В. Численное исследование преднамеренной расстройки при вариациях толщины лопаток энергетических турбомашин/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Вестник НГИЭИ.
- 2021. - № 8 (123). - С. 44-56.

33. Репецкий О. В. Численный анализ прочностных характеристик машиностроительных конструкций с расстройкой параметров/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Вестник НГИЭИ. - 2019. - № 7 (98). - С. 27-38.

34. Репецкий О.В. Исследование свободных колебаний лопаточных венцов с расстройкой геометрических и массовых параметров/ О. В. Репецкий, К. Попп// Вестник стипендиатов DAAD - Иркутск: Изд-во ИрГТУ. - 2002. - № 2. - С. 39-45.

35. Репецкий О.В. Численное исследование преднамеренной расстройки параметров при сверлении отверстий в лопатках энергетических турбомашин/ О.В. Репецкий, Д.К. Хоанг, В. В. Нгуен // Вестник НГИЭИ. - 2021. - № 12 (127). - С. 17-34.

36. Репецкий О.В. Расчетно-экспериментальный анализ прочностных характеристик роторов турбомашин с учетом аэродинамического влияния/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен, Д. К. Хоанг, В. Б. Чан// Байкальский Вестник ДААД ИрГАУ, Иркутск. - 2020. - № 1. - С. 9-18.

37. Рикардс Р. Б. Метод конечных элементов в теории оболочек и пластин/ Р. Б. Рикардс// Рига: Зинатне. - 1988. - 284 с.

38. Рыжиков И. Н. Численный анализ динамики и долговечности элементов ротора газотурбинного двигателя / И. Н. Рыжиков, О. В. Репецкий, В.В. Нгуен// iPolytech Journal. - 2022. - Т. 26. - № 2. - С. 173-183.

39. Рыжиков И. Н. Экспериментальное и численное исследование влияния расстройки параметров на колебания рабочих колес турбомашин/ И. Н. Рыжиков, В. И. Рыжиков, О. В. Репецкий// Вестник стипендиатов ДААД. - 2011. - №1(8). - С. 56-61.

40. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2021612208. Программа для анализа многоцикловой усталости и расчета долговечности роторных элементов с учетом чувствительности и расстройки от изменения масс (BLISK_SENLIFE)/ О. В. Репецкий, В. В. Нгуен// Федеральная служба по интеллектуальной собственности. - 2021.

41. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. № 2020615564.
Программа для расчета чувствительности колебаний лопаток рабочего колеса турбомашин/ О.
В. Репецкий, В. В. Нгуен// Федеральная служба по интеллектуальной собственности. - 2020.

42. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир. - 1979. - 392 с.

43. Уланов А.М. Вибрация и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. - Самара. - 2011. - 58 с. .

44. Хайман Б. Мехатроника: компоненты, методы, примеры/ Б. Хайман, В. Гердт, К. Попп, О. В. Репецкий// Новосибирск: Изд-во СО РАН. - 2010. - 602 с.

45. Шкловец А.О. Снижение переменных резонансных напряжений в лопатках рабочих колес в последней ступени КСД/ А.О. Шкловец, М.Н. Сеньчев, П.Т. Джибилов// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. - 2012. - № 3 (34). - С. 50-56.

46. Шуваев Н.В. Численная оценка интенсивности возбуждения колебаний лопаток газотурбинного двигателя на резонансных режимах/ Н.В. Шуваев // Климовские чтения 2016: сб. докл. науч.-техн. конф. – СПб.: Скифия принт. - 2016. - С. 138-149.

47. Beirow B. Effect of mistuning and damping on the forced response of a compressor blisk rotor/ In the collection: Proceedings of the ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Congress & Exposition. - GT2015-42036.

48. Beirow B. Forced response reduction of a blisk by means of intentional mistuning/ B. Beirow, A. Kühhorn, F. Figaschewsky, A. Bornhorn, O. V. Repetckii// In the collection: Proceedings of the ASME Turbo Expo Turbomachinery Technical Conference and Exposition. Cep. "ASME Turbo Expo 2018: Turbomachinery Technical Conference and Exposition". - GT 2018-76584.

49. Beirow B. Grundlegende Untersuchungen zum Schwingungsverhalten von Verdichterlaufrädern in Integralbauweise. - Cottbus. - 2009.

50. Beirow B. Vibration Reduction of a Steam Turbine Wheel by Means of Intentional Mistuning/ Beirow, B., M. Golze, F. Popig// In: Advances in Design III, Springer Nature Switzerland. - 2021.

51. Bendiksen O. O. Flutter of Mistuned Turbomachinery rotors/ O. O. Bendiksen// Trans. ASME, Journal of vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, April. - 1986. - Vol. 108. - P. 132-139.

52. Bendiksen O. O. Localization Phenomena in Structural Dynamics/ O. O. Bendiksen// Chaos, Solitions and Fractals. - 1984. - Vol. 11. - № 10. - P. 1621-1660.

53. Besem F. M. Forced Response Sensitivity of a Mistuned Rotor from an Embedded Compressor Stage/ F. M. Besem, R. E. Kielb, N. L. Key// J Turbomach. – 2016. - 138 (3). - P. 031002-1-10.

54. Brown J. M. Reduced Order Modeling methods for Turbomachinery design/ J. M. Brown// A dissertation submitted in the partial fulfillment of the requirements for degree of Doctor of Philosophy, Wright State University. - 2008. - 240 p.

55. Bruno V. Reduced Order modeling of bladed disks featuring large mistuning/ V. Bruno// Structural Dynamics and Vibration Laboratory, McGill University. - 2007. - 63 p.

56. Castanier M. P. A Reduced-Order Modeling Technique for Mistuned Bladed Disks/ M. P. Castanier, G. Ottarsson, C. Pierre// Journal of Vibration and Acoustics. - 1997. - Vol. 119. - № 3. - P. 439-447.

57. Castanier M. P. Investigation of the Combined Effects of Intentional and Random Mistuning on the Forced Response of Bladed Disks/ M. P. Castanier, C. Pierre// AIAA Paper 98-3720, July. - 1998.

58. Castanier M. P. Modeling and analysis of Mistuned bladed disk vibration: Status and Emerging direction/ M. P. Catanier, C. Pierre// Journal of Propulsion and power. - 2006. - Vol 22. - № 2. - P. 384-396.

59. Cha D. Effects of the nature of Excitation on the response of a Mistuned bladed disk assembly/ D. Cha, A. Sinha// Journal of Turbomachinery. - 2002. -Vol 124. - P. 588-596.

60. Chen J. C. Matrix Perturbation for Structural dynamic analysis/ J. C. Chen, B. Wada// Journal AIAA. - 1977. - Vol. 15. - № 8. - P. 1095-1100.

61. Choi B. K. Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Reduction of the Forced Response Effects of Unintentional Mistuning: Formulation and Assessment/ B. K. Choi, J. Lentz, A. J. Rivas-Guerra, M. P. Mignolet// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 2003. - Vol. 125. - № 1. - P. 131-140.

62. Corral R. Flutter Generation and Control Using Mistuning in a Turbine Rotating Rig/ R. Corral, J. Beloki, P. Calza, R. Elliott// ASME-Paper. Seoul, South Korea, June 13-17. - 2016. - GT2016-57949.

63. Craig R. R. Coupling of Substructures for Dynamic Analyses/ R. R. Craig, M. C. Bampton// AIAA Journal. - 1968. - Vol. 6. - № 7. - P. 1313-1319.

64. Crawley E. F. Optimization and Mechanisms of Mistuning in Cascades/ E. F. Crawley, K.
C. Hall// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1985. - Vol. 107. - № 2. P. 418-426.

65. Dye R.C.F. Vibration amplitudes of compressor blades resulting from scatter in blade natural frequencies/ R.C.F. Dye, T.A. Henry// Trans. ASME, Journal of Enghineering for Power. – July, 1969. - P. 182-188.

66. El-Bayoumy L. E. Influence of Mistuning on Rotor-Blade Vibrations/ L. E. El-Bayoumy,
A. V. Srinivasan// AIAA Journal. - 1975. - Vol. 13. - № 4. - P. 460-464.

67. Ewins D. J. A Study of Resonance Coincidence in Bladed Discs/ D. J. Ewins// Journal of Mechanical Engineering Science. - 1970. - Vol. 12. - № 5. - P. 305-312.

68. Ewins D. J. Further Studies of Bladed Disc Vibration: Effects of Packeting/ D. J. Ewins// Proceedings of the International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Inst. of Mechanical Engineers, London. - 1980. - P. 97-102.

69. Ewins D. J. The Effects of Detuning Upon the Forced Vibrations of Bladed Disks/ D. J. Ewins// Journal of Sound and Vibration. - 1969. - Vol. 9. - № 1. P. 65-79.

70. Ewins D. J. Vibration Characteristics of Bladed Disc Assemblies/ D. J. Ewins// Journal of Mechanical Engineering Science. - 1973. - Vol. 15. - № 3. - P. 165-186.

71. Ewins D. J. Vibration Modes of Mistuned Bladed Disks/ D. J. Ewins// Journal of Engineering for Power. - 1976. - Vol. 98. - № 3. - P. 349-355.

72. Figaschewsky F. Analysis of Mistuned Blade Vibrations Based on Normally Distributed Blade Individual Natural Frequencies/ F. Figaschewsky, A. Kühhorn// ASME Paper. - 2015. - № GT2015-43121.

73. Figaschewsky F. Design and Analysis of an Intentional Mistuning Experiment Reducing Flutter Susceptibility and Minimizing Forced Response of a Jet Engine Fan/ F. Figaschewsky, A. Kühhorn, B. Beirow, J. Nipkau, T. Giersch, B. Power// ASME Paper. - 2017. - GT2017-64621

74. Giersch T. Forced Response Analysis of Mistuned Radial Inflow Turbines/ T. Giersch, P. Hönisch, B. Beirow, A. Kühhorn // J Turbomach. 2013. - 135 (3). - P. 031034-1-9.

75. Han Y. Optimization of Intentional Mistuning Patterns for the Mitigation of Effects of Random Mistuning/ Y. Han, R. Murthy, M. P. Mignolet, J. Lentz// J Eng Gas Turb Power. - 2014. - 136. No. 6. - Paper 06250. - P. 1-9.

76. Hou J. Minimizing Blade Dynamic Response in a Bladed Disk Through Design Optimization/ J. Hou, C. Cross// AIAA Journal. - 2005. -Vol. 43. - № 2. - P. 406-412.

77. Miyakozawa T. Flutter and Forced Response of Turbomachinery with Frequency Mistuning and Aerodynamic Asymmetry. PhD-Thesis. Duke University, Durham. - 2008.

78. Irretier H. Spectral Analysis of Mistuned Bladed Disk Assemblies by Component Mode Synthesis/ H. Irretier// Vibrations of Bladed Disk Assemblies, edited by D. J. Ewins and A. V. Srinivasan, American Society of Mechanical Engineers, New York. - 1983. - P. 115-125.

79. Jones K. Linear Intentional Mistuning for Reduction of Bladed Disk Forced Response/ K. Jones, R. O'Hara// Proceedings of the 8th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Universal Technology Corp., Dayton, OH. - 2003.

Jones K. On Antiresonance in the Forced Response of Mistuned Bladed Disks/ K. Jones,
 C. Cross// Proceedings of IMAC-XX: A Conference on Structural Dynamics, Society for Experimental Mechanics, Bethel, CT. - 2002. - Vol. 1. - P. 491-498.

81. Kaneko Y. Practical Optimization of Mistuned Bladed Disk of Steam Turbine with Free-Standing Blade Structure for Forced and Self-Excited Vibration/ Y. Kaneko, K. Mori, H. Ooyama// ASME-Paper. Oslo, Norway, June 11-15. - 2018. - GT2018-75056.

82. Kenyon J. A. Forced Response of Turbine Engine Bladed Disks and Sensitivity to Harmonic Mistuning/ J. A. Kenyon, J. H. Griffin// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power.
2003. - Vol. 125. - № 1. - P. 113-120.

83. Kenyon J. A. Investigation of Curve Veering Using Computational and Experimental Techniques/ J. A. Kenyon// Proceedings of the AIAA/ASME/ASCE/ AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA, New York. - 1999. - Vol. 2. - P. 1550-1558.

84. Kenyon J. Experimental Demonstration of Maximum Mistuned Bladed Disk Forced Response/ J. Kenyon, J. Griffin// Journal of Turbomachinery. - 2003. -Vol. 125. - № 4. - P. 673-681.

85. Lim S. H. Intentional Mistuning Design Space Reduction Based on Vibration Energy Flow in Bladed Disks/ S. H. Lim, M. P. Castanier, C. Pierre// American Society of Mechanical Engineers Paper, June. - 2004. - GT2004-53873.

86. Ma X. Q. Study on Free Vibration of Plates with Variable Thickness and a Hole Defect /
X. Q. Ma, C. Morita, T. Sakiyama, H. Matsuda, M. Huang// Reports of the Faculty of Engineering,
Nagasaki University. - 2008. - Vol.38(70). - P. 13-19.

87. Madden A. C. Reduced-Order model construction procedure for Robust Mistuning Identification of Blisks/ A. C. Madden, M. P. Castanier, B. I. Epureanu// Journal AIAA. - 2008. - Vol 46. - № 11. - P. 2890-2898.

88. Madden A. Reduced-Oder modeling approach for blisks with large mass, stiffness, and geometric mistuning/ A. Madden, B.I. Epureanu, S. Filippi// Journal AIAA. - 2012. - Vol 50. - № 2. - P. 366-374.

89. Martel C. Intentional Mistuning Effect in the Forced Response of Rotors with Aerodynamic Damping/ C. Martel, J. J. Sánchez-Álvarez// Journal of Sound and Vibration. - 2018. - 433. - P. 212-229.

90. Mignolet M. A Novel Limit Distribution for the Analysis of Randomly Mistuned Bladed Disks/ M. Mignolet, C. C. Lin, B. LaBorde// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 2001. - Vol. 123. - № 2. - P. 388-394.

91. Mignolet M. P. Direct Prediction of the Effects of Mistuning on the Forced Response of Bladed Disks/ M. P. Mignolet, W. Hu// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1998. - Vol. 120. - № 3. - P. 626-634.

92. Mignolet M. P. Towards a Com-prehensive Direct Prediction Strategy of the Effects of Mistuning on the Forced Response of Turbomachinery Blades/ M. P. Mignolet, A. Rivas-Guerra, B. LaBorde// Aircraft Engineering and Aerospace Technology. - 1999. - Vol. 71. - № 5. - P. 462-469.

93. Moyroud F. A comparison of two finite element reduction techniques for Mistuned bladed disks/ F. Moyroud, T. Franssom// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 2002. - Vol 124. - P. 942-952.

94. Nakos A. Mistuning and Damping of a Radial Turbine Wheel. Part 2: Implementation and Validation of Intentional Mistuning/ Nakos, A., Beirow, B. Zobel, A.// Proceedings of ASME Turbo Expo 2022, Rotterdam, June 13-17. - 2022. - GT2022-80643.

95. Nikolic M. Coriolis forces in forced response analysis of Mistuned bladed disks/ M. Nikolic, E. P. Petrov, D. J. Ewin// Journal of Turbomachinery. - 2007. - Vol. 129. - P. 730-739.

96. Niokau J. Analysis of mistuned blisk virbations using a surrogate lumped mass model with aerodynamic influence. PhD thesis, BTU. - 2011.

97. Ottarsson G. S. Dynamic Modeling and Vibration Analysis of Mistuned Bladed Disks/ G.S. Ottarsson// Ph.D. Dissertation, Univ. of Michigan, Ann Arbor. - 1994.

98. Petrov E. P. A New Method for Dynamic Analysis of Mistuned Bladed Disks Based on the Exact Relationship Between Tuned and Mistuned Systems/ E. P. Petrov, K. Y. Sanliturk, D. J. Ewins// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 2002. - Vol. 124. - № 3. - P. 586-597.

99. Petrov E. P. Method for Analysis of Nonlinear Multiharmonic Vibrations of Mistuned Bladed Disks With Scatter of Contact Interface Characteristics/ E. P. Petrov, D. J. Ewins// Journal of Turbomachinery. - 2005. - Vol. 127. - № 1. - P. 128-136.

100. Pierre C. Experimental Investigation of the Effects of Random and Intentional Mistuning on the Vibration of Bladed Disks/ C. Pierre, J. Judge, S. L. Ceccio, M. P. Castanier// Proceedings of the 7th National Turbine Engine High Cycle Fatigue Conference, Universal Technology Corp., Dayton, OH. - 2002.

101. Repetckii O. Dynamics of gas turbine engines rotors taking into account non linear effects/ O. Repetckii, I. Ryzhikov T. Q. Nguyen// Vibroengineering PROCEDIA. - 2016. - T. 8. - 361 p.

102. Repetckii O. Investigation of mistuning impact on vibration of rotor bladed disks/ O. Repetckii, I. Ryzhikov, T.Q. Nguyen// Journal of Physics: Conference Series. -2018. - Vol. 944(1). - P. 012097.

103. Repetckii O. Investigation of vibration and fatigue life of mistuned bladed disks/ O. Repetckii, T. Q. Nguyen, I. Ryzhikov// Proceedings of the international conference "Actual issues of mechanical engineering 2017" (AIME 2017), Tomsk Polytechn. Univ., Tomsk, RUSSIA AER-Advances in Engineering Research. - 2017. - Vol. 133. - P.702-707.

104. Repetckii O.V. Use of the FEM for solving of thermo elasticity problem of turbine blades/ O.V. Repetckii// Strength of Materials. - 1991. - T. 22. - № 12. - P. 1848-1854.

105. Repetckii O.V. Development of mathematical models for the numerical analysis of durability and increase the reliability elements of turbomachines with various types of mistuning on bladed disks/ O.V. Repetckii, I.N. Ryzhikov, V.V. Nguyen// In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). - 2020. - P. 9271298.

106. Repetckii O.V. Dynamics of turbomachine impellers using sensitivity functions/ O.V. Repetckii, V.V. Nguyen// Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering, ICIE. - 2020. - P. 581-588.

107. Repetckii O.V. Effect of intentional mistuning on dynamic characteristics of an energy turbomachine bladed disk/ O.V. Repetckii, V.V. Nguyen// Journal of Physics: Conference Series. International Conference on Automatics and Energy (ICAE 2021). - 2021. - C. 012012.

108. Repetckii O.V. Numerical analysis of dynamics and fatigue life of the turbomachine impeller with mistuning/ I. N. Ryzhikov, O.V. Repetckii, V.V. Nguyen // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). - 2021. - C. 682-689.

109. Repetckii O.V. Numerical and experimental research of intentional mistuning of an academic bladed disk using sensitivity analysis/ O.V. Repetckii, V.V. Nguyen, B. Beirow // Proceedings of the 7th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2021). - 2021. - C. 663-671.

110. Repetckii O.V. Numerical research of vibrational characteristics for compressor bladed disks of an energy turbomachine with intentional mistuning of blades/ O.V. Repetckii, V.V. Nguyen// In the collection: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon). - 2020. - P. 9271444.

111. Repetckii O.V. Sensitivity analysis regarding the impact of intentional mistuning on blisk vibrations/ O.V. Repetckii, V.V. Nguyen, B. Beirow// Proceedings of the International Conference on Wave Mechanics and Vibrations (WMVC 2022). - 2022. - C. 408-415.

112. Rivas-Guerra A. J. Maximum Amplification of Blade Response due to Mistuning: Localization and Mode Shape Aspects of the Worst Disks/ A. J. Rivas-Guerra, M. P. Mignolet// Journal of Turbomachinery. - 2003. - Vol. 125. - № 3. - P. 442-454.

113. Scarselli G. Non deterministic approaches for the evaluation of the mistune on the rotor dynamics/ G. Scarselli, L. Leece// In AIAA 2004 Conference. 19 - 22 April. - 2005. - P. 1748.

114. Schoenenborn H. Contribution to Free and Forced Vibration Analysis of an Intentionally Mistuned Blisk/ H. Schoenenborn, M. Junge, U. Retze// ASME-Paper, Copenhagen, Denmark, June 11-15. - 2012. - GT2012-68683.

115. Siewert C. Analysis of Intentional mistuning on the Aeroelastic Stability of Freestanding Last Stage Blade Rows in Steam Turbines/ C. Siewert, O. Pütz, J. Eigemann// ASME Turbo Expo 2020, Virtual Conference, Online, September 21 – 25. - 2020. - GT2020-14656.

116. Sinha A. A Higher Order Technique to Compute the Statistics of Forced Response of a Mistuned Bladed Disk Assembly/ A. Sinha, S. Chen// Journal of Sound and Vibration. - 1989. - Vol.
130. - № 2. - P. 207-221.

117. Sinha A. Computation of the Maximum Amplitude of a Mistuned Bladed Disk Assembly via Infinity Norm/ A. Sinha// Analysis and Design Issues for Modern Aerospace Vehicles, Vol. AD-55, American Society of Mechanical Engineers, New York. -1997. - P. 427-432. 118. Valero N. A. Vibration characteristics of Mistuned shrouded blade assemblies/ N.A. Valero, O.O. Bendiken// Trans. ASME, journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1986. - Vol 108. - P. 293-299.

119. Wagner J. T. Coupling of Turbomachine Blade Vibrations Through the Rotor/ J. T. Wagner // Journal of Engineering for Power. - 1967. - Vol. 89. - № 3. - P. 502-512.

120. Wei S. T. Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry, Part
I: Free Vibrations/ S. T. Wei, C. Pierre// Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in
Design. - 1988. - Vol. 110. - № 4. - P. 429-438.

121. Wei S. T. Localization Phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry, Part II: Forced Vibrations/ S. T. Wei, C. Pierre// Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. - 1988. - Vol. 110. - № 4. - P. 439-449.

122. Wei S. T. Statistical Analysis of the Forced Response of Mistuned Cyclic Assemblies/ S.
T. Wei, C. Pierre// AIAA Journal. - 1990. - Vol. 28. - № 5. - P. 861-868.

123. Whitehead D. S. Effect of mistuning on forced vibration of blades with Mechanical coupling/ D. S. Whitehead// Journal of mechanical science. - 1976. - № 6. - P. 306-307.

124. Whitehead D. S. Effect of Mistuning on the Vibration of Turbomachine Blades Induced by Wakes/ D. S. Whitehead// Journal of Mechanical Engineering Science. - 1966. - Vol. 8. - № 1. - P. 15-21.

125. Whitehead D. S. The Maximum Factor by Which Forced Vibration of Blades Can Increase Due to Mistuning/ D. S. Whitehead// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1998. - Vol. 120. - № 1. - P. 115-119.

126. Whitehead D.S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes/ D. S. Whitehead// Journal of mechanical engineering science. - 1966. - № 1. - P. 15-21.

127. Xiao B. Maximum Ampli-fication of Blade Response due to Mistuning in Multi-Degreeof-Freedom Blade Models/ B. Xiao, A. J. Rivas-Guerra, M. P. Mignolet// Proceedings of the 2004 ASME Turbo Expo, Vol. 6, American Society of Mechanical Engineers, New York, June. - 2004. - P. 427-438.

128. Yang M. T. A Reduced-Order Model of Mistuning Using a Subset of Nominal System Modes/ M. T. Yang, J. H. Griffin// Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 2001. - Vol. 123. - № 4. - P. 893-900.

129. Zheng Z. C. Dynamic Analysis of Blade Groups Using Component Mode Synthesis/ Z.C. Zheng, F. R. Wang// Vibrations of Blades and Bladed Disk Assemblies, edited by R. E. Kielb andN. F. Rieger, American Society of Mechanical Engineers, New York. - 1985. - P. 97-103.



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ, НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОЛИТИКИ И РЫБОХОЗЯЙСТВЕННОГО КОМПЛЕКСА федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ А.А. ЕЖЕВСКОГО» (ФГБОУ ВО Иркутский ГАУ)



об использовании результатов диссертации «Разработка математических моделей, методик и программного обеспечения для создания турбомашин повышенного ресурса с помощью преднамеренной расстройки», представленной Нгуеном Ван Винь на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационной работы «Разработка математических моделей, методик и программного обеспечения для создания турбомашин повышенного ресурса с помощью преднамеренной расстройки», представленной Нгуеном Ван Винь на соискание ученой степени кандидата технических наук, внедрены в учебном процессе по направлениям 35.03.06 и 35.04.06 – Агроинженерия по программе магистратуры, а также при выполнении научных исследований на кафедре «Технический сервис и общеинженерные дисциплины» и «Энергооборудование и физика» инженерного и энергетического факультетов Иркутского ГАУ.

Основные выводы и разработанные методики диссертационной работы позволяют исследовать динамические характеристики высоконагруженных элементов турбомашин и прогнозировать ресурс конструкций, работающих в АПК.

Зав. каф. «Энергооборудование и физика», профессор, д.т.н.

Б.Ф. Кузнецов

Зав. каф. «Технический сервис и общеинженерные дисциплины», профессор, д.т.н.

М.К. Бураев

Министерство Росс	науки и высц сийской Федеј	тего образования рации
	ФГБОУ ВО	
ИРКУТСІ ИССЈ ТЕХНИЧ	КИЙ НАЦИО ІЕДОВАТЕЛІ ЕСКИЙ УНИ	НАЛЬНЫЙ ЬСКИЙ ВЕРСИТЕТ
институт А	авиамаши 1 ТРАНСПОР	НОСТРОЕНИЯ ТА
664074, Ирк Тел.(3952) 40 ра	утск-74, ул. Л)-51-30. Факс shkov@ex.istu	ермонтова, 83 (3952) 40-51-30 .edu
05.05.	dodd No	625
на №	ОТ	

АКТ

об использовании результатов диссертации «Разработка математических моделей, методик и программного обеспечения для создания турбомашин повышенного ресурса с помощью преднамеренной расстройки», представленной Нгуеном Ван Винь на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Настоящим актом удостоверяется, что результаты диссертационной работы «Разработка математических моделей, методик и программного обеспечения для создания турбомашин повышенного ресурса с помощью преднамеренной расстройки», представленной Нгуеном Ван Винь на соискание ученой степени кандидата технических наук, внедрены в учебном процессе по учебным направлениям 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств и 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств на кафедре «Технология и оборудование машиностроительных производств» института авиамашиностроения и транспорта ИРНИТУ.

Основные выводы и разработанные методики диссертационной работы позволяют исследовать динамические характеристики и прогнозировать ресурс оборудования машиностроительных производств.

Директор института авиамашиностроения А.Е. Пашков и транспорта, профессор, д.т.н.







СВИДЕТЕЛЬСТВО

Стипендиата Губернатора Иркутской области

выдано

Нгуен Ван Винь

аспиранту федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский аграрный университет имени А.А. Ежевского»

Губернатор Иркутской области



г. Иркутск, 2020 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ В. АВТОРСКИЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА О РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ ДЛЯ ЭВМ



Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения, программная реализация расчета чувствительности колебаний лопаток рабочего колеса и визуализация работы программного обеспечения.



Авторский вклад: разработка алгоритмического обеспечения, программная реализация анализа многоцикловой усталости и расчета долговечности рабочего колеса, визуализация работы программного обеспечения.