

# К ПОЗИЦИОННЫМ НЕОБХОДИМЫМ УСЛОВИЯМ ОПТИМАЛЬНОСТИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ПО СОСТОЯНИЮ ЗАДАЧ ИМПУЛЬСНОГО УПРАВЛЕНИЯ <sup>1</sup>

М. В. Старицын, С. П. Сорокин

*Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск  
e-mails: starmaxmath@gmail.com, sorsp@mail.ru*

Доклад посвящен развитию современных методов слабо монотонных решений неравенств Гамильтона-Якоби для невыпуклых импульсных задач оптимального управления с траекториями ограниченной вариации, линейных по фазовой переменной. Речь будет идти о нестандартной двойственности и нелокальных вариационных условиях оптимальности, использующих позиционные управления спуска по функционалу [1].

Рассматривается следующая задача ( $P$ ) оптимального управления дифференциальным уравнением с мерами:  $I = \langle c, x(1) \rangle \rightarrow \min$ ,

$$dx = [A(t, u)x + a(t, u)] dt + [B(t, u)x + b(t, u)] \vartheta(dt), \quad x(0-) = x_0,$$

где  $x(t) \in R^n$ , роль “обычных” управлений играют борелевские функции  $u$  со значениями в заданном компакте  $U \subset R^r$ , а  $\vartheta$  — импульсные управления, представляющие собой определенный набор борелевских мер и измеримых функций [2]. Главной компонентой  $\vartheta$  является скалярная борелевская мера  $\mu$ . Система подчинена ограничению на полный импульс управления:  $\nu([0, T]) \leq M$ , где  $M > 0$ , а  $\nu$  — еще одна компонента  $\vartheta$  — скалярная неотрицательная мера, мажорирующая полную вариацию меры  $\mu$ .

Для невыпуклой задачи ( $P$ ) установлена нестандартная двойственность: доказано, что задача ( $P$ ) эквивалентна задаче сравнения (поставленной на траекториях сопряженной системы из принципа максимума) в смысле совпадения допустимых множеств, минимизирующих последовательностей управлений и значений целевых функционалов. С помощью метода разрывной замены времени [3] задача ( $P$ ) преобразуется к эквивалентной классической задаче ( $RP$ ) оптимального управления с абсолютно непрерывными траекториями. Заметим, что в редуцированной задаче присутствует терминальное ограничение на компоненту фазовой траектории, отвечающей времени исходной системы. Для задачи ( $RP$ ) с терминальным ограничением получены вариационные условия оптимальности с позиционными управлениями в формализме Понтрягина [1]. Хотя на данный момент эти результаты не расшифрованы в терминах исходной задачи ( $P$ ), они допускают естественную алгоритмизацию и разработку на их основе численного алгоритма решения задачи ( $P$ ).

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Дыхта *Слабо монотонные решения неравенства Гамильтона-Якоби и условия оптимальности с позиционными управлениями.* — АИТ. — 2014, № 5, с. 17-36.
2. A. Arutyunov, D. Karamzin, F. Pereira *On constrained impulsive control problems.* — J. Math. Sci. — 2010, v. 165, № 6, p. 654-688.
3. Б.М. Миллер, Е.Я. Рубинович *Оптимизация динамических систем с импульсными управлениями.* М.: Наука, 2005, 429 с.

<sup>1</sup>Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты № 14-01-00699-а, № 14-01-31254-мол-а, № 13-08-00441-а) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ (проект № НШ-5007.2014.9)