О МЕТОДЕ ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ С ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬЮ

О.А. Емец, А.О. Емец

Полтавский университет экономики и торговли, Полтава
e-mail: yemetsli@mail.ru, yemets2008@ukr.net

В докладе обосновывается общий подход в рамках метода ветвей и границ (МВГ) к решению задачи минимизации в интервальной постановке.

Пусть есть функционал $F(x)$, заданный на множестве $X(x \in X)$ - центрированных интервалов; $F(x) \in X$, т.е. значение, которое он принимает, также пусть является элементом множества центрированных интервалов. Пусть $D \subset X$ - допустимое множество центрированных интервалов.

Введем линейный порядок на множестве $A = \{a_1, ..., a_k\}$ центрированных интервалов $a_i = (\alpha_i, \sigma_i)$, $i \in J_k = \{1, 2, ..., k\}$. Введем характеристические сравнители для центрированных интервалов $a_i = (\alpha, \sigma)$: $(\alpha - \sigma, \alpha + \sigma) \subset R^1$, $\sigma \geq 0$:

1) $H_1 = (\alpha, \sigma) = \sqrt{\alpha^2 + \sigma^2} sign(\alpha)$.

2) $H_2 = (\alpha, \sigma) = (|\alpha| + \sigma) sign(\alpha) = \begin{cases} \alpha - \sigma, \ \alpha > 0 \\ \alpha + \sigma, \ \alpha < 0 \end{cases}$, если $H_1(\alpha, \sigma) = H_1(\beta, \delta)$. Тут $sign(\alpha) = 1, alpha > 0$; $sign(\alpha) = 0, alpha = 0$; $sign(\alpha) = -1, alpha < 0$.

3) Если $H_t(a_i) = H_t(a_j)$, $t = 1, 2$, то $\alpha_i \neq 0$, $H_3(a_i) = \alpha_i$, $i \in J_k$.

Такой сравнитель назовем H и обозначим $H =< H_1, H_2, H_3 >$.

Бинарное отношение порядка $\prec$ между интервалами a_i, a_j, $i, j \in J_k$, зададим так.

1) Если $H_1(a_i) < H_1(a_j)$, то $a_i \prec a_j$.

2) Если $H_1(a_i) < H_1(a_j)$, $H_2(a_i) = H_2(a_j)$, то $a_i \prec a_j$.

3) Если $H_1(a_i) = H_1(a_j)$, $H_2(a_i) = H_2(a_j)$, то: или а) $a_i = a_j$ $H_3(a_i) = H_3(a_j)$, говорим по определению: $a_i \prec a_j$ (или $a_j \prec a_i$), потому что $a_i = a_j$; или б) $a_i \neq a_j$, $a_i = (\alpha_i, \sigma_i)$, $a_j = (\alpha_j, \sigma_j)$ и $|\alpha_i| = \sigma_j \neq 0$, $|\sigma_i| = \alpha_j \neq 0$ (в этом случае $\alpha_i \neq \alpha_j$, $\sigma_i \neq \sigma_j$, $H_3(a_i) = \alpha_i$, говорим, что $a_i \prec a_j$, если $H_3(a_i) < H_3(a_j)$; или в) $a_i \neq a_j$, $\alpha_i = \alpha_j = 0$, $\sigma_i \neq \sigma_j$, тогда $H_3(a_i) = \sigma_i$ и $H_3(a_j) = \sigma_j$, если $H_3(a_i) < H_3(a_j)$, то $a_i \prec a_j$.

Теорема. *Бинарное отношение $\prec$ между центрированными интервалами, которое задается сравнителем $H =< H_1, H_2, H_3 >$, - линейный порядок.*

Пусть $A = \{a_1, ..., a_k\}$, $a_1 \prec a_2 \prec ... \prec a_{k-1} \prec a_k$. Максимумом назовем a_k: $a_k = \max_{a_i \in A}\{a_i | i = 1, 2, ..., k\}$; минимумом - a_1: $a_1 = \min_{a_i \in A}\{a_i | i = 1, 2, ..., k\}$.

С использованием операций над центрированными интервалами и определениям элементарных функций [1], задача оптимизации на множестве центрированных интервалов D может быть сформулирована так: найти $\min_{x \in D} F(x)$.

В работе [1] предложен и обоснован МВГ для минимизация функционала на множестве интервалов. Далее необходимы числовые экспериментов для установления рамок практичного применения метода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сергиенко И.В., Емец О.А., Емец А.О. Задачи оптимизации с интервальной неопределенностью: метод ветвей и границ. — Кибернетика и системный анализ. — 2013. — № 5. — С. 38-50