

# ОБ ИНТЕРВАЛЬНОЙ (1,1)-РАСКРАСКЕ ИНЦИДЕНТОРОВ<sup>1</sup>

А.В. Пяткин

*Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Новосибирск*  
*e-mail: artem@math.nsc.ru*

Правильная реберная раскраска называется *интервальной*, если при каждой вершине множество использованных цветов образует целочисленный интервал (т. е. множество подряд идущих натуральных чисел). Задача построения интервальной раскраски впервые была рассмотрена в [1]. В [3] установлено, что она является NP-трудной даже для двудольных графов. Отметим, что в случае двудольных графов эта задача моделирует проблему построения школьного расписания без окон (доли графа соответствуют учителям и классам, а наличие ребра означает, что учитель ведет урок в этом классе).

*Инцидентором* в графе называется пара  $(u, e)$ , состоящая из вершины  $u$  и инцидентного ей ребра  $e$ . Таким образом, ребро  $e = uv$  содержит два инцидентора:  $(u, e)$  и  $(v, e)$ , которые называются *сопряжёнными* друг к другу. Их удобно трактовать как две половины ребра  $e$ . Два различных инцидентора, примыкающих к одной и той же вершине, называются *смежными*. *Интервальной (1,1)-раскраской* инциденторов называется отображение множества инциденторов во множество цветов, при котором все смежные инциденторы окрашены в разные цвета, образующие целочисленный интервал, и цвета любых двух сопряженных инциденторов отличаются ровно на 1. Основным результатом работы является следующая

**Теорема.** *Если в графе существует интервальная раскраска ребер, то в нем также найдется интервальная (1,1)-раскраска инциденторов.*

Из этой теоремы следует истинность высказанной в [2] гипотезы о том, что подразбиение любого интервально раскрашиваемого графа является интервально раскрашиваемым.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. S. Asratian, R. R. Kamalian, Investigation of interval edge-colorings of graphs, Journal of Combinatorial Theory. Series B, 1994. V. 62, № 1. P. 34–43.
2. P. Petrosyan, H. Khachatryan, Interval Non-edge-Colorable Bipartite Graphs and Multigraphs // Journal of Graph Theory, accepted. 2013. DOI: 10.1002/jgt.21759
3. С.В.Севастьянов, Об интервальной раскрашиваемости ребер двудольного графа // Методы дискретного анализа в решении экстремальных задач, вып. 50, ИМ СО АН СССР, Новосибирск, 1990. С. 61–72.

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 12-01-00090, № 12-01-00093, № 12-01-00184, № 13-07-00070)