

ЗАДАЧИ АППРОКСИМАЦИИ ГРАФОВ (КЛАСТЕРИЗАЦИИ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ОБЪЕКТОВ)

А.В. Кононов¹, В.П. Ильев², С.Д. Ильева²

¹*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск
e-mail: alvenko@math.nsc.ru*

²*Омский государственный университет, Омск
e-mail: iljev@mail.ru*

Задачи аппроксимации графов являются одной из формализаций задач классификации систем взаимосвязанных объектов, в которых требуется минимизировать число связей между классами и число недостающих связей внутри классов. Постановки и различные интерпретации этих задач можно найти в работах [1-5].

Будем рассматривать *обыкновенные* графы, т. е. графы без петель и кратных ребер. Если $G_1 = (V, E_1)$ и $G_2 = (V, E_2)$ — помеченные обыкновенные графы на одном и том же множестве вершин V , то *расстояние* $d(G_1, G_2)$ между ними определяется как число несовпадающих ребер: $d(G_1, G_2) = |E_1 \setminus E_2| + |E_2 \setminus E_1|$. Обыкновенный граф называется *M-графом*, если каждая его компонента связности является полным графом.

В **задаче аппроксимации графа** для заданного графа $G = (V, E)$ требуется найти ближайший *M-граф* $M^* = (V, E^*)$. В различных постановках задачи число компонент связности графа M^* может быть произвольным, ограниченным сверху или равным заданному натуральному числу $k \geq 2$. Кроме того, могут накладываться ограничения на размеры компонент связности графа M^* . Изучались также взвешенные варианты задач аппроксимации графов, в которых задана весовая функция $w : V \times V \rightarrow Z_+$ и $d(G_1, G_2)$ равно суммарному весу несовпадающих ребер в графах G_1 и G_2 . Все варианты задач аппроксимации графов в общем случае являются *NP-трудными*.

Первоначально задача аппроксимации графа ставилась как задача аппроксимации симметричных бинарных отношений отношениями эквивалентности [5] и активно изучалась в 70-е годы XX в. В последние годы эта задача неоднократно переоткрывалась и независимо изучалась разными авторами под различными названиями (**Correlation Clustering** [3], **Cluster Editing** [4]).

В докладе будет представлен обзор известных и новых результатов, касающихся сложности и алгоритмов приближенного решения задач аппроксимации графов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Агеев, В.П. Ильев, А.В. Кононов, А.С. Талевнин. *Вычислительная сложность задачи аппроксимации графов*. — Дискрет. анализ и исслед. операций. Серия 1. — 2006, т.13, №1, с. 3-15.
2. В.П. Ильев, С.Д. Ильева, А.А. Навроцкая. *Приближенные алгоритмы для задач аппроксимации графов*. — Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2011, т.18, №1, с. 41-60.
3. N. Bansal, A. Blum, S. Chawla. *Correlation clustering*. — Machine Learning. — 2004, vol.56, pp. 89-113.
4. R. Shamir, R. Sharan, D. Tsur. *Cluster graph modification problems*. — Discrete Applied Mathematics. — 2004, vol.144, №1-2, pp. 173-182.
5. С.Т. Zahn. *Approximating symmetric relations by equivalence relations*. — J. of the Society for Industrial and Applied Mathematics. — 1964, vol.12, №4, pp. 840-847.