ПОСТ-ОПТИМАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЕКТОРНОЙ БУЛЕВОЙ ЗАДАЧИ ПОРТФЕЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С КРИТЕРИЯМИ КРАЙНЕГО ОПТИМИЗМА[1]

В.А. Емеличев, Е.В. Устилко

Белорусский государственный университет, Минск
e-mail: emelichev@tut.by

Рассматривается s-критериальный дискретный вариант инвестиционной задачи Марковица [1] с критериями крайнего оптимизма:

$$\max_{x \in X} \max_{i \in N_m} \sum_{j \in N_n} e_{ijk} x_j, \quad k \in N_s = \{1, 2, \ldots, s\}, \tag{1}$$

где e_{ijk} — ожидаемая оценка экономической эффективности (доходности) вида $k \in N_s$ j-го проекта в случае, когда рынок находится в i-м состоянии; $X \subset \mathbf{E}^n = \{0,1\}^n$ — множество всех допустимых инвестиционных портфелей $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, при этом $x_j = 1$, если проект $j \in N_n$ реализуется и $x_j = 0$ в противном случае. Множество Парето инвестиционной задачи (1) обозначим $P^s(E)$, где $E = [e_{ijk}] \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$. В пространствах $\mathbf{R}^n$ и $\mathbf{R}^s$ зададим произвольную норму Гельдера l_p, $1 \le p \le \infty$, а в пространстве $\mathbf{R}^m$ — норму Чебышева l_∞, т. е. под нормой матрицы $E \in \mathbf{R}^{m \times n \times s}$ будем понимать число $\|E\|_{p\infty p} = \|(\|E_1\|_{p\infty}, \|E_2\|_{p\infty}, \ldots, \|E_s\|_{p\infty})\|_p$, где $\|E_k\|_{p\infty} = \|(\|e_{1k}\|_p, \|e_{2k}\|_p, \ldots, \|e_{mk}\|_p)\|_\infty$, $k \in N_s$. Здесь $E_k \in \mathbf{R}^{m \times n}$ — k-е сечение матрицы E, а $e_{ik} = (e_{i1k}, e_{i2k}, \ldots, e_{ink})$ — i-я строка этого сечения. Радиусом устойчивости $\rho(m,n,s,p)$ задачи (1), как обычно [2], назовем число $\sup \Xi(p)$, если $\Xi(p) \neq \emptyset$. В противном случае полагаем $\rho(m,n,s,p) = 0$. Здесь $\Xi(p) = \{\varepsilon > 0 : \forall E' \in \Omega(p) \quad (P^s(E+E') \subseteq P^s(E))\}$, $\Omega(p) = \{E' \in \mathbf{R}^{m \times n \times s} : \|E'\|_{p\infty p} < \varepsilon\}$.

Теорема. *При $P^s(E) \neq X$, любых $m, n, s \in \mathbf{N}$ и $p \in [1, \infty]$ справедливы следующие оценки радиуса устойчивости*

$$\varphi \le \rho(m,n,s,p) \le (ns)^{1/p} \psi,$$

где

$$\varphi = \min_{x \notin P^s(E)} \max_{x' \in X(x,E)} \min_{k \in N_s} \frac{f_k(x') - f_k(x)}{\|x'\|_q + \|x\|_q}, \quad \psi = \min_{x \notin P^s(E)} \max_{x' \in X(x,E)} \min_{k \in N_s} \frac{f_k(x') - f_k(x)}{\|x' - x\|_1},$$

$$X(x,E) = \{x' \in P^s(E) : f(x') \ge f(x) \quad \& \quad f(x') \neq f(x)\}, \quad f(x) = (f_1(x), \ldots, f_s(x));$$

$$f_k(x) = \max_{i \in N_m} \sum_{j \in N_n} e_{ijk} x_j, \ k \in N_s; \quad 1/p + 1/q = 1.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. H.M. Markowitz *Portfolio selection: efficient diversification of investments.* New Yourk: Willey, 1991, 400 p.

2. В.А. Емеличев, В.В. Коротков *Устойчивость векторной инвестиционной булевой задачи с критериями Вальда.* — Дискретная математика. — 2012, т.24, №3, с. 3-16.

[1]Работа выполнена при частичной поддержке Белорусского республиканского фонда фундаментальных исследований (проект Ф13К-078).