

ЗАДАЧИ ОТЫСКАНИЯ НЕСКОЛЬКИХ НЕСМЕЖНЫХ СТРУКТУР В ПОЛНОМ ВЗВЕШЕННОМ ГРАФЕ ¹

Э. Х. Гимади

*Институт Математики им. Соболева СО РАН, Новосибирский госуниверситет,
Новосибирск*

e-mail: gimadi@math.nsc.ru

В настоящем докладе дан обзор некоторых результатов, полученных за последние пять лет автором и его коллегами, при разработке эффективных алгоритмов с оценками качества для решения таких трудных задач дискретной оптимизации и исследования операций, как задачи маршрутизации, многоиндексные задачи о назначениях, задачи кластеризации, задачи размещения на графах и сетях и т.п. [1-6].

Часто задачи дискретной оптимизации на графе связаны с отысканием некоторого подграфа экстремального суммарного веса. Некоторые такие задачи полиномиально разрешимы, например, задача отыскания остовного дерева минимального веса и задача о назначении. Примерами труднорешаемых проблем такого рода являются задача коммивояжера и задача поиска клики заданного размера. В последнее время пристальное внимание стало уделяться исследованию задач, в которых в полном взвешенном графе требуется найти не один объект (типа гамильтонова цикла, подстановки, клики, остовного дерева), а несколько (два или более) подобных подграфов, попарно непересекающихся по ребрам. Некоторые из таких расширенных проблем остаются эффективно разрешимыми (например, проблема нахождения нескольких реберно непересекающихся остовных деревьев минимальной суммарного веса). Однако чаще эти задачи являются NP-трудными, и потому для их решения актуальной остается разработка эффективных (полиномиальных) алгоритмов с оценками качества их работы.

В пленарном докладе представлены три подхода к анализу оптимизационных алгоритмов поиска нескольких дискретных несмежных структур в полном взвешенном графе на примере следующих задач:

1) Задача m -Weighted Clique Problem (m -WCP) поиска нескольких вершинно-несмежных клик заданных размеров минимального суммарного веса входящих в них вершин и ребер. Для задачи m -WCP дается полиномиальный алгоритм временной сложности $O(n^2)$ с гарантированной оценкой точности 2 в случае Metric m -WCP и Quadratic Euclidean m -WCP [4].

2) Задача m -Peripatetic Salesman Problem (m -PSP) поиска m реберно-несмежных маршрутов коммивояжера на максимум. На графах с вершинами в многомерном евклидовом пространстве задача решается посредством асимптотически точного алгоритма за время $O(n^3)$ [2].

3) Задача m -PSP на минимум на случайных входах. Дается алгоритм с временной сложностью $O(mn^2)$ и проводится обоснование условий его асимптотической точности для функций распределения, мажорирующих а) равномерное распределение на ограниченном интервале [3] и б) экспоненциальное распределение на интервале, неограниченном сверху [6]. К числу случайных входов типа б) относится усеченно-нормальное распределение.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 12-01-00093), целевой программы президиума РАН (проект № 227) и междисциплинарного интеграционного проекта ИМ СО РАН и УрО РАН(№ 7Б).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гимади Э. Х. *Алгоритмы с оценками для некоторых трудных задач дискретной оптимизации в исследовании операций.* — Сборник докладов 9-й междун. конференции. ИОИ 2012: Черногория, г. Будва, 2012. М.: Торус Пресс, С. 234–237.
2. А. Е. Бабурин, Э. Х. Гимади. *Об асимптотической точности эффективного алгоритма решения задачи m -PSP на максимум в многомерном евклидовом пространстве.* — Труды ИММ УрО РАН. — 2010. Том 16, № 3, С. 12–24.
3. Э. Х. Гимади, Ю. В. Глазков, О. Ю. Цидулко. *Вероятностный анализ алгоритма решения трехиндексной m -слойной планарной задачи о назначениях на одноциклических подстановках.* — Дискретный анализ и исследование операций, 2014, Том 21, № 1, С. 10–19.
4. Э. Х. Гимади, А. В. Кельманов, А. В. Пяткин, М. Ю. Хачай. *Эффективные алгоритмы для некоторых задач поиска нескольких клик в полном неориентированном графе.* — Труды ИММ УрО РАН. — 2014. Том 2, № 2. С. 99–112.
5. Э. Х. Гимади, А. А. Курочкин. *Эффективный алгоритм решения двухэтапной задачи размещения на древовидной сети.* — Дискретный анализ и исследование операций. 2012. Том 19, № 6. С. 9–22.
6. Э. Х. Гимади, А. М. Истомин, И. А. Рыков, О. Ю. Цидулко. *Вероятностный анализ приближённого алгоритма для решения задачи нескольких коммивояжеров на случайных входных данных, неограниченных сверху* — Труды ИММ УрО РАН. — 2014. Т. 20, № 2, С. 88–98.