

NP-ТРУДНОСТЬ ЗАДАЧИ КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОЕКТОВ ПРИ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КРЕДИТОВ¹

Е.А. Казаковцева, В.В. Сервах

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Омск
e-mail: martynova87@mail.ru, svv_usa@rambler.ru

Рассматривается задача календарного планирования инвестиционных проектов с учетом реинвестирования дохода и возможностью использования кредитов. Имеется множество работ $V = \{1, 2, \dots, n\}$ и частичный порядок их выполнения E . Каждая работа $j \in V$ характеризуется длительностью p_j и потоком платежей $c_j(\tau)$, $\tau = 0, 1, \dots, p_j$. Для реализации проекта выделены финансовые ресурсы $K(t)$, $t = 1, 2, \dots, T$, где T – период планирования. Задана ставка дисконтирования r_0 .

В настоящей работе исследуется постановка, в которой в любой момент времени имеется возможность привлечения кредитных ресурсов под фиксированную процентную ставку $r_k \geq r_0$. В [1] показано, что любой долгосрочный кредит может быть заменен последовательностью годовых кредитов. Это позволяет ввести только один дополнительный тип переменных $D(t)$ – размер кредита, взятого в год t . Тогда модель с кредитами и реинвестированием прибыли имеет следующий вид: построить расписание выполнения работ $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$, при котором соблюдается технологический порядок $s_i + p_i \leq s_j$, $(i, j) \in E$, и в каждый момент времени $t^* = 1, 2, \dots, T$ сохраняется положительный платежный баланс с учетом взятых кредитов:

$$\sum_{t=1}^{t^*} \left(\frac{K(t)}{(1+r_0)^{t-1}} + \sum_{j \in N_t} \frac{c_j(t-s_j)}{(1+r_0)^{t-1}} + \frac{D(t) - (1+r)D(t-1)}{(1+r_0)^{t-1}} \right) \geq 0,$$

где $N_t = \{j \in V \mid s_j \leq t < s_j + p_j\}$ – множество работ, выполняемых в интервале $[t, t+1)$. Требуется максимизировать чистую приведенную прибыль с учетом выплат по кредитам:

$$NPV(S) = \sum_{j \in V} \sum_{\tau=0}^{p_j} \frac{c_j(\tau)}{(1+r_0)^{s_j+\tau}} + \sum_{t=1}^T \frac{D(t) - (1+r)D(t-1)}{(1+r_0)^{t-1}} \rightarrow \max.$$

В задаче с кредитами ограничений на ресурсы нет, но за использование дополнительных средств приходится платить, что сказывается на итоговой прибыли. Безресурсная задача календарного планирования полиномиально разрешима. Доказать NP-трудность задачи с кредитами ее сведением к ресурсной постановке непосредственным увеличением ставки по кредитам не удастся, так как собственных средств может быть недостаточно для выполнения проекта. В настоящей работе исследована сложность задачи с кредитами и доказана следующая теорема.

Теорема. *Задача календарного планирования проектов при возможности использования кредитов является NP-трудной в сильном смысле.*

Приведен пример, иллюстрирующий необходимость оптимизации кредитов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Мартынова, В.В. Сервах *О задаче календарного планирования проектов с использованием кредитов.* — Автоматика и телемеханика. — 2012, №3, с. 107-116.

¹Работа поддержана грантами РФФИ (проекты 12-01-00184а, 12-01-00122) и грантом целевой программы СО РАН (интеграционный проект № 7Б).