

О ПРОБЛЕМЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ С МИЛЛИАРДАМИ ПЕРЕМЕННЫХ ¹

А.Ю. Горнов^[a], А.С. Аникин^[a], А.Н. Андрианов^[b]

^[a] *Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск*

^[b] *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва*
e-mail: gornov@icc.ru

Задачи оптимизации больших и сверхбольших размерностей (“Huge Scale optimization problems”) вполне естественно возникают в целом ряде научных областей – распознавание образов, машинное обучение, анализ больших данных, оптимизация атомно-молекулярных кластеров, анализ геномных цепочек, анализ телекоммуникационных сетей и других. Ю.Е. Нестеровым недавно предложена (см. [1]) следующая классификация задач оптимизации по числу оптимизируемых переменных: “Small” – до 100 переменных, “Medium” – от 10^3 до 10^4 , “Large” – от 10^5 до 10^7 и “Huge” – более 10^8 переменных. Неуклонный прогресс современной вычислительной техники, особенно параллельного типа, и расширение ее доступности для широкого пользователя вселяет оптимизм при исследовании проблемы решения задач обсуждаемых размерностей. “Узким местом” в данной научной тематике является, на наш взгляд, неразвитость алгоритмов и вычислительных технологий оптимизации. Можно утверждать, что постановка проблемы, “социальный запрос” и техническая обеспеченность созрели, теперь “слово” за математикой и математиками.

Энергичные исследования по обсуждаемой проблеме ведутся в ряде научных организаций, как в России, так и за рубежом. В Бельгии серьезное продвижение по сверхбольшим задачам достигнуто группой специалистов под руководством Ю.Е. Нестерова, в США успешно работают группа А.И. Немировского и несколько других, в Великобритании – группа П. Рихтарики, в России – группа А.В. Гасникова в МФТИ (ПреМоЛаб); быстро растет число публикаций по данной научной тематике.

В докладе обсуждаются предложенные алгоритмы решения многомерных задач оптимизации, как тестовых, так и прикладных. Исследованы возможности модификации метода, предложенного еще около полувека назад Б.Т. Поляком в работе [2]. С использованием алгоритмов, основанных на этом подходе, удалось решить ряд сепарабельных задач выпуклой оптимизации размерности порядка 10^{11} . С применением реализованных ранее методик (см., напр., [3]) разработаны специализированные вычислительные технологии решения прикладных задач оптимизации потенциала Китинга размерностью более 10^7 переменных и рекордные задачи оптимизации потенциала атомно-молекулярных кластеров Морса. Приводятся результаты численных экспериментов, проведенных как на персональных компьютерах, так и высокопроизводительных вычислительных системах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нестеров Ю.Е. Введение в выпуклую оптимизацию. Москва: МЦНМО, 2010.
2. Поляк Б.Т. Минимизация негладких функционалов // Журнал вычислительной математики и вычислительной физики. 1969. Т. 9. № 3. С. 509–521.
3. Горнов А.Ю. Вычислительные технологии решения задач оптимального управления. Новосибирск: Наука, 2009.

¹Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00470) и интеграционного проекта СО РАН № 83