

ЭФФЕКТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ С ОЦЕНКАМИ ТОЧНОСТИ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ПОИСКА НЕСКОЛЬКИХ КЛИК В ПОЛНОМ НЕОРИЕНТИРОВАННОМ ВЗВЕШЕННОМ ГРАФЕ¹

Э. Х. Гимади, А. В. Кельманов, А. В. Пяткин, М. Ю. Хачай

*Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
Новосибирский государственный университет, Новосибирск,
Институт математики и механики УрО РАН,
Уральский федеральный университет, Екатеринбург
e-mail: gimadi@math.nsc.ru, kelm@math.nsc.ru, artem@math.nsc.ru, mkhachay@imm.uran.ru*

Рассматривается следующая

Задача. *m -Weighted Clique Problem (m -WCP). Дано: полный неориентированный взвешенный граф $G = (V, E, a, c)$, где $a: V \rightarrow \mathbb{R}$, $c: E \rightarrow \mathbb{R}$, и натуральные числа L_1, \dots, L_m такие, что $\sum_{i=1}^m L_i \leq n$. Найти в графе G семейство $\mathcal{C} = \{C_1, \dots, C_m\}$ дизъюнктивных клик порядков L_1, \dots, L_m с минимальным суммарным весом вершин и ребер графа, входящих в эти клики.*

В работе показано, что эта задача NP-трудна в сильном смысле как общем случае, так и в двух специальных, но важных случаях — Metric m -WCP и Quadratic Euclidean m -WCP — актуальных, в частности при решении проблем анализа данных и распознавания образов. Обоснован приближенный алгоритм для этих случаев задачи. Этот алгоритм в качестве приближенного решения использует точное решение специальной (вспомогательной) задачи поиска m дизъюнктивных звезд. В работе показано, что это точное решение вспомогательной задачи может быть получено с помощью алгоритма транспортного типа за время $O(n^{m+2} \log n)$. При константном числе m искомым звезд представленный точный алгоритм решения вспомогательной задачи полиномиален. Предлагаемый алгоритм имеет ту же временную сложность, что и точный алгоритм решения вспомогательной задачи.

Показано, что для задачи Metric m -WCP гарантированная оценка точности алгоритма равна

$$2 \left(1 - \frac{\sum_{k=1}^m S(B_k^*)}{\sum_{k=1}^m L_k S(B_k^*)} \right),$$

где $S(B_k^*)$ — суммарный вес вершин и ребер в k -й звезде вспомогательной задачи, $k = 1, \dots, m$. Для задачи Quadratic Euclidean m -WCP доказана гарантированная оценка точности, равная 2. Установлено, что обе оценки точности достижимы.

Настоящая работа обобщает и развивает результаты, полученные в [1]. В дальнейшем предполагается расширить предложенный подход к решению других актуальных подклассов задачи m -WCP.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Еремин, Э. Х. Гимади, А. В. Кельманов, А. В. Пяткин, М. Ю. Хачай. *2-приближенный алгоритм поиска клики с минимальным числом вершин и ребер.* Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. — 2013, Т. 19, № 2. с. 134–143.

¹Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 12-01-00090, 12-01-00093, 13-01-00210, 13-07-00070, 13-07-00181)