

МОДЕЛЬ КОМПАКТНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ НАБОРА ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ НА ЛИСТЕ

А.А.Андрианова, Т.М.Мухтарова, В.Р.Фазылов

Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань
e-mail: aandr78@mail.ru, tmm116@yandex.ru, vfazylov@gmail.com

В докладе рассматривается модель задачи негильотинного размещения набора прямоугольников с заданными размерами $a_i \times b_i$, $i = 1 \dots n$ ($a_i \geq b_i$) на листе заданного размера $A \times B$. В качестве начала координат выбирается левый нижний угол листа. Неизвестными модели являются координаты размещения прямоугольников на листе x_i, y_i $i = 1 \dots n$ и три набора булевых переменных: z_i $i = 1 \dots n$ (ориентация i -ого прямоугольника вдоль или поперек листа), s_{ij}, t_{ij} $i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$ (используются для формулировки условий непересечения i -ого и j -ого прямоугольников по горизонтали и вертикали). Модель представляется в виде следующей системы линейных неравенств с частично булевыми переменными:

$$x_i \geq 0, x_i + (b_i - a_i)z_i \leq A - a_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

$$y_i \geq 0, y_i + (a_i - b_i)z_i \leq B - b_i, \quad i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$-x_i + x_j - (b_i - a_i)z_i + At_{ij} + As_{ij} \geq a_i, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n, \quad (3)$$

$$x_i - x_j - (b_j - a_j)z_j + At_{ij} - As_{ij} \geq a_j - A, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n, \quad (4)$$

$$-y_i + y_j - (a_i - b_i)z_i - Bt_{ij} + Bs_{ij} \geq b_i - B, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n, \quad (5)$$

$$y_i - y_j - (a_j - b_j)z_j - Bt_{ij} - Bs_{ij} \geq b_j - 2B. \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n, \quad (6)$$

$$z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (7)$$

$$s_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n. \quad (8)$$

$$t_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad j = i+1, \dots, n. \quad (9)$$

Ограничения (1), (2) определяют условия размещения отдельных прямоугольников на листе, а ограничения (3)–(6) определяют условия попарного непересечения прямоугольников. Подробно вывод и обоснование модели (1)–(9) изложены в [1].

Если добавить к модели (1)–(9) нулевую целевую функцию, то для отыскания ее решения можно использовать метод Лэнд и Дойг, который является методом ветвей и границ и предназначен для решения задачи частично целочисленного линейного программирования. Остановка вычислений производится после получения первого допустимого размещения.

Были проведены численные предварительные эксперименты, показавшие практическую применимость модели для решения задач с количеством прямоугольников до 15.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А.Андрианова, Т.М.Мухтарова, В.Р.Фазылов. *Модели задачи негильотинного размещения набора прямоугольников на листе и полуполосе.* — Уч. зап. Казан. ун-та Сер. физ.-матем.наук. — 2013. — Т.155, №3. — с. 5-18.