

На правах рукописи

Солодуша

Солодуша Светлана Витальевна

**МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: АЛГОРИТМЫ И
ПРИЛОЖЕНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ**

Специальность 05.13.18 — Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Иркутск-2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки
Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской
академии наук (ИСЭМ СО РАН)

Научный консультант: доктор физико-математических наук, доцент
Апарцин Анатолий Соломонович

Официальные оппоненты: **Воскобойников Юрий Евгеньевич**
доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)», кафедра прикладной математики, заведующий кафедрой

Сизиков Валерий Сергеевич
доктор технических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики», факультет программной инженерии и компьютерной техники, профессор

Чистяков Виктор Филимонович
доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук, лаборатория дифференциальных уравнений и управляемых систем, главный научный сотрудник

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова Российской академии наук, г. Москва

Защита состоится 18 июня 2019 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 003.017.01, созданного на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук, по адресу: **664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, к. 355.**

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИСЭМ СО РАН по адресу: г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, к.407 и на сайте ИСЭМ СО РАН: <http://isem.irk.ru/dissert/case/DIS-2019-2/>

Отзывы на автореферат в двух экземплярах с подписью составителя, заверенные печатью организации, просим направлять по адресу: 664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130 на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан « ____ » _____ 2019 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д 003.017.01, доктор технических наук,
профессор



Александр Матвеевич Клер

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Одно из актуальных направлений исследования динамики энергетических объектов и систем связано с разработкой математических моделей и численных методов для дальнейшего развития систем управления. Задача моделирования автоматизированных систем управления технологическими процессами и динамикой локальных устройств – одна из основных и наиболее сложных задач, решаемых на нижнем уровне иерархически организованного процесса управления режимами энергетических систем¹.

Значительный вклад в развитие основных положений теории и методов данного научного направления внесли работы² ведущих сотрудников Сибирского энергетического института СО АН СССР под руководством Л.А. Мелентьева, Ю.Н. Руденко, А.П. Меренкова. В серии работ 1966-1970 гг. Р.И. Ивановским при изучении проблемы управления энергетическими объектами рассматривалась важная в линейной теории автоматического регулирования задача деконволюции, сформулированная в виде уравнения Вольтерра I рода типа свертки, которая состоит в определении входного воздействия динамической системы по заданным выходу и переходной характеристике.

В современных условиях, когда осуществляется реструктуризация энергетики, развитие методов управления режимами локальных энергетических объектов остается весьма важной производственной задачей. Поэтому восстановление входных технических показателей (сигналов) для регулирования энергетического объекта (процесса) делает актуальными задачи построения новых математических моделей и создания численных методов решения соответствующих обратных задач.

Существенную роль в задачах математического моделирования динамических систем в различных областях естествознания играют интегральные уравнения Вольтерра I рода, которые имеют существенные отличия от классических. Это объясняется их универсальностью, а также удобством описания таких динамических процессов, применение к которым аппарата дифференциальных уравнений чрезвычайно затруднено или практически невозможно³, например, в процессе эксплуатации энергетических объектов. К настоя-

¹Методы исследования и управления системами энергетики / отв. ред. А.П. Меренков, Ю.Н. Руденко. – Новосибирск: Наука, 1987. – 369 с.

²Теоретические основы системных исследований в энергетике / отв. ред. Л.С. Беляев, Ю.Н. Руденко. – Новосибирск: Наука, 1986. – 335 с.

³Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – Киев: Наукова думка, 1986. – 543 с.

щему времени теории и численным методам решения интегральных уравнений вольтерровского типа (в том числе и их обобщениям) посвящено большое количество статей и монографий. Обширный обзор современного состояния исследований в этой области приведен в монографии⁴ Н. Brunner.

Дополнительный импульс в изучении интегральных уравнений Вольтерра и их практическом применении для моделирования нелинейных динамических систем был связан с введением понятия интегро-степенного ряда⁵

$$y(t) = P[x(t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t K_n(t, s_1, \dots, s_n) \prod_{k=1}^n x(s_k) ds_k, \quad t \in [t_0, T]. \quad (1)$$

Здесь t — время, $x(t)$ — скалярный входной сигнал, $y(t)$ — выходной сигнал динамической системы, $P[x(t)]$ — причинный (или вольтерровый) оператор (отображение), функция K_n — ядро Вольтерра. Если же свойства динамической системы не изменяются за рассматриваемый промежуток времени, то ядра Вольтерра (переходные характеристики динамической системы) зависят лишь от разности аргументов $t - s_k$, $k = \overline{1, n}$. Тогда вместо (1) имеем

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_{t_0}^t \dots \int_{t_0}^t \hat{K}_n(s_1, \dots, s_n) \prod_{k=1}^n x(t - s_k) ds_k, \quad t \in [t_0, T], \quad (2)$$

где \hat{K}_n симметричны по всем переменным.

Применение ряда Вольтерра в задаче приближения нелинейных непрерывных операторов, описывающих динамические системы, основывается на классических результатах М. Фреше⁶ и И. Бэслера, И.К. Даугавета⁷. Вопросы построения и применения конечного отрезка ряда (полинома) Вольтерра при описании технических (энергетических) систем, мониторинге технологических процессов, моделировании адаптивных систем автоматического управления и т.д. рассматривались К.М. Александровским, А.С. Апарциным, В.А. Вениковым и О.А. Сухановым, Н.М. Галиным и Ф.И. Зябировым, К.Я. Давиденко, Л.В. Даниловым, А.М. Дейчем, В.А. Каминским, В.Д. Павленко, Ю.С. Попковым, К.А. Пупковым и В.А. Капалиным,

⁴Brunner Н. Volterra integral equations: an introduction to theory and applications. – Cambridge: Cambridge University Press, 2017. – 387 p.

⁵Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1982. – 302 с.

⁶Fréchet М. Sur les fonctionnelles continues. – Ann. de l'École Normale Sup. – 1910. – Vol. 27. – P. 193-216.

⁷Бэслер И., Даугавет И.К. О приближении нелинейных операторов полиномами Вольтерра // Труды Ленингр. матем. общества. – 1990. – № 1. – С. 53-64.

S.A. Belbas, J. Engberg, B.H. Flake, S.A. Maas, V.Z. Marmarelis, H.L. Van-Trees и другими.

Анализ научно-технической литературы показал, что к настоящему времени разработан достаточно обширный набор математических методов, позволяющий выполнять построение полиномов Вольтерра в случае скалярного входа. Их применение, как правило, нацелено на решение конкретной задачи, а практикуемый входной сигнал, в большинстве случаев импульсного типа, имеет ограниченную сферу приложений. Одна из основных трудностей практической реализации методов математического моделирования с помощью полиномов Вольтерра во временной области связана с нетривиальной проблемой решения обратных задач (идентификации переходных характеристик и восстановления входного сигнала). Поэтому очевидна важность развития, с одной стороны, универсальных методов построения полиномов Вольтерра с векторным входом, а, с другой стороны, разработки быстродействующих вычислительных алгоритмов и программных комплексов с учетом идей вольтерровых регуляризирующих процедур⁸.

Таким образом, актуальность темы диссертационного исследования заключается в развитии технологии математического моделирования на основе введенных автором интегральных моделей вольтерровского типа на базе (1), (2), разработке и модификации численных методов построения отклика и восстановления входных воздействий динамической системы, а также применении созданных алгоритмов для описания динамики объектов тепло- и электроэнергетики во временной области.

Цель диссертации – разработка и развитие методов построения интегральных моделей на базе уравнений Вольтерра I рода, создание высокоэффективных алгоритмов и программного обеспечения для численного исследования процесса автоматического регулирования объектов тепло- и электроэнергетики.

Основные задачи исследования.

Для достижения цели в диссертационной работе поставлены и решены следующие задачи:

1. Сравнительный анализ методов математического моделирования нелинейных динамических систем (объектов) типа «вход-выход» и их областей применения.

⁸Апарцин А.С., Бакушинский А.Б. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтерра I рода методом квадратурных сумм // Дифференциальные и интегральные уравнения. – Иркутск: Иркут. гос. ун-т, 1972. – Вып. I. – С. 248-258.

2. Развитие методики идентификации ядер Вольтерра во временной области с помощью тестовых сигналов в виде комбинаций функций Хевисайда с отклоняющимся аргументом за счет разработки методики выбора амплитуд (высоты) тестовых сигналов, обеспечивающей, во-первых, выполнение условий разрешимости многомерных интегральных уравнений в соответствующих классах функций и, во-вторых, оптимальный масштаб их значений.

3. Разработка методики построения интегральных моделей, основанной на идентификации интегралов от ядер Вольтерра. Сравнение эффективности с методикой, основанной на идентификации непосредственно самих ядер, применительно к задаче моделирования динамики элемента теплообменной установки.

4. Развитие методов численного решения квадратичных и кубических интегральных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче восстановления входных воздействий динамической системы. Апробация алгоритмов для задачи моделирования объектов тепло- и электроэнергетики.

5. Разработка численных методов решения систем квадратичных и кубических интегральных уравнений Вольтерра I рода второго порядка.

6. Изучение специфики и построение алгоритмов численного решения нового класса интегральных уравнений Вольтерра I рода типа свертки, связанного с граничной обратной задачей теплопроводности (ОЗТ).

7. Разработка программного обеспечения для реализации алгоритмов идентификации полиномов Вольтерра, построения интегральных моделей и восстановления входных сигналов. Апробация результатов на имитационных моделях исследуемых объектов тепло- и электроэнергетики.

Объектом исследования является процесс непараметрической идентификации и численного моделирования динамических детерминированных устройств тепло- и электроэнергетики в условиях неполной априорной информации.

Предметом исследований являются математические методы, вычислительные алгоритмы и программные средства идентификации и моделирования динамики на основе интегральных моделей вольтерровского типа.

Методы исследования базируются на использовании теории некорректных задач, системного анализа, аппарата вычислительной математики, линейной алгебры.

Научная новизна работы заключается в создании, модификации и исследовании методов и моделей описания динамических систем с помощью полиномов Вольтерра. Впервые для векторного входного сигнала разрабо-

тан и реализован двухэтапный подход к численному моделированию процесса автоматического регулирования нелинейной динамики объектов тепло- и электроэнергетики на базе полиномов Вольтерра. Первый этап заключается в построении полиномов Вольтерра во временной области на основе откликов объекта на тестовые входные сигналы в виде функций Хевисайда с отклоняющимся аргументом. На втором этапе построенная интегральная модель используется для восстановления входного сигнала, обеспечивающего заданный отклик.

Уникальность данного подхода в целом определяется следующим:

1. Предложена оригинальная методика декомпозиции отклика, основанная на априорном учете необходимых условий разрешимости многомерных уравнений Вольтерра I рода в соответствующих классах функций.

2. Рассмотрен принципиально новый подход к идентификации полиномов Вольтерра для векторного входного сигнала, основанный на восстановлении интегралов от ядер и обобщении численного метода Product Integration (интегрирование произведения) на многомерный случай, где ядра не являются симметричными.

3. Рассмотрены и исследованы новые классы полиномиальных интегральных уравнений Вольтерра I рода второй и третьей степени и их систем.

4. Разработаны, исследованы и реализованы численные алгоритмы решения введенных интегральных уравнений и систем в задаче восстановления входного сигнала. Выполнена их апробация применительно к объектам тепло- и электроэнергетики.

5. Определены рамки применимости разработанных алгоритмов идентификации и восстановления входного воздействия в задаче моделирования полиномами Вольтерра нелинейной динамики элемента теплообменной установки.

6. Построены численные алгоритмы решения нового класса линейных интегральных уравнений Вольтерра I рода типа свертки, связанного с граничной ОЗТ.

Положения, выносимые на защиту:

1. Методологический подход для выбора амплитуд тестовых сигналов на подготовительном этапе экспериментов.

2. Подход к построению сеточных аналогов интегральных моделей в векторном случае, основанный на идентификации интегралов от ядер Вольтерра и применении метода интегрирования произведения.

3. Алгоритмы численного решения полиномиальных уравнений Вольтер-

ра I рода, возникающих в задаче восстановления скалярного входного сигнала.

4. Численные методы решения систем полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче восстановления векторного входного сигнала.

5. Результаты численного исследования задачи моделирования с помощью полиномов Вольтерра нелинейной динамики элемента теплообменной установки.

6. Алгоритмы численного решения нового класса линейных интегральных уравнений Вольтерра I рода, связанных с граничной ОЗТ.

7. Реализация разработанных численных методов и алгоритмов в виде программно-вычислительного комплекса (ПВК) «Динамика», который содержит «ПВК для моделирования нелинейной динамики теплообмена на базе квадратичных полиномов Вольтерра» и «Программное средство для моделирования нелинейных динамических систем с помощью кубических полиномов Вольтерра» в скалярном и векторном случаях.

Выносимые положения соответствуют следующим пунктам паспорта специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»:

1. Положение 2 соответствует 1 пункту паспорта специальности.
2. Положения 1 и 6 соответствуют 2 пункту паспорта специальности.
3. Положения 3, 4 и 7 соответствуют 4 пункту паспорта специальности.
4. Положение 5 соответствует 5 пункту паспорта специальности.

Обоснованность и достоверность результатов диссертации.

Теоретические результаты получены на основании математических выкладок и утверждений, которые сформулированы в виде теорем. Рассмотренные в диссертационной работе классы интегральных уравнений Вольтерра I рода относятся к условно корректным задачам, которые допускают в случае, когда погрешность входной информации выводит решение за пределы множества корректности, применение методов саморегуляризации. Эти методы базируются на согласовании «естественных» параметров регуляризации, таких, например, как шаг некоторых квадратурных формул, с уровнем погрешности исходных данных. Процедуры дискретизации интегральных операторов, используемые в диссертации, — квадратуры средних (правых) прямоугольников и метод интегрирования произведения, — обладают свойством саморегуляризации, что делает разработанные алгоритмы высокоэффективными и надежными. Обоснование разработанных численных методов в виде соот-

ветствующих теорем потребовало использования теории дифференциальных и интегральных уравнений, аппарата функционального анализа, линейной алгебры, комбинаторики, различных областей вычислительной математики. Достоверность полученных результатов подтверждена на большом количестве модельных примеров, а также на расчетах с реальными данными, допускающих естественную физическую интерпретацию.

Теоретическая значимость.

В диссертационной работе развиваются теоретические знания о технологии идентификации полиномов Вольтерра для случая векторного входа с помощью специальных семейств кусочно-постоянных тестовых сигналов. Введены новые классы полиномиальных интегральных моделей, возникающие в задаче восстановления входных сигналов.

Практическая ценность работы состоит в доведении разработанных методов построения интегральных моделей на базе уравнений Вольтерра I рода до уровня вычислительных технологий:

1. Проблема декомпозиции отклика динамического объекта на составляющие решена с точки зрения существования решений многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода. Практические следствия данных результатов получены в терминах амплитуд тестовых сигналов, участвующих в решении задачи идентификации.

2. Получены практические рекомендации по выбору оптимального масштаба значений амплитуд в диапазоне $0,75B \div 0,9B$, где B — высота произвольных входных воздействий. Рекомендуемые ограничения на масштаб амплитуд были подтверждены как для тестовой математической модели, так и для моделей переходных процессов тепло- и электроэнергетических объектов.

3. Построены интегральные модели комбинированного типа, учитывающие нестационарные свойства динамических объектов с векторным входом. Применительно к разным динамическим системам выявлены области применения интегральных моделей на базе квадратичных полиномов Вольтерра.

4. Разработаны численные методы решения для новых классов полиномиальных уравнений Вольтерра I рода и их систем, к которым сводится процедура восстановления двухкомпонентных входных сигналов. Эффективность предлагаемых методов иллюстрируется при моделировании динамики объектов тепло- и электроэнергетики.

5. Выявлена специфика численного решения связанного с граничной ОЗТ нового класса уравнений Вольтерра I рода, требующая отслеживания досто-

верных разрядов мантиссы в процессе выполнения расчетов. Предложено согласование количества слагаемых в ядре Вольтерра с длиной мантиссы в машинном представлении вещественного числа с плавающей точкой.

6. Создан ПВК «Динамика», реализующий построение и тестирование динамических моделей в виде квадратичных и кубичных полиномов Вольтерра в случае векторных входных сигналов и использующий имитационные модели элемента теплообменной установки и ветроэнергетической установки с горизонтальной осью вращения. ПВК включает в себя универсальные модули, которые могут быть использованы при описании широкого класса технических устройств, представимых в виде динамических систем типа «вход-выход».

Все это позволяет использовать результаты диссертационной работы при обучении студентов университетов (технических, технологических), а также при выполнении поисковых и прикладных научно-исследовательских работ в части математического и инструментального программного обеспечения для разработки новых и совершенствования существующих систем автоматического управления динамикой локальных устройств тепло- и электроэнергетики.

Апробация работы.

Полученные в ходе выполнения диссертационной работы результаты неоднократно обсуждались на научных конференциях и семинарах. В их число входят следующие:

- международные конференции: «Средства математического моделирования» (С.-Петербург, 1997, 2003); Байкальская школа-семинар «Методы оптимизации и их приложения» (Северобайкальск, 2005; Иркутск, 2011); конференция по вычислительной математике МКВМ (Новосибирск, 2004, 2009); конгресс «Нелинейный динамический анализ» (С.-Петербург, 2007); «Аналитическая механика, устойчивость и управление движением» (Иркутск, 2007; Казань, 2017); «Обобщенные решения в задачах управления» (Улан-Удэ, 2008; Ulaanbaatar, 2010; Геленджик, 2012, 2014); «Колмогоровские чтения. Общие проблемы управления и их приложения» (Тамбов, 2011, 2013, 2015); «Обратные и некорректные задачи математической физики» (Новосибирск, 2012); International Conference on Smart Cities and Green ICT Systems (Lisbon, 2015; Rome, 2016); PowerTech, Towards Future Power Systems and Emerging Technologies (Eindhoven, 2015); 1st IFAC Conference on Modelling, Identification and Control of Nonlinear Systems (С.-Петербург, 2015); 5th International Conference on Smart Cities and Green ICT Systems (Rome, Italy, 2016); International Confe-

rence Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Москва, 2016, 2018); Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (С.-Петербург, 2017);

- всероссийские конференции: «Обратные и некорректно поставленные задачи» (Москва, 2003, 2015); «Математика, информатика, управление» (Иркутск, 2005); «Инфокоммуникационные и вычислительные технологии и системы» (Улан-Удэ, 2006); «Математика. Механика. Информатика» (Челябинск, 2006); «Алгоритмический и численный анализ некорректных задач» (Екатеринбург, 1998, 2008, 2011);

- научные семинары: семинар лаборатории «Идентификации систем управления» ИПУ РАН (Москва, 2017); семинар кафедры «Математическая теория моделирования систем управления» СПбГУ (Санкт-Петербург, 2018); семинар кафедры «Графические технологии» Университета ИТМО (Санкт-Петербург, 2018); семинар отдела «Некорректные задачи анализа и приложений» ИММ УрО РАН (Екатеринбург, 2018); семинар кафедры «Высшая и прикладная математика» ПГУ (Пенза, 2018); совместные семинары лабораторий «Неустойчивые задачи вычислительной математики» ИСЭМ СО РАН и «Дифференциальные уравнения и управляемые системы» ИДСТУ СО РАН (Иркутск, 2018).

Основные результаты работы получены при поддержке грантов РФФИ: № 99-01-00116, № 02-01-00173, № 05-01-00336, № 09-01-00377, № 12-01-00722, № 15-01-01425; Лаврентьевского гранта СО РАН для поддержки молодых ученых (Постановление Президиума СО РАН № 404 от 06.12.2002).

Публикации по теме диссертации.

Основное содержание диссертации опубликовано в 36 научных статьях (из них 12 — в рецензируемых журналах из списка ВАК РФ, 13 — в журналах и 11 — в трудах конференций, входящих в международные базы данных и системы цитирования Web of Science или Scopus), в 3 статьях других иностранных журналов. Получено 5 авторских свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных источников и трех приложений. Основной текст содержит 300 страниц, в том числе 93 рисунка, 39 таблиц. Список литературы насчитывает 421 наименование. В приложениях приведены формулировки и доказательства основных теорем (Приложение А), иллюстративные материалы (Приложение Б), а также сведения об апробации и применении результатов исследования (Приложение В).

Личный вклад автора.

Текст диссертационной работы не содержит заимствований без ссылок на первоисточники, а также результатов исследований, выполненных в соавторстве, без соответствующего упоминания авторов. Из совместных работ в диссертацию включены только результаты, принадлежащие лично автору.

Краткое содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность выбранной тематики, научная новизна и практическая значимость решаемых задач, приводятся основные результаты работы.

Первая глава имеет обзорно-постановочный характер и состоит из шести параграфов, в которых дан обзор литературы и конкретизируется предметная область, модели и задачи, исследованию которых посвящена настоящая работа.

Основная цель **параграфа 1.1** – охарактеризовать предметную область применения методов имитационного моделирования – нелинейные динамические объекты (системы), рассмотреть классификацию математических моделей, используемых при описании нелинейной динамики, и специфику некоторых обратных задач: идентификации динамических систем и восстановления входных воздействий.

В **параграфе 1.2** обсуждаются современные методы математического моделирования нелинейных динамических систем типа «вход-выход» с помощью функциональных интегро-степенных рядов Вольтерра, функциональных рядов Винера, моделей Гаммерштейна, Винера-Гаммерштейна, алгоритмов самоорганизации, использующих полином Колмогорова-Габора, генетических алгоритмов, нейронных сетей, рандомизированных динамических моделей, описываемых отрезками функциональных рядов (полиномами) Вольтерра.

Параграф 1.3 посвящен задачам и методам построения математических моделей динамики технических объектов тепло- и электроэнергетики. Основные задачи моделирования энергетических установок связаны с идентификацией и диагностикой состояния, анализом переходных процессов и построением систем автоматического управления для обеспечения эффективной эксплуатации оборудования и предотвращения аварийных ситуаций. основополагающие результаты в этих областях получены А.И. Андрющенко,

А.З. Гаммом, А.М. Глазуновой, А.М. Гурвичем и Н.В. Кузнецовым, К.Я. Давиденко и В.М. Рущинским, Д.Л. Дебельковичем, Н.П. Декановой, Р.И. Ивановским, В.В. Кафаровым, А.М. Клером, И.Н. Колосок, Б.П. Корольковым, В.В. Крашенинниковым, В.Г. Курбацким, Л.А. Мелентьевым, Л.С. Попыриным, А.С. Рубашкиным, Ю.Н. Руденко, Е.П. Серовым, Э.А. Таировым и рядом других авторов.

Краткий сравнительный анализ современных методов и видов моделей, изложенный в параграфах 1.2, 1.3, показал, что интегро-степенные ряды Вольтерра (или их дискретные аналоги) достаточно широко применяются на практике как самостоятельный аппарат, так и совместно с другими подходами математического моделирования. Таким образом, аппроксимация нелинейных динамических систем типа «вход-выход» полиномами Вольтерра является достаточно перспективным направлением для приложений в энергетике.

В данной диссертационной работе интегральные модели в виде полиномов Вольтерра применяются для решения задач моделирования и идентификации нелинейной динамики технических объектов тепло- и электроэнергетики. Численное исследование эффективности разработанных методов выполняется на имитационных моделях («эталонах»), представленных с помощью аппарата дифференциальных уравнений.

Параграфы 1.4, 1.5 носят вспомогательный характер. В них содержится описание имитационных моделей элемента теплообменной установки (радиационного теплообменника) и ветроэнергетической установки (ВЭУ) с горизонтальной осью вращения. Данные «эталонные» модели отличаются высокой маневренностью и имеют методическую значимость для верификации алгоритмов, сопоставления точности моделей в виде полиномов Вольтерра, а также анализа эффективности разработанных численных методов.

В **параграфе 1.4** рассмотрена модель теплообменника с независимым подводом тепла, которая в предположении линейного изменения параметров по пространственной переменной описывает объект с сосредоточенными параметрами с нулевыми начальными условиями.

Аналитическое решение поставленной задачи, полученное при некоторых допущениях⁹, позволяет исследовать изменение энтальпии $\Delta i(t)$ ($\Delta i(0) = 0$) для возмущений $\Delta D(t)$, $\Delta Q(t)$, $\Delta i_{in}(t)$, $\Delta p(t)$ произвольного вида, где t – время (с); D – расход вещества (кг/с); Q – полная тепловая нагрузка (кВт);

⁹Таиров Э.А. Нелинейное моделирование динамики теплообмена в канале с однофазным теплоносителем // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1989. – № 1. – С. 150-156.

p – давление (Н/м²); индекс «*in*» означает значение на входе.

Если принять, что вектор входных сигналов состоит из двух компонент, то для $\Delta i_{in}(t) = 0$, $\Delta p(t) = 0$ отклик $\Delta i(t)$ имеет вид

$$\Delta i(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_0^t \left(\Delta Q(\eta) - \frac{Q_0}{D_0} \Delta D(\eta) \right) \begin{pmatrix} e^{-\lambda_1 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} & - e^{-\lambda_2 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} \end{pmatrix} d\eta, \quad (3)$$

а в случае $\Delta Q(t) = 0$, $\Delta p(t) = 0$ откликом $\Delta i(t)$ имитационной модели является

$$\begin{aligned} \Delta i(t) = & \frac{Q_0 \lambda_1 \lambda_2}{D_0 (\lambda_2 - \lambda_1)} \int_0^t \Delta D(\eta) \begin{pmatrix} e^{-\lambda_1 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} & - e^{-\lambda_2 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} \end{pmatrix} d\eta + \\ & + \frac{\lambda_1 \lambda_2}{G_B (\lambda_1 - \lambda_2)} \int_0^t D(\eta) \Delta i_{in}(\eta) \begin{pmatrix} \gamma_1 e^{-\lambda_1 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} & - \gamma_2 e^{-\lambda_2 \int_0^\eta D(\varsigma) d\varsigma} \end{pmatrix} d\eta. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь G_B – полная масса вещества потока (кг); γ_1 , γ_2 , λ_1 , λ_2 – некоторые константы; Δ – приращение, например, $D(t) = D_0 + \Delta D(t)$; индексом «0» обозначены начальные параметры: $D_0 = 0,16$ кг/с, $Q_0 = 100$ кВт, $i_{in_0} = 434$ кДж/кг, $i_0 = 1059$ кДж/кг (данные подготовлены Э.А. Таировым).

Для рекомендаций по выбору временного диапазона $[0, T]$ в расчетах, выполненных на базе (5), (6) в следующих главах диссертационной работы, проводится детальный анализ длительности переходных процессов при ступенчатых изменениях входных воздействий.

Для иллюстрации методической роли выбранных имитационных моделей приведем сравнение нормированной по времени $\tilde{t} = \frac{t}{T}$ и масштабу динамики энтальпии Δi_B одиночного теплообменника и сложных теплоагрегатов при возмущении расхода ΔD (см. Рисунок 1). Здесь линия **1** соответствует изменению энтальпии пара на выходе из прямооточного котла ТГМП-314П в режиме 70% нагрузки от номинальной при возмущении расхода питательной воды¹⁰. График **2** получен по (3) при нулевом значении $\Delta Q = 0$ (по (4) при $\Delta i_{in} = 0$ соответственно) и достаточно глубоком возмущении ΔD (до 25% от D_0). Линия **3** соответствует расчетам Δi_B , полученным при помощи модели с распределенными параметрами на выходе из экономайзера котельного

¹⁰Магид С.И., Гержой И.П., Рубашкин А.С., Крашенинников В.В. Математическая модель переходных процессов прямооточного котла для тренажера оператора теплофикационного энергоблока 250 МВт // Теплоэнергетика. – 1985. – № 5. – С. 34-38.

агрегата при глубоком изменении расхода на входе теплоносителя¹¹.

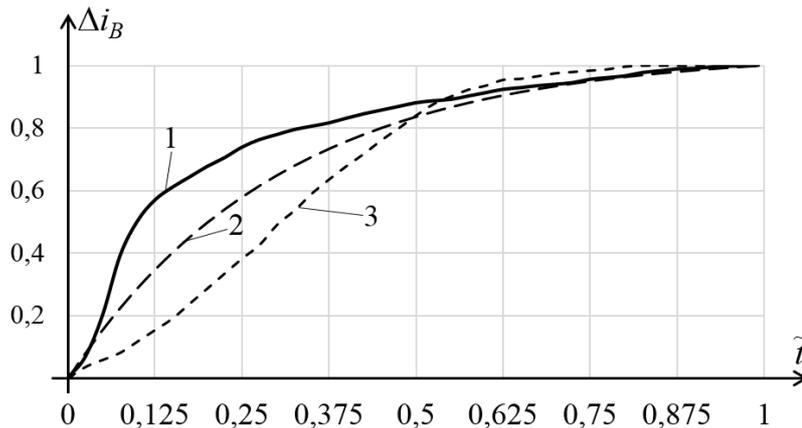


Рисунок 1 – Сравнение графиков при безразмерном времени

Расчеты показали совпадение результатов для $0,9 \leq \tilde{t} \leq 1$ с точностью $\delta = 10^{-3}$. Таким образом, практические рекомендации по использованию аппарата рядов Вольтерра, полученные применительно к тестовой имитационной модели теплообменника, могут быть использованы при рассмотрении данного подхода к исследованию динамики сложных теплоэнергетических объектов.

Численные методы, алгоритмы и программное обеспечение, реализованные в данной работе, имеют широкую сферу приложений, в том числе и в электроэнергетике. В **параграфе 1.5** для численного исследования задачи моделирования объекта ветроэнергетики с помощью полиномов Вольтерра рассмотрена модель ВЭУ с синхронным генератором и горизонтальной осью вращения с управляемым по положению углом лопасти. Вращательное движение лопастей ветроагрегата представлено в виде нелинейного дифференциального уравнения с сосредоточенными параметрами

$$\frac{d\omega_T}{dt} = \frac{M_{BT}(t) - M_{CT}(t)}{J}, \quad \omega_T(0) = 0, \quad (5)$$

где аэродинамический момент M_{BT} равен¹²

$$M_{BT}(t) = C_p \frac{\rho S(t) V^3(t)}{2\omega_T(t)}.$$

¹¹ Таиров Э.А., Левин А.А., Запов В.В. Развитие методов моделирования динамики теплоэнергетических установок // Вестник ИргТУ. – 2011. – № 3(50). – С. 117-123.

¹² Sedaghat A., Mirhosseini M. Aerodynamic design of a 300 kW horizontal axis wind turbine for province of Semnan // Energy Conversion and Management. – 2012. – Vol. 63. – P. 87-94.

Коэффициент использования ветра аппроксимируется функцией¹³

$$C_p(t) = 0,22 \left(\frac{116}{z(t)} - 0,4b(t) - 5 \right) \exp \left(-\frac{12,5}{z(t)} \right),$$

где

$$z(t) = \left(\frac{1}{Z(t) + 0,08b(t)} - \frac{0,035}{b^3(t) + 1} \right)^{-1}, \quad Z(t) = \frac{\omega_T(t)R}{V(t)}.$$

Здесь ω_T – угловая скорость вращения лопастей ветрогенератора (рад/с), M_{BT} – крутящий момент, созданный аэродинамической силой ($H \cdot м$), $M_{СТ}$ – момент сопротивления нагрузки ($H \cdot м$), создаваемый на валу турбины электрическим генератором, J – момент инерции движущихся частей ветровой турбины ($кг \cdot м^2$), ρ – плотность воздуха ($кг/м^2$), S – ометаемая площадь ($м^2$), R – радиус ветроколеса (м), b – угол наклона лопастей по нормали от направления ветра ($^\circ$), V – скорость ветра (м/с); безразмерные величины: C_p – коэффициент использования энергии ветра, Z – быстроходность, z – текущее значение быстроходности. Модель (5) позволяет исследовать нелинейную динамику $\Delta\omega_T(t) = \omega_T(t) - \omega_{T_0}$ при входных воздействиях $\Delta b(t) = b(t) - b_0$, $\Delta V(t) = V(t) - V_0$. Начальные значения b_0 , V_0 были предоставлены К.В. Суловым и составили $b_0 = 10, 20^\circ$; $V_0 = 10$ м/с.

По оценочным экспериментам установлено время переходного процесса для входных возмущений ступенчатого вида и масштаб амплитуд тестовых сигналов, используемых при идентификации нелинейной динамики $\Delta\omega_T(t)$ с помощью полиномов Вольтерра.

В параграфе 1.6 в соответствии со структурой работы описаны задачи, решение которых рассмотрено в диссертации. Работа направлена на развитие методов построения интегральных моделей, основанных на новых типах уравнений Вольтерра I рода. Целью работы также является разработка соответствующих вычислительных методов, алгоритмов и программного обеспечения с приложением к задачам электро- и теплоэнергетики.

В рамках данной работы рассмотрены три класса интегральных уравнений Вольтерра I рода. Два из них, изучаемые во второй и третьей главах, связаны с универсальным подходом к математическому моделированию нелинейной динамической системы типа «вход-выход» в виде полиномов Вольтер-

¹³Perdana A., Carlson O., Persson J. Dynamic Response of Grid-Connected Wind Turbine with Doubly Fed Induction Generator during Disturbances // Proc. 2004 IEEE Nordic Workshop on Power and Industrial Electronics. – Trondheim, Norway, 2004. – P. 1-7.

ра N -й степени с векторным входом

$$y(t) = \sum_{m=1}^N \sum_{1 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_m \leq p} f_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t), \quad t \in [0, T], \quad (6)$$

$$f_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t) = \int_0^t \dots \int_0^t K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t, s_1, \dots, s_m) \prod_{j=1}^m x_{\lambda_j}(s_j) ds_j. \quad (7)$$

В (6) ядра Вольтерра $K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t, s_1, \dots, s_m)$, отражающие чувствительность системы к одновременному изменению нескольких компонент входного сигнала, симметричны по переменным s_1, \dots, s_m , которые соответствуют совпадающим индексам. В предположении стационарности динамической системы (т.е. неизменности ее динамических характеристик за время переходного процесса T) функция $f_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t)$ имеет вид

$$f_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t) = \int_0^t \dots \int_0^t \widehat{K}_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(s_1, \dots, s_m) \prod_{j=1}^m x_{\lambda_j}(t - s_j) ds_j. \quad (8)$$

Третий класс интегральных уравнений Вольтерра I рода типа свертки, рассматриваемый в четвертой главе, возникает при аппроксимации решения граничной ОЗТ.

Во **второй главе** рассматривается задача идентификации нелинейных динамических систем типа «вход-выход» с помощью квадратичного и кубического полиномов Вольтерра (6), (7) и (6), (8), а также их применение для описания нелинейной динамики элемента теплообменной установки и ВЭУ с горизонтальной осью вращения. Теоретическая часть исследований развивает методику¹⁴ идентификации ядер Вольтерра, основанную на задании физически реализуемых многомерных семейств кусочно-постоянных сигналов, и направлена на повышение точности моделирования за счет, во-первых, выбора амплитуд тестовых сигналов и, во-вторых, более эффективного учета информации об откликах, полученных при тестировании динамической системы. Приведены новые интегральные модели в виде уравнений Вольтерра I рода как для скалярного, так и векторного входного сигнала, что наиболее часто встречается в приложениях.

В **параграфе 2.1** дан краткий обзор некоторых известных подходов к

¹⁴ Апарцин А.С. Неклассические уравнения Вольтерра I рода: теория и численные методы. – Новосибирск: Наука, 1999. – 193 с.

идентификации ядер Вольтерра и отмечены их достоинства и недостатки. Сравнительный анализ современных подходов к идентификации полиномов Вольтерра и актуальность их использования для решения практических задач свидетельствует о необходимости разработки новых и совершенствовании существующих методик до уровня вычислительных технологий, учитывающих практические факторы. Для достижения этой цели в данной главе решены следующие задачи:

- 1) разработка методики выбора амплитуд тестовых сигналов в виде специальных комбинаций функций Хевисайда;
- 2) создание нового подхода к построению интегральных моделей в случае векторных входных сигналов, основанного на идентификации интегралов от ядер Вольтерра;
- 3) разработка алгоритмов идентификации на базе метода средних прямоугольников и метода интегрирования произведения¹⁵;
- 4) создание программного обеспечения, реализующего перечисленные методики и алгоритмы.

В параграфе 2.2 представлены алгоритмы методики выбора амплитуд тестовых сигналов, используемой для декомпозиции отклика динамической системы $y(t)$ на составляющие, в случае скалярного входного сигнала. Данная методика разработана на основе результатов апробации теоретических модельных примеров и включает следующие этапы:

1. Эмпирический этап. Анализ априорной информации об объекте для выбора вида интегральной модели и способа задания откликов $y(t)$ на тестовые сигналы ступенчатого вида.

2. Реализация алгоритма декомпозиции с учетом необходимых условий разрешимости соответствующих интегральных уравнений в требуемом классе функций.

3. Экспериментальная доводка. Определение оптимальных значений амплитуд на основании решения некоторых экстремальных задач.

В первой части параграфа приведены подходы к выбору амплитуд тестовых сигналов в скалярном случае. Предложен способ разделения отклика на отдельные составляющие, основанный на априорном учете необходимых условий разрешимости соответствующих интегральных уравнений.

Вторая часть посвящена проблеме выбора амплитуд α , минимизирую-

¹⁵Linz P. Product Integration Method for Volterra Integral Equations of the First Kind // BIT. – 1971. – Vol. 11. – P. 314-421.

щих «наихудшие» значения

$$|\mathcal{N}(\alpha, \beta, \omega_1)| = |y_{et}^\beta(T, \omega_1) - y_{mod}^{\alpha, \beta}(T, \omega_1)|,$$

где $y_{et}^\beta(t, \omega_1)$ и $y_{mod}^{\alpha, \beta}(t, \omega_1)$ – отклики имитационной и интегральной моделей на допустимые входные воздействия

$$x_{\omega_1}^\beta(t) \in X(B, T) = \{\beta \cdot [e(t) - e(t - \omega_1)], \beta \in [0, B], 0 \leq \omega_1 \leq t \leq T\}. \quad (9)$$

Рассмотрены специальные экстремальные задачи вида

$$\alpha^* = \arg \min_{\alpha \in [0, B]} \left\{ \max_{\substack{\omega_1 \in [0, T] \\ \beta \in [-B, B]}} |\mathcal{N}(\alpha, \beta, \omega_1)| \right\},$$

позволившие применительно к имитационным моделям (3), (5) и тестовой динамической системе с откликом

$$y_{et}^N(t) = \sum_{m=1}^N \frac{1}{m!} \left(\int_0^t x(s) ds \right)^m, \quad N \geq 3, \quad (10)$$

определить оптимальный масштаб амплитуд тестовых сигналов. Для рассмотренных динамических систем разной физической природы получено согласование оптимальных значений амплитуд α в диапазоне $0,75B \div 0,9B$, что свидетельствует об универсальности результата.

Параграф 2.3 посвящен применению методики идентификации ядер Вольтерра, описанной в параграфе 1.6, для моделирования нелинейной динамики температуры воды при произвольных изменениях расхода воды и теплоподвода от их начальных значений на основе реальных данных. Приводится описание эксперимента на электрообогреваемом участке трубопровода установки высокотемпературного контура (ВТК) ИСЭМ СО РАН и сопоставление с результатами расчетов, выполненных при помощи интегральных моделей (6), (8) ($N = 2, p = 2$).

Схематичное изображение экспериментальной установки приведено на Рисунке 2 (схема предложена Э.А. Таировым). Здесь **1** – бак, **2** – насос, **3** – вентиль с дистанционным управлением, **4** – электромагнитный клапан, **5** – вентили, **6** – датчик расхода, **7** – токопроводы, **8** – термопары, **9** – датчик давления, **10** – экспериментальный участок, **11** – конденсатор (холодильник).

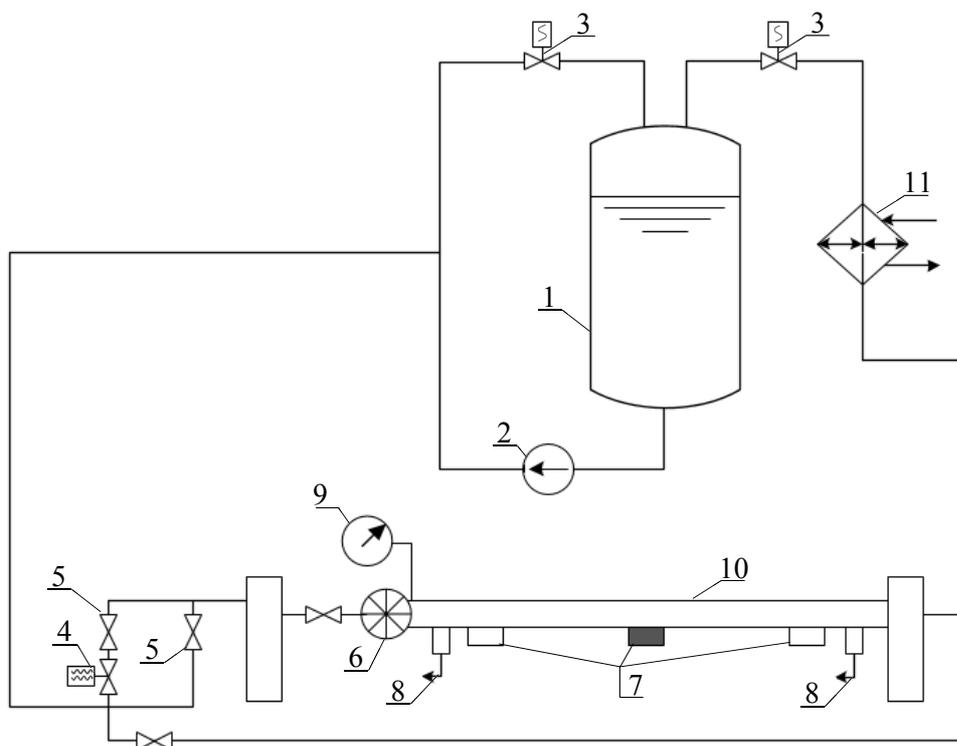


Рисунок 2 – Упрощенная схема экспериментальной установки

Выполнены экспериментальные серии тестовых возмущений (до 25% от D_0 и Q_0) по расходу и по тепловой нагрузке, требуемые для идентификации ядер Вольтерра. Физические эксперименты были проведены в лаборатории динамики парогенерирующих систем ИСЭМ СО РАН под руководством Э.А. Таирова. Проведены вычислительные эксперименты для возмущающих воздействий по расходу воды и теплоподводу, достигающих 45% от их начальных значений. Результаты расчетов показали приемлемую для практического использования точность моделирования экспериментальных кривых, что говорит о применимости моделей в виде квадратичных полиномов Вольтерра для описания нелинейных переходных процессов в теплообменных аппаратах.

В параграфе 2.4 рассмотрено развитие методики идентификации ядер Вольтерра на случай векторных входных сигналов. Для идентификации несимметричного ядра \hat{K}_{12} и частично симметричного ядра \hat{K}_{112} рассматриваются тестовые сигналы, введенные ранее¹⁶.

Приведены необходимые и достаточные условия существования решений двух- и трехмерных интегральных уравнений Вольтерра I рода в соответствующих классах функций в случае, когда входное воздействие $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T$ есть двумерный вектор. В отличие от исследований^{14,16}, ре-

¹⁶Солодуша С.В. Построение интегральных моделей нелинейных динамических систем с помощью рядов Вольтерра: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.16. – Иркутск : ИСЭМ СО РАН, 1996. – 153 с.

зультат получен в терминах амплитуд тестовых сигналов, участвующих в решении задачи идентификации (второй этап методики, описанной в параграфе 2.3). Дополнительные ограничения, вытекающие из данных условий, позволяют снять произвол в выборе амплитуд, что имеет практическую значимость на подготовительном этапе проведения тестовых экспериментов.

Рассмотрен вопрос восстановления на $\Omega_2 = \{s_1, s_2 : 0 \leq s_1, s_2 \leq T\}$ несимметричного ядра \widehat{K}_{12} в классе C_{Ω_2} в квадратичном полиноме. Изучены парные двумерные уравнения Вольтерра I рода

$$\begin{aligned} \int_0^t ds_1 \int_{t-\omega_1}^t \widehat{K}_{12}(s_1, s_2) ds_2 &= f_{12}^{(1)\beta_1, \beta_2}(t, \omega_1), \\ \int_{t-\omega_1}^t ds_1 \int_0^t \widehat{K}_{12}(s_1, s_2) ds_2 &= f_{12}^{(2)\beta_1, \beta_2}(t, \omega_1) \end{aligned} \quad (11)$$

и

$$\begin{aligned} \int_{t-\omega_1}^t ds_1 \int_0^{t-\omega_1} \widehat{K}_{12}(s_1, s_2) ds_2 &= f_{12}^{(1)\beta_1, \beta_2}(t, \omega_1), \\ \int_0^{t-\omega_1} ds_1 \int_{t-\omega_1}^t \widehat{K}_{12}(s_1, s_2) ds_2 &= f_{12}^{(2)\beta_1, \beta_2}(t, \omega_1), \end{aligned} \quad (12)$$

где $t, \omega_1 \in \Delta_2$, $\Delta_2 = \{t, \omega_1 : 0 \leq \omega_1 \leq t \leq T\}$. Правые части (11), (12) – составляющие f_{12} (8) отклика $y_{et}(t)$ на четыре набора семейств тестовых воздействий с параметром ω_1 и амплитудами β_1, β_2 .

Также рассматриваются стратегии выбора амплитуд тестовых сигналов для идентификации ядер $\widehat{K}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$ кубичного полинома Вольтерра. При этом возможны два случая:

1) два индекса из трех совпадают – ядро Вольтерра симметрично по двум аргументам;

2) $\lambda_1 \neq \lambda_2 \neq \lambda_3$, так что ядро $\widehat{K}_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$ полностью несимметрично. Детально рассмотрен первый случай, где для определенности $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, $\lambda_3 = 2$. Вторым случаем (переход к задаче идентификации полностью несимметричного ядра $\widehat{K}_{123}(s_1, s_2, s_3) \in C_{\Omega_3}$) с учетом подходов^{14, 16} и дополнительных условий на амплитуды тестовых воздействий, полученных в данном параграфе, принципиальной трудности не составляет и не требует специаль-

ного рассмотрения.

Для идентификации частично симметричной функции $\widehat{K}_{112} \in C_{\Omega_3}$, где $\Omega_3 = \{s_1, s_2, s_3 : 0 \leq s_1, s_2, s_3 \leq T\}$, по аналогии с (11), (12), рассмотрено тройное интегральное уравнение Вольтерра I рода

$$\begin{aligned} \int_{t-\omega_1}^t ds_1 \int_{t-\omega_1}^t ds_2 \int_{t-\omega_1-\omega_2}^{t-\omega_1} \widehat{K}_{112}(s_1, s_2, s_3) ds_3 &= f_{112}^{(1)\gamma_1, \gamma_2}(t, \omega_1, \omega_2), \\ \int_{t-\omega_1-\omega_2}^{t-\omega_1} ds_1 \int_{t-\omega_1-\omega_2}^{t-\omega_1} ds_2 \int_{t-\omega_1}^t \widehat{K}_{112}(s_1, s_2, s_3) ds_3 &= f_{112}^{(2)\gamma_1, \gamma_2}(t, \omega_1, \omega_2), \\ \int_{t-\omega_1-\omega_2}^t ds_1 \int_{t-\omega_1-\omega_2}^t ds_2 \int_{t-\omega_1}^t \widehat{K}_{112}(s_1, s_2, s_3) ds_3 &= f_{112}^{(3)\gamma_1, \gamma_2}(t, \omega_1, \omega_2), \end{aligned} \quad (13)$$

$$t, \omega_1, \omega_2 \in \Delta_3, \Delta_3 = \{t, \omega_1, \omega_2 : 0 \leq \omega_1 + \omega_2 \leq t \leq T; \omega_1 \geq 0, \omega_2 \geq 0\}.$$

Правые части (13) получены при декомпозиции отклика $y_{et}(t)$ на три набора двухпараметрических семейств тестовых воздействий с амплитудами γ_1, γ_2 .

Доказаны теоремы существования решений уравнений (11)-(13) в требуемых классах функций. Приведены результаты вычислительного эксперимента, иллюстрирующие важность учета ограничений на значения амплитуд тестовых сигналов. Расчеты выполнены применительно к описанию (3).

Итак, в параграфах 2.2-2.4 развит подход к построению полиномов Вольтерра, основанный на идентификации ядер.

В **параграфе 2.5** разработан другой способ построения полиномов Вольтерра (6), (8) ($N = 2, 3$), основанный на идентификации интегралов от ядер. Данный подход позволит избежать проблемы обеспечения условий разрешимости соответствующих интегральных уравнений относительно искомым ядер.

Получены сеточные аналоги квадратичных и кубических полиномов Вольтерра для векторного входного сигнала $x = (x_1, \dots, x_p)^T$, отвечающие применению метода интегрирования произведения. Подход аппроксимации одномерных сверток

$$\int_0^{ih} \widehat{K}(s)x(ih-s)ds \approx \sum_{j=1}^i x_{i-j+\frac{1}{2}} \int_{(j-1)h}^{jh} \widehat{K}(s)ds,$$

где $x_{i-j+\frac{1}{2}} = (i-j+\frac{1}{2})h$, $t_i = ih$, $i = \overline{1, n}$, $nh = T$, обладающий квад-

ратичной сходимостью¹⁵ по шагу сетки h , развит на случай многомерных сверток

$$\int_0^{ih} \dots \int_0^{ih} \widehat{K}_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(s_1, \dots, s_m) \prod_{k=1}^m x_{\lambda_k}(ih - s_k) ds_k \approx \quad (14)$$

$$\sum_{i_1, \dots, i_m=1}^i \left(\prod_{k=1}^m x_{\lambda_k} \left(\left(i - i_k + \frac{1}{2} \right) h \right) \int_{(i_1-1)h}^{i_1 h} \dots \int_{(i_m-1)h}^{i_m h} \widehat{K}_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(s_1, \dots, s_m) ds_1 \dots ds_m \right),$$

где ядра $\widehat{K}_{\lambda_1 \dots \lambda_m}$ не являются симметричными, $1 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_m \leq p$, $i_1, \dots, i_m = \overline{1, n}$ (случай симметричных по всем аргументам s_1, \dots, s_m функций изучен В.А. Спиряевым¹⁷). Рассмотрен новый тип тестовых сигналов длительности h в виде линейных комбинаций функций Хевисайда с отклоняющимся аргументом, который обеспечивает минимально возможную суммарную длительность входных возмущений.

Проиллюстрировано саморегуляризирующее свойство разработанных численных методов идентификации полиномов Вольтерра, применяемых при моделировании динамики (3) элемента теплообменной установки. Выполнено сравнение точности моделирования $y_{et}(t)$ с помощью квадратичных полиномов Вольтерра, при построении которых использовались рассмотренные в диссертационной работе подходы к решению задачи идентификации.

Параграф 2.6 посвящен применению модифицированной интегральной модели Вольтерра, включающей стационарное квадратичное слагаемое и нестационарное – линейное. Приведены результаты вычислительных экспериментов с помощью (3), (5), (10), иллюстрирующие важность учета нестационарных свойств динамических систем.

На Рисунке 3 иллюстрируются результаты, полученные применительно к трем разным динамическим системам. Здесь цифрой **1** отмечена область, полученная при моделировании откликов (3), цифрой **2** – при моделировании откликов (10), цифрой **3** – при моделировании откликов (5). Выполнено сравнение значений невязок «Mean Absolute Percentage Error» (MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{B} \sum_{\beta=1}^B \frac{|\mathcal{N}(\alpha, \beta, \omega)|}{|y_{et}^\beta(T, \omega)|} \cdot 100\%,$$

полученных с помощью откликов стационарной ($MAPE_1$) и комбинирован-

¹⁷Спиряев В.А. Обоснование product integration method для идентификации квадратичного и кубического полиномов Вольтерра в случае скалярного входа // Труды IX Междунар. Четаевской конф. "Аналитическая механика, устойчивость и управление". – Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2007. – Т.5. – С. 210-217.

ной ($MAPE_2$) моделей на возмущения (9) для $B = 25$, $\omega_1 = \omega \leq 0,95T$.

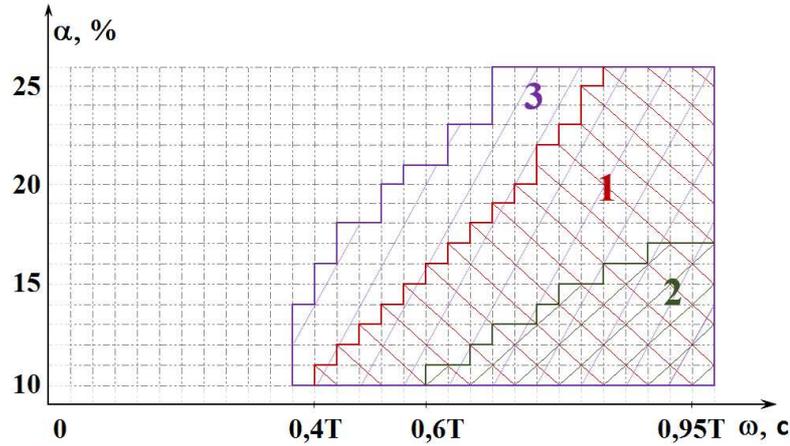


Рисунок 3 – Сравнение областей выполнения $MAPE_1 < MAPE_2$

Области предпочтительности использования стационарных интегральных моделей Вольтерра для моделирования откликов тестовых динамических систем на входные сигналы вида (9) имеют общую область пересечения.

В параграфе 2.7 изложены основные выводы по результатам второй главы.

В третьей главе рассматривается задача поиска входа $u(t)$, обеспечивающего желаемый выход динамической системы $y(t)$ при заданном внешнем воздействии $\zeta(t)$ и известных ядрах Вольтерра $\widehat{K}_{\lambda_1 \dots \lambda_m}$.

В параграфе 3.1 описан двухэтапный подход к численному моделированию процесса автоматического регулирования нелинейной динамики с помощью аппарата интегро-степенных рядов Вольтерра.

Анализ существующих способов применения аппарата рядов Вольтерра к задаче регулирования объектов со слабо выраженной (например, полиномиальной) нелинейностью, описанных в работах В.В. Солодовникова (1969), А.А. Красовского (1987), В.И. Ловчакова (1999, 2007), а также новая интегральная модель в виде полиномиального уравнения Вольтерра I рода¹⁸

$$\sum_{n=1}^N \int_0^t \dots \int_0^t K_n(t, s_1, \dots, s_n) \prod_{i=1}^n x(s_i) ds_i = y(t), \quad t \in [0, T], \quad (15)$$

$$K'_1(t, s) \in C_\Delta, \quad \Delta = \{t, s : 0 \leq s \leq t \leq T\}, \quad y'(t) \in C_{[0, T]}, \quad K_1(t, t) \neq 0, \quad (16)$$

позволили сформулировать подход к численному регулированию динамических объектов типа «вход-выход» на базе полиномов Вольтерра, включаю-

¹⁸Апарцин А.С. О полилинейных уравнениях Вольтерра I рода // Автоматика и телемеханика. – 2004. – № 2. – С. 118-125.

щий следующие этапы:

1. Этап решения задачи идентификации (применяемые на данном этапе алгоритмы и численные методы рассмотрены в предыдущей главе).

2. Этап решения задачи восстановления входных сигналов. На этом этапе построенный полином Вольтерра используется для формирования управляющего сигнала, обеспечивающего желаемый (заданный) отклик.

В работе исследуется случай векторного входа $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T$, когда $x_1(t) \equiv u(t)$ – входное воздействие, $x_2(t) \equiv \zeta(t)$ – внешнее возмущение. Вместо (15) в предположениях (16) вводится математическая модель

$$\sum_{m=1}^N \sum_{1 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_m \leq 2} \int_0^t \dots \int_0^t K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t, s_1, \dots, s_m) \prod_{j=1}^m x_{\lambda_j}(s_j) ds_j = y(t), \quad (17)$$

где $K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}(t, s_1, \dots, s_m)$ (для $\lambda_1 = \dots = \lambda_m = 2$) – переходные функции при внешнем возмущении $\zeta(t)$.

Основная специфика (15), (17) при $N > 1$ состоит в локальности решения уравнения в $C_{[0, T]}$, где под локальностью понимается малость правого конца отрезка $[0, T]$.

Параграф 3.2 посвящен разработке численных методов решения полиномиальных уравнений Вольтерра (17) второй и третьей степени ($N = 2, 3$). Построены алгоритмы, основанные на квадратурных формулах правых и средних прямоугольников, методе интегрирования произведения и методе Ньютона-Канторовича.

Рассматриваются алгоритмы решения квадратичных уравнений Вольтерра I рода (17) ($N = 2$) с помощью разностных методов. Выбор нужного корня определяется условием

$$u_{\frac{1}{2}}^h \xrightarrow{h \rightarrow 0} u(0) = \frac{y'(0)}{K_1(t, t)}.$$

Разработанные алгоритмы применены в задаче восстановления расхода $\Delta D(t)$ для стабилизации отклонения энтальпии $\Delta i(t)$ при возмущающих воздействиях теплоподвода $\Delta Q(t)$ (энтальпии $\Delta i_{in}(t)$), а также в задаче восстановления угла поворота лопасти $\Delta b(t)$ для стабилизации значения угловой скорости $\Delta \omega_T(t)$ при возмущающем воздействии скорости ветра $\Delta V(t)$.

Один из расчетов, выполненных с помощью восстановленных по (3) ядер Вольтерра, представлен на Рисунке 4.

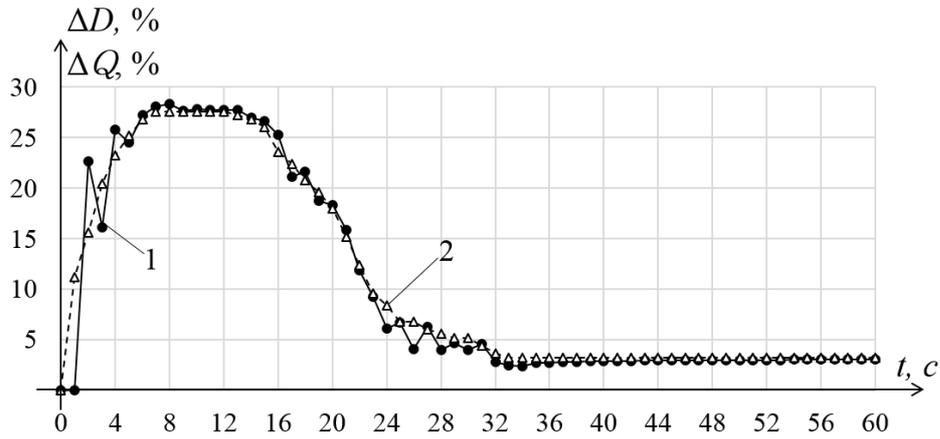


Рисунок 4 – Управляющее воздействие $\Delta D(t)$ (график 1),
возмущающее воздействие $\Delta Q(t)$ (график 2)

Здесь и далее при проведении вычислительных экспериментов была учтена скорость открытия регулирующих клапанов (задвижек)¹⁹.

Управляющее воздействие $\Delta D(t)$, полученное при решении задачи регулирования отклика интегральной модели, может быть применимо и для имитационной модели теплообменника. Отклики имитационной (3) и интегральной (6), (8) ($N = 2, p = 2$) моделей на данные входные воздействия $\Delta Q(t)$, $\Delta D(t)$ приведены на Рисунке 5.

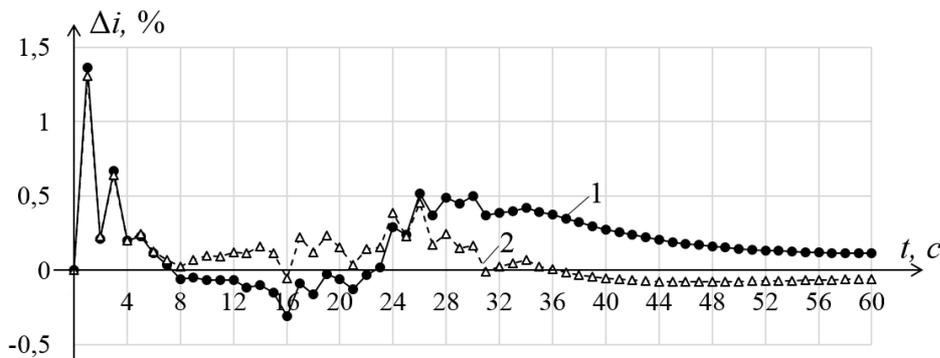


Рисунок 5 – Отклики имитационной и интегральной моделей
(графики 1 и 2 соответственно)

Максимальная погрешность стабилизации для обеих моделей составляет 1,31% от стационарного значения i_0 при $t = 1$ с.

Результат численного моделирования, когда область T^* определения управляющего входного сигнала меньше исследуемого временного интервала T , дан на Рисунке 6. Погрешность стабилизации при $t = 17$ составила около $2,5\%i_0$.

¹⁹Таиров Э.А., Чистяков В.Ф., Караулова И.В. Применение сетевой модели к расчету потокораспределения в трактах энергоустановок // Известия РАН. Энергетика. – 2003. – № 3. – С. 105-114.

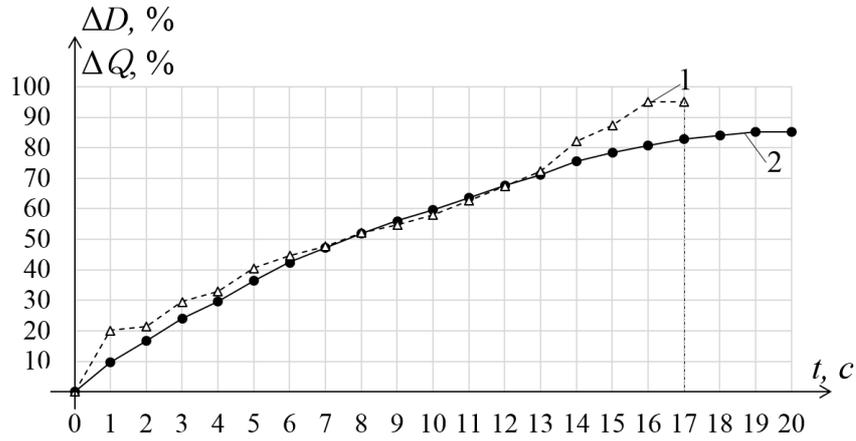


Рисунок 6 – Управляющее воздействие $\Delta D(t)$ (график 1),
возмущающее воздействие $\Delta Q(t)$ (график 2)

Для численного решения некоторых частных классов квадратичных и кубических уравнений Вольтерра I рода использован итеративный метод Ньютона-Канторовича. С учетом специфики исследуемого математического аппарата предложен способ выбора начального приближения в виде решения соответствующих линейных интегральных уравнений Вольтерра I рода. Даны конкретные примеры расчета с использованием системы компьютерной алгебры Maple. Проиллюстрирована сходимость предложенных алгоритмов и их достаточная точность.

В параграфе 3.3 рассмотрены численные методы решения некоторых классов систем квадратичных и кубических уравнений Вольтерра I рода второго порядка. Во многих приложениях $x(t)$ и $y(t)$ являются вектор-функциями. Пусть, например, вход $x(t) = (x_1(t), x_2(t))^T$, выход $y(t) = (y_1(t), y_2(t))^T$. Полагая, что $x(t)$ является управляющим входным сигналом, а внешнее возмущение $\zeta(t) \equiv 0$ отсутствует, с учетом обозначения $x(t) \equiv u(t)$ вместо (17) имеем

$$\sum_{m=1}^N \sum_{1 \leq \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_m \leq 2} \int_0^t \dots \int_0^t K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}^{(p)}(t, s_1, \dots, s_m) \prod_{j=1}^m u_{\lambda_j}(s_j) ds_j = y_p(t), \quad (18)$$

где $t \in [0, T]$, $p = 1, 2$, $K_i^{(p)} \in C_\Delta$, $\Delta = \{t, s : 0 \leq s \leq t \leq T\}$, определитель блочной матрицы $(\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2)$ не нулевой ($|\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2| \neq 0$), $y_p(t) \in C_{[0, T]}^{(1)}$, $y_p(0) = 0$ (в обозначении $\mathcal{K}_i = (K_i^{(1)}, K_i^{(2)})^T$, $i = 1, 2$). В математическом плане задача поиска входа $u(t)$, обеспечивающего заданный выход $y(t)$ при известных значениях $K_{\lambda_1 \dots \lambda_m}^{(p)}$, $p = 1, 2$, применительно к (18) заключается в решении системы полиномиальных уравнений Вольтерра I рода относительно

$$u(t) = (u_1(t), u_2(t))^T.$$

Первая часть данного параграфа посвящена решению (18) с постоянными ядрами при $N = 2$ и его численной аппроксимации квадратурными методами (правых и средних прямоугольников). Рассмотрены два способа численного решения: первый из них основан на сведении исходной системы к интегральному уравнению Вольтерра I рода четвертой степени, а второй – на редукции к разностному аналогу новой системы интегральных уравнений Вольтерра I рода, содержащей линейное уравнение. Выбор нужного корня определяется условиями

$$u_{1_1}^h \xrightarrow{h \rightarrow 0} u_1(0) = \frac{|y'(0) \mathcal{K}_2|}{|\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2|}, \quad u_{2_1}^h \xrightarrow{h \rightarrow 0} u_2(0) = \frac{|y'(0) \mathcal{K}_1|}{|\mathcal{K}_2 \mathcal{K}_1|}.$$

На тестовом примере проиллюстрировано саморегуляризирующее свойство процедуры дискретизации при пилообразном типе возмущений правой части (18): $\tilde{y}_p(t_i) = y_p(t_i) + (-1)^i \delta$, $t_i = ih$, $i = \overline{1, n}$, $h = \frac{T}{n}$.

Во второй части параграфа разработаны итерационные алгоритмы решения некоторых классов систем интегральных уравнений (18) для случая $N \leq 3$, основанные на применении методов правых и средних прямоугольников, а также методе Ньютона-Канторовича. Сходимость численных методов показана на серии тестовых примеров. В качестве начального приближения выбрано решение соответствующей линейной системы интегральных уравнений:

$$\theta_{1_0}(t) = \frac{|y(t) \mathcal{K}_2|}{|\mathcal{K}_1 \mathcal{K}_2|}, \quad \theta_{2_0}(t) = \frac{|y(t) \mathcal{K}_1|}{|\mathcal{K}_2 \mathcal{K}_1|}, \quad (19)$$

где $\theta_i(t) = \int_0^t u_i(s) ds$. Рассмотрена специфика применения метода Ньютона-Канторовича к решению (18) при $N = 2, 3$.

Выберем в (18) $N = 2$, $K_1^{(1)} = 1$, $K_2^{(1)} = 1$, $K_{11}^{(1)} = -1$, $K_{22}^{(1)} = \frac{1}{4}$, $K_{12}^{(1)} = -1$, $K_1^{(2)} = 1$, $K_2^{(2)} = 2$, $K_{11}^{(2)} = \frac{1}{2}$, $K_{22}^{(2)} = -\frac{1}{2}$, $K_{12}^{(2)} = \frac{1}{2}$. Если

$$y_1(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} - \frac{t^5}{6} + \frac{t^6}{36}, \quad y_2(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{2t^3}{3} + \frac{t^4}{8} + \frac{t^5}{12} - \frac{t^6}{18},$$

то $T^* = 0,630572$. С помощью (19) определим начальные приближения

$$\theta_{1_0}(t) = \frac{t^2}{2} - \frac{5t^4}{8} - \frac{5t^5}{12} + \frac{t^6}{9}, \quad \theta_{2_0}(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{3t^4}{8} + \frac{t^5}{4} - \frac{t^6}{12},$$

где $t \in [0, T^*)$. В Таблице 1 даны значения $\|\varepsilon_{p, \tau_k}\|_{C_h} = \max_{0 \leq t \leq \tau_k} |\theta_{p_m}(t) - \theta_p^*(t)|$,

$p = 1, 2$, где m – число итераций, $\theta_1^*(t) = \frac{t^2}{2}$, $\theta_2^*(t) = \frac{t^3}{3}$, $\tau_1 = 0,58$, $\tau_2 = 0,6$.

Таблица 1 – Результаты вычислительного эксперимента

m	$\ \varepsilon_{1,\tau_1}\ _{C_h}$	$\ \varepsilon_{2,\tau_1}\ _{C_h}$	$\ \varepsilon_{1,\tau_2}\ _{C_h}$	$\ \varepsilon_{2,\tau_2}\ _{C_h}$
1	0,01997	0,01195	0,03193	0,01933
2	0,00132	0,00079	0,00437	0,00264
3	$6 \cdot 10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-6}$	0,00011	0,00007
4	$2 \cdot 10^{-10}$	$1 \cdot 10^{-10}$	$7 \cdot 10^{-8}$	$4 \cdot 10^{-8}$

Видно, что погрешность ε_{p,τ_k} увеличивается по мере приближения τ_k к значению T^* (данный факт не является следствием грубости алгоритма, а отражает существо дела: вблизи точки T^* возникает погранслоевой ошибок сеточного решения).

Вычислительный эксперимент показал важность выбора того или иного алгоритма, используемого на этапе идентификации, на точность результатов регулирования объектов типа «вход-выход». Исследование, выполненное в рамках **параграфа 3.4**, проводилось по нескольким направлениям:

1. Учет нестационарных свойств динамического объекта.
2. Учет апостериорных данных на выходе динамического объекта.
3. Выявление эффективных алгоритмов идентификации полиномов Вольтерра.

Приведены результаты численных экспериментов при расчете динамических процессов в теплообменнике с помощью имитационных моделей (3), (4).

Рисунок 7 иллюстрирует расчеты, выполненные при решении задачи восстановления $x_1(t) \equiv \Delta D(t)$ для стабилизации в (17) $y(t) \equiv \Delta i_{mod}(t)$ применительно к (3), где $x_2(t) \equiv \Delta Q(t)$. Сравниваются алгоритмы решения полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, использующие разные методики построения полиномов Вольтерра. Здесь белым цветом отмечена область, соответствующая минимальной погрешности стабилизации $\Delta i_{mod}(t)$ вследствие использования подхода к идентификации ядер Вольтерра, черным – область, где минимальная погрешность достигнута с помощью применения (14), α – амплитуды тестовых сигналов, γ – амплитуды возмущающих воздействий по теплоподводу $\Delta Q(t)$.

Вычисление управляющего входного сигнала ΔD^h , обеспечивающего желаемый отклик $\Delta i_{mod}^h = 0$ при заданном возмущении $\Delta Q^h(t_i) = \gamma Q_0$, где $t \in [0, 30]$, $0,05 \leq \gamma \leq 0,75$, выполнено с помощью нескольких полиномиаль-

ных уравнений. При решении задачи идентификации применены тестовые сигналы с амплитудами $0,008 \leq |\alpha| D_0 \leq 0,12$ кг/с и $5 \leq |\alpha| Q_0 \leq 75$ кВт.

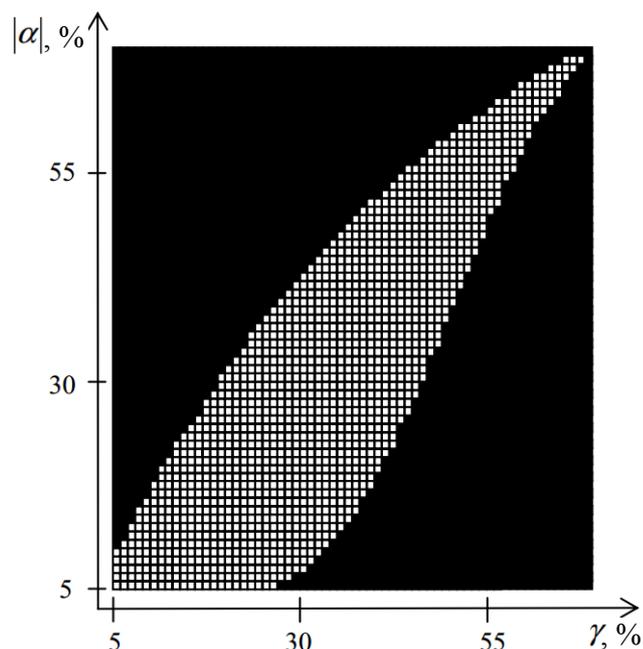


Рисунок 7 – Результаты вычислительных экспериментов

Из рисунка видно, что при согласовании уровня $\gamma \leq 0,6$ с величиной $|\alpha|$ предпочтительнее использование подхода, основанного на идентификации ядер Вольтерра.

В параграфе 3.5 изучена специфика полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в задаче восстановления входных воздействий динамической системы с векторным входом. Приведены теоремы о существовании и единственности решений частных классов квадратичных уравнений Вольтерра I рода в $C_{[0,T]}$. Для некоторых классов полиномиальных интегральных уравнений Вольтерра I рода получены неулучшаемые оценки непрерывных решений.

В параграфе 3.6 перечислены основные выводы по результатам третьей главы.

Четвертая глава посвящена задаче численного решения одной граничной ОЗТ на основе нового класса линейных уравнений Вольтерра I рода типа свертки. Эта задача связана с важной проблемой исследования тепловых процессов в различных научных областях (в том числе и в теплоэнергетике), когда невозможно выполнить прямые измерения требуемой физической величины и ее характеристики восстанавливаются по результатам косвенных измерений.

Параграф 4.1 носит вспомогательный характер. Дана краткая класси-

фикация ОЗТ. Приведен краткий обзор к подходам получения устойчивых²⁰ решений таких задач с граничными условиями. Уточняется основная цель исследований, которая состоит в изучении специфики и разработке численных алгоритмов решения нового класса интегральных уравнений Вольтерра I рода типа свертки

$$\int_0^t K_N(t-s)\phi(s)ds = y(t), \quad 0 \leq s \leq t \leq T, \quad (20)$$

$$K_N(t-s) = \sum_{q=1}^N (-1)^{q+1} q^2 e^{-q^2 C^2(t-s)}, \quad y(t) = \frac{l^3}{2\pi^2} g_0(t), \quad C = \frac{\pi a}{l}. \quad (21)$$

Уравнение (20), (21) впервые введено Н.М. Япаровой²¹ для аппроксимации решения $u(l, t) = \phi(t)$, $t \geq 0$, граничной обратной задачи

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad x \in (0, l), \quad t \geq 0, \quad (22)$$

$$u(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad u'_x(0, t) = g_0(t), \quad x \in (0, l), \quad t \geq 0. \quad (23)$$

Обычно на практике значения $g_0(t)$ отягощены погрешностью, так что вместо $g_0(t)$ известна $g_\delta(t)$: $\|g_\delta(t) - g_0(t)\|_{C_{[0, T]}} \leq \delta$, $\delta > 0$.

Основная сложность применения (20) для аппроксимации решения граничной ОЗТ (22), (23) состоит в определении величины N в верхнем пределе суммы (21). В связи с этим основные задачи исследования, помимо разработки и исследования алгоритмов численного решения уравнения (20), включают изучение специфики вычисления (21).

Объект исследования в **параграфе 4.2** – ядро нового класса интегральных уравнений Вольтерра I рода (20). Рассмотрены свойства ядер Вольтерра вида (21) при $a = 1$, $l = 1$. Отмечена особенность применения дискретизационных методов для решения (20): шаг сетки h зависит от параметра N , равного количеству слагаемых в (21).

Изучены особенности применения машинной арифметики над вещественными числами с плавающей точкой для вычисления $K_N(\lambda)$, $\lambda = t - s$, при фиксированном значении N . В общепринятое представление вещественного числа $x = s \cdot M \cdot 10^{-m+p}$ включен параметр f , равный числу достовер-

²⁰Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П. Теория линейных некорректных задач и ее приложения. – М.: Наука, 1978. – 206 с.

²¹Yaparova N.M. Numerical methods for solving a boundary value inverse heat conduction problem // Inverse Problems in Science and Engineering. – 2014. – Vol. 22. – № 5. – P. 832-847.

ных позиций в мантиссе (начиная слева), где $s \in \{-1, 0, +1\}$ — знак числа, $M \in \{10^{m-1}, 10^{m-1} + 1, \dots, 10^m - 1\} \cup \{0\}$ — мантисса числа, m — число позиций мантиссы, p — порядок числа. На Рисунке 8 иллюстрируется важность согласования параметра m с числом слагаемых N в (21).

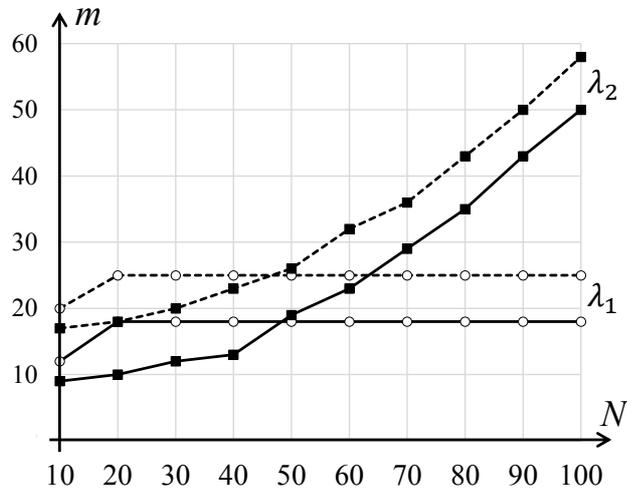


Рисунок 8 – Зависимость m от числа слагаемых в $K_N(\lambda_1)$ и $K_N(\lambda_2)$

Здесь сплошной линией изображен график m_1 , которому отвечает желаемое значение $f = 8$. Пунктирной линией дан график m_2 , которому соответствует значение $f = 16$. С правой стороны отмечены λ_i , при которых проводились расчеты K_N .

На серии иллюстративных примеров продемонстрированы случаи систематического накопления ошибок и одномоментной потери старших разрядов для значений K_N . В вычислительном эксперименте применены программные средства, реализующие математические операции над вещественными числами с длинной мантиссой (автор программного кода — И.В. Мокрый).

В параграфе 4.3 приведены алгоритмы приближенного решения (20), основанные на квадратуре средних прямоугольников и методе интегрирования произведения. Вычислительный эксперимент проводился с помощью системы компьютерной алгебры Maple с учетом механизмов возникновения погрешностей при компьютерных расчетах. На тестовых примерах иллюстрируется второй порядок сходимости численных методов при уменьшении шага сетки h . Показано саморегуляризирующее свойство процедуры дискретизации в случае возмущения правой части (20).

Обсуждается точность аппроксимации исходной задачи с помощью исследуемых интегральных уравнений Вольтерра I рода. Проведен сравнительный анализ погрешностей сеточных решений (20) и погрешности регуляризованного решения (22), (23), найденного посредством метода проекционной регу-

ляризации²². Результаты экспериментов для невозмущенных и возмущенных значений $y(t)$ показывают сопоставимость по точности вычислений $\phi^h(t)$ подходов, основанных на применении метода проекционной регуляризации и приближенного решения интегрального уравнения (20).

В параграфе 4.4 содержатся основные выводы четвертой главы.

Пятая глава посвящена описанию и применению созданного автором пакета прикладных программ «Динамика». Вычислительный комплекс разработан в объектно-ориентированной среде программирования Borland C++ Builder и основан на функционально-модульном принципе. ПВК включает универсальные модули. Его тестирование выполнено применительно к имитационным моделям объектов тепло- и электроэнергетики (3)-(5), для реальных данных, полученных в ходе физического эксперимента на электрообогреваемом участке установки ВТК ИСЭМ СО РАН, а также для данных вычислительного эксперимента, полученных с помощью ПВК «P150» для моделирования энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт (программный код ПВК «P150» реализован в ИСЭМ СО РАН под руководством Э.А. Таирова).

Параграф 5.1 содержит краткий обзор инструментальных средств для моделирования динамики нелинейных систем. Перечислены некоторые перспективные направления исследований, в которых эффективно привлечение средств компьютерного моделирования.

Параграф 5.2 характеризует пакет, созданный для решения задач идентификации и моделирования динамики теплообменника и ВЭУ с горизонтальной осью вращения. Описаны его функциональные возможности. Программные модули пакета формально можно разделить на две части: системную и прикладную. В системную часть входят модули, которые обеспечивают пользовательский интерфейс (блок настройки входных данных) и интерфейс с прикладной (расчетной) частью (блок визуализации).

Пользовательский интерфейс включает контекстное меню, диалоговые окна, кнопочные панели. Приведены скрины окон пользовательского интерфейса для введения исходных данных и задания тестовых сигналов произвольного вида с помощью манипулятора «мышь», а также краткое руководство для пользователей. Дано схематичное описание основных этапов численного моделирования и характеристика программных модулей прикладной части пакета. На Рисунке 9 представлена архитектура ПВК.

²² Танана В.П., Япарова Н.М. Об оптимальном по порядку методе решения условно-корректных задач // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2006. – Т. 9. – № 4. – С. 154-168.

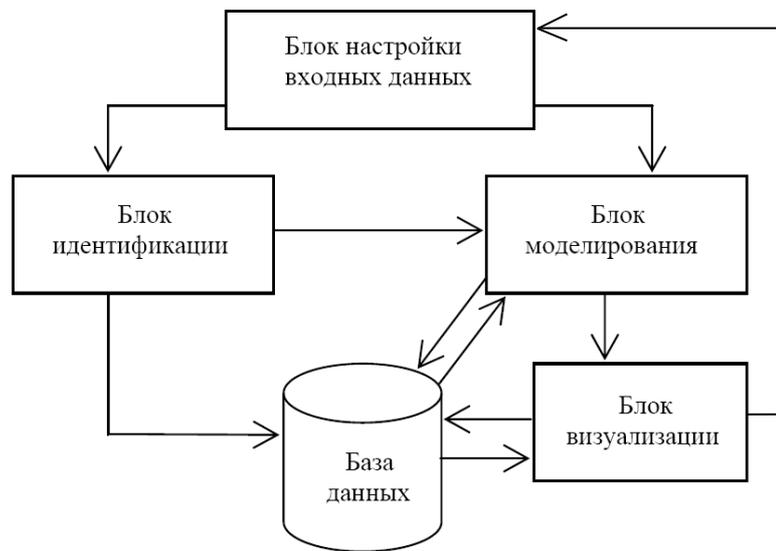


Рисунок 9 – Обобщенная схема архитектуры ПВК

В ПВК «Динамика» реализован способ компактного описания компьютерного эксперимента, позволяющий в диалоговом режиме задавать исходные данные исследуемого объекта и вид интегрального полинома Вольтерра. Расчетные модули разработаны для решения задач идентификации и моделирования тестовых динамических систем. Процедуры идентификации базируются на разностных аналогах формул обращения, что обеспечивает быстроедействие в режиме «on-line». Характеристика некоторых программных модулей ранней версии ПВК приведена в кандидатской диссертации автора¹⁶.

К настоящему времени данный пакет существенно расширен за счет включения новых расчетных модулей. В блоке идентификации реализованы алгоритмы построения полиномов Вольтерра третьей степени, а также интегральных моделей с нестационарными составляющими. Блок моделирования, помимо модулей вычисления откликов, включает модуль подсчета управляющего входного воздействия. Алгоритмы блоков идентификации и моделирования базируются как на применении квадратуры средних прямоугольников, так и метода интегрирования произведения. Программные средства защищены свидетельствами о государственной регистрации.

Приведены результаты тестирования данного пакета на имитационных моделях тепло- и электроэнергетики (3)-(5). Показано, что программная реализация ПВК «Динамика» допускает модификацию построения отклика полиномов Вольтерра, во-первых, за счет использования откликов нескольких интегральных моделей, которые настроены на различный диапазон возмущений входного сигнала и, во-вторых, за счет применения откликов имитационных моделей с разными стационарными значениями.

В параграфе 5.3 описано применение ПВК для моделирования нелинейной динамики давления в конденсаторе и температуры воды на выходе из регенеративного подогревателя энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт. Структурная схема рассматриваемого участка представлена на Рисунке 10.

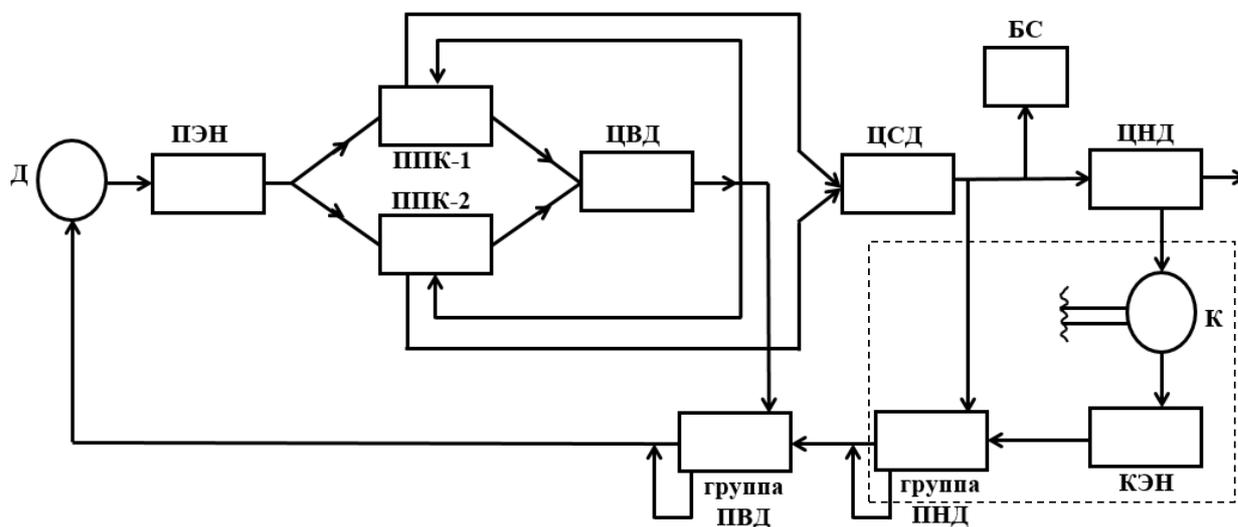


Рисунок 10 – Структурная схема пароводяного тракта энергоблока

Приняты следующие обозначения: **Д** – термический деаэратор, **ПЭН** – система питательных электронасосов, **ППК-1**, **ППК-2** – прямоточные паровые котлы, **ЦВД** – цилиндр высокого давления, **ЦСД** – цилиндр среднего давления, **ЦНД** – цилиндр низкого давления, **БС** – бойлерная система, **К** – конденсатор, **КЭН** – система конденсатных электронасосов, **группа ПНД** – подогреватели низкого давления, **группа ПВД** – подогреватели высокого давления. Характеристика некоторых элементов теплообменной системы дана в препринте²³.

Для проведения вычислительных экспериментов был выбран отмеченный пунктиром участок, включающий конденсатор **К** типа 80-КЦС-1 и подогреватель низкого давления **ПНД-1** из **группы ПНД**. Сравнительный анализ результатов моделирования на базе квадратичных полиномов Вольтерра с откликами на внешнее изменение расхода воды в диапазоне 25%÷30% от начального значения, полученными с помощью ПВК «Р150», показал достаточную для практических целей точность вычислений.

В параграфе 5.4 изложены основные выводы по пятой главе.

²³Таиров Э.А., Логинов А.А., Чистяков В.Ф. Математическая модель, численные методы и программное обеспечение тренажера для энергоблока Иркутской ТЭЦ-10. – Иркутск: СЭИ СО РАН, 1999. – Препринт № 11. – 43 с.

В приложениях приведены формулировки и доказательства основных теорем, иллюстративные материалы, а также свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ, а также документы о практическом использовании результатов диссертационной работы в исследованиях ФГБНУ Институт физико-технических проблем Севера им. В.П. Ларионова СО РАН (Якутск), ФГБОУ ВО «Южно-Уральский государственный университет (НИУ)» (Челябинск), в образовательном процессе ФГБОУ ВО «Иркутский национальный исследовательский технический университет» (Иркутск).

Основные результаты диссертации

Основные результаты, изложенные в диссертационной работе, являются новыми, имеют как теоретическую, так и практическую ценность и заключаются в создании, модификации и комплексном исследовании методов и моделей описания динамики объектов тепло- и электроэнергетики на базе интегральных моделей Вольтерра.

Для решения задачи идентификации полиномов Вольтерра с целью построения интегральных моделей, описывающих нелинейную динамику во временной области, были получены следующие результаты:

1. Предложен способ декомпозиции отклика, в основе которого лежит априорный учет необходимых условий разрешимости специальных многомерных интегральных уравнений Вольтерра I рода.

2. Выделены классы двух- и трехмерных интегральных уравнений Вольтерра I рода, для которых сформулированы условия существования решений в требуемых классах функций. Практическим следствием данных результатов являются условия согласования амплитуд тестовых сигналов.

3. Рассмотрены специальные экстремальные задачи для выбора оптимального масштаба амплитуд тестовых сигналов применительно к имитационным моделям динамики элемента теплообменного аппарата и ВЭУ.

4. Разработан новый подход к построению полиномов Вольтерра, основанный на идентификации интегралов от ядер. Получены сеточные аналоги полиномов Вольтерра для векторного входного сигнала, отвечающие применению метода интегрирования произведения.

5. Выполнен сравнительный анализ областей применимости интегральных моделей, при построении которых, во-первых, использовались методы идентификации ядер Вольтерра и интегралов от них и, во-вторых, учитывались нестационарные свойства динамической системы.

6. Алгоритмы, входящие в блок построения интегральных моделей ПВК «Динамика», апробированы на реальных данных, полученных в ходе физических экспериментов на ВТК ИСЭМ СО РАН.

7. ПВК «Динамика» применен для моделирования динамики давления в конденсаторе и температуры воды на выходе из регенеративного подогревателя энергоблока Назаровской ГРЭС мощностью 135 МВт.

Исследована задача численного моделирования процесса регулирования динамических систем, описываемых полиномами Вольтерра. Результаты, полученные при решении основной проблемы – восстановлении входного воздействия, сводятся к следующему:

1. Введены и исследованы специальные классы полиномиальных уравнений Вольтерра I рода второй и третьей степени и их систем для случая векторного входного воздействия.

2. Построены численные методы решения этих уравнений, основанные на применении кубатуры средних прямоугольников, метода интегрирования произведения, метода Ньютона-Канторовича.

3. Разработаны алгоритмы численного решения систем квадратичных уравнений Вольтерра I рода второго порядка, основанные на редукции к уравнению четвертой степени и к системе второго порядка, содержащей линейное уравнение.

4. Построены численные методы решения систем полиномиальных уравнений Вольтерра I рода второго порядка на основе метода Ньютона-Канторовича и квадратурных формул правых (средних) прямоугольников.

5. Выполнен сравнительный анализ алгоритмов решения полиномиальных уравнений Вольтерра I рода, использующих разные методики идентификации полиномов Вольтерра.

6. Алгоритмы решения квадратичного интегрального уравнения Вольтерра I рода внедрены в ПВК «Динамика».

7. Разработаны и исследованы алгоритмы численного решения нового класса линейных уравнений Вольтерра I рода, возникающих в граничной ОЗТ.

Научные статьи, опубликованные в журналах списка ВАК

1. Солодуша С.В. Разработка алгоритма функционирования системы управления ветроэнергетическими установками / Д.О. Герасимов, С.В. Солодуша,

К.В. Суслов // Известия РАН. Энергетика. – 2016. – № 6. – С. 68-78.

2. Солодуша С.В. Применение численных методов для уравнений Вольтерра I рода, возникающих в обратной граничной задаче теплопроводности / С.В. Солодуша // Известия ИГУ. Серия «Математика». – 2015. – Т. 11. – С. 96–105.

3. Солодуша С.В. Численное моделирование динамики теплообмена модифицированным квадратичным полиномом Вольтерры / С.В. Солодуша // Вычислительные технологии. – 2013. – Т. 18. – № 2. – С. 84-94.

4. Солодуша С.В. Программное обеспечение и алгоритмы для моделирования нелинейной динамики полиномами Вольтерра / С.В. Солодуша // Программные продукты и системы. – 2012. – № 4. – С. 137–141.

5. Солодуша С.В. Пакет «Динамика» для исследования динамических процессов рядами Вольтерра / С.В. Солодуша // Вестник ЮУрГУ. Серия «Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника». – 2017. – Т. 17. – № 2. – С. 83-92.

6. Солодуша С.В. Алгоритмы управления элементами активно-адаптивных сетей, основанные на применении интегро-степенных рядов Вольтерры / Д.О. Герасимов, С.В. Солодуша, К.В. Суслов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2015. – № 1(45). – С. 97-101.

7. Солодуша С.В. О вычислении ядра интегрального уравнения, возникающего в обратной граничной задаче теплопроводности / С.В. Солодуша, И.В. Мокрый // Вестник Тамбовского университета. Серия «Естественные и технические науки». – 2015. – Т. 20. – № 5. – С. 1444–1447.

8. Солодуша С.В. Сопоставление некоторых способов моделирования при описании нелинейной динамики рядами Вольтерра / С.В. Солодуша // Вестник Тамбовского университета. Серия «Естественные и технические науки». – 2013. – Т. 18. – № 5-2. – С. 2678–2680.

9. Солодуша С.В. Моделирование систем автоматического управления на основе полиномов Вольтерра / С.В. Солодуша // Моделирование и анализ ин-

формационных систем. – 2012. – Т. 19. – № 1. – С. 60-68.

10. Солодуша С.В. Численное моделирование нелинейных динамических систем с векторным входом квадратичными полиномами Вольтерра / С.В. Солодуша // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2012. – № 34. – С. 53-59.

11. Солодуша С.В. Применение полиномиальных уравнений Вольтерра I рода в задачах автоматического регулирования / С.В. Солодуша // Вестник Тамбовского университета. Серия «Естественные и технические науки». – 2011. – Т. 16. – № 4. – С. 1181-1183.

12. Солодуша С.В. Применение кубического полинома Вольтерра к моделированию динамики теплообмена / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев, М.С. Щербинин // Вестник ИрГТУ. – 2006. – № 2-3(26). – С. 150-155.

**Научные статьи, опубликованные в журналах списка
Web of Science или Scopus**

13. Solodusha S.V. Numerical Solution of a Class of Systems of Volterra Polynomial Equations of the First Kind / S.V. Solodusha // Numerical Analysis and Applications. – 2018. – Vol. 11. – № 1. – P. 89-97.

14. Solodusha S.V. A Numerical Solution of One Class of Volterra Integral Equations of the First Kind in Terms of the Machine Arithmetic Features / S.V. Solodusha, I.V. Mokry // Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. – 2016. – Vol. 9. – № 3. – P. 119-129.

15. Solodusha S.V. Numerical Solving an Inverse Boundary Value Problem of Heat Conduction Using Volterra Equations of the First Kind / S.V. Solodusha, N.M. Yaparova // Numerical Analysis and Applications. – 2015. – Vol. 18. – № 3. – P. 267–274.

16. Solodusha S.V. Mathematical Modeling of a Dynamic Behavior of Isolated Energy Systems by Volterra Polynomials / S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov,

K.V. Suslov, V.A. Vinnikov // Siberian Electronic Mathematical Reports. – 2015. – Vol. 12. – № 5. – P. C163-C172.

17. Solodusha S.V. Construction of an Integral Model by the Example of Wind Turbine Dynamics / S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov, K.V. Suslov // Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software. – 2015. – Vol. 8. – № 4. – P. 40-49.

18. Solodusha S.V. Modeling Heat Exchangers by Quadratic Volterra Polynomials / S.V. Solodusha // Automation and Remote Control. – 2014. – Vol. 75. – № 1. – P. 87-94.

19. Solodusha S.V. Applications of Nonlinear Volterra Equations of the First Kind to the Control Problem for Heat Exchange Dynamics / S.V. Solodusha // Automation and Remote Control. – 2011. – Vol. 72. – № 6. – P. 1264-1270.

20. Solodusha S.V. A class of systems of bilinear integral Volterra equations of the first kind of the second order / S.V. Solodusha // Automation and Remote Control. – 2009. – Vol. 70. – № 4. – P. 663-671.

21. Solodusha S.V. Test signal amplitude optimization for identification of the Volterra kernels / A.S. Apartsin, S.V. Solodusha // Automation and Remote Control. – 2004. – Vol. 65. – № 3. – P. 464-471.

22. Solodusha S.V. Mathematical Simulation of Linear Dynamic Systems by Volterra Series / A.S. Apartsin, S.V. Solodusha // Engineering Simulation. – 2000. – Vol. 17. – № 2. – P. 143-153.

23. Solodusha S.V. Quadratic and cubic Volterra polynomials: Identification and application / S.V. Solodusha // Vestnik Sankt-Peterburgskogo Universiteta. Prikladnaya Matematika, Informatika, Protsessy Upravleniya. – 2018. – Vol. 14. – № 2. – P. 131-144.

24. Solodusha S.V. Integral Models for Control of Smart Power Networks / K.V. Suslov, S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov // IFAC-PapersOnLine. – 2016. – Vol. 498. – № 27. – P. 439-444.

25. Solodusha S.V. A New Algorithm for Construction of Quadratic Volterra Model for a Non-Stationary Dynamic System / S.V. Solodusha, K.V. Suslov, D.O. Gerasimov // IFAC-PapersOnLine. – 2015. – Vol. 48. – № 11. – P. 982–987.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

26. Солодуша С.В. Программа расчета динамических характеристик изолированной системы энергоснабжения / С.В. Солодуша, Д.О. Герасимов, К.В. Суслов // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2017611394. Правообладатель ФГБУН ИСЭМ СО РАН. – № 2016662302 ; заявл. 15.11.2016; зарегистр. 02.02.2017, Бюл. № 2.

27. Солодуша С.В. Программа определения параметров ветроэнергетической установки / Д.О. Герасимов, К.В. Суслов, С.В. Солодуша // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016617137. Правообладатель ФГБОУ ВО ИРНИТУ. – № 2016614539 ; заявл. 04.05.2016; зарегистр. 28.06.2016, Бюл. № 7.

28. Солодуша С.В. Программное средство для моделирования динамических процессов с нестационарными свойствами на основе кубических полиномов Вольтерра (векторный случай) / С.В. Солодуша // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2015660174. Правообладатель ФГБУН ИСЭМ СО РАН. – № 2015616952 ; заявл. 28.07.2015; зарегистр. 23.09.2015, Бюл. № 10.

29. Солодуша С.В. Программное средство для моделирования нелинейных динамических систем с помощью кубических полиномов Вольтерра (скалярный случай) / С.В. Солодуша, В.А. Спиряев // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2013618929. Правообладатель ФГБУН ИСЭМ СО РАН. – № 2013616622 ; заявл. 29.07.2013; зарегистр. 23.09.2013, Бюл. № 12.

30. Солодуша С.В. Программно-вычислительный комплекс для моделирования нелинейной динамики теплообмена на базе квадратичных полиномов Вольтерра / С.В. Солодуша // Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2012614246. Правообладатель ФГБУН

Другие публикации автора по теме диссертации

31. Solodusha S.V. Numerical simulation of the electric power object dynamics by the Volterra polynomials / S.V. Solodusha // Proceedings 2018 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference). – IEEE, 2018. – P. 239-243.
32. Solodusha S.V. Methods for modeling the dynamics of wind turbines in systems with distributed generation / V.A. Vinnikov, K.V. Suslov, D.O. Gerasimov, S.V. Solodusha // CIGRE Science & Engineering. – 2018. – № 10. – P. 113-120.
33. Solodusha S.V. Numerical Solution of a Dynamic Measurement Problem by Volterra Polynomials / S.V. Solodusha, I.V. Orlova // Proceedings 2017 2nd International Ural Conference on Measurements (UralCon). – IEEE, 2017. – P. 397-402.
34. Solodusha S.V. Volterra polynomials in the intelligent control system of wind power plant operation / S.V. Solodusha, I.V. Orlova // Proceedings 11th International Conference on Computer Science and Information Technologies (CSIT). – IEEE, 2017. – P. 135-138.
35. Solodusha S.V. Solving one Class of Systems of the Polynomial Volterra Equations of the First Kind by Newton's Method / S.V. Solodusha // Proceedings 2017 Constructive Nonsmooth Analysis and Related Topics (dedicated to the memory of V. F. Demyanov) (CNSA). – IEEE, 2017. – P. 299-303.
36. Solodusha S.V. Integral Models of Non-linear Non-stationary Systems and Their Applications / S.V. Solodusha, I.V. Orlova // Proceedings 2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM). – IEEE, 2017. – Art. № 8076419.
37. Солодуша С.В. К идентификации ядер Вольтерры в нестационарных интегральных моделях динамических систем / С.В. Солодуша // Математичне

та комп'ютерне моделювання. Серія : Технічні науки. – 2017. – № 15. – С. 222-228.

38. Solodusha S.V. Applicability of Volterra integral polynomials in the control systems of electric power facilities / S.V. Solodusha, K.V. Suslov, D.O. Gerasimov // Proceedings 2016 International Conference Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference). – IEEE, 2016. – Art. № 7541227.

39. Solodusha S.V. Modelling and simulation of power generation of smart electricity supply systems / K.V. Suslov, D.O. Gerasimov, V.A. Vinnikov, S.V. Solodusha // CIGRE Session 46. – Vol. 2016-August. – 2016.

40. Solodusha S.V. Determination of parameters of adaptive law for the control of an off-grid power system / K.V. Suslov, S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov // Proceedings of the 5th International Conference on Smart Cities and Green ICT Systems (SMARTGREENS). – IEEE, 2016. – P. 129-135.

41. Solodusha S.V. Modeling of nonlinear dynamics of active components in intelligent electric power systems / K.V. Suslov, S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov // Proceedings of the 4th International Conference on Smart Cities and Green ICT Systems (SMARTGREENS). – IEEE, 2015. – P. 195-200.

42. Solodusha S.V. Smart grid: Algorithms for control of active-adaptive network components / K.V. Suslov, D.O. Gerasimov, S.V. Solodusha // Proceedings 2015 IEEE Eindhoven PowerTech (PowerTech). – 2015. – Art. № 7232462.

43. Solodusha S.V. A new algorithm for isolated electricity supply system control / K.V. Suslov, S.V. Solodusha, D.O. Gerasimov // Proceedings of the International Symposium on Smart Electric Distribution Systems and Technologies (EDST). – IEEE, 2015. – P. 26-31.

44. Solodusha S.V. Modeling of nonlinear dynamic systems with Volterra polynomials: elements of theory and applications / A.S. Apartsyn, S.V. Solodusha, V.A. Spiryaev // International Journal of Energy Optimization and Engineering. – 2013. – Vol. 2. – № 4. – P. 16-43.

Отпечатано в ИСЭМ СО РАН
664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 130.
Заказ № 36, тираж 150 экз.