ПОИСК ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ГРУППОВОГО МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МАЖОРИТАРНОГО ОТНОШЕНИЯ[1]

А.О. Захаров

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург
e-mail: a.zakharov@spbu.ru

В докладе рассматривается задача группового многокритериального выбора, которая включает: 1) множество допустимых решений $X \subseteq \mathbb{R}^n$; 2) числовой векторный критерий $f = (f_1, \dots, f_m)$, заданный на множестве X; 3) асимметричные бинарные отношения $\succ_i$, $i = \overline{1, N}$, лиц, принимающих решение (ЛПР), определенные на множестве $Y = f(X)$. Критерий f отражает общие цели группы ЛПР, а бинарное отношение каждого ЛПР — индивидуальные предпочтения, которые задаются при помощи «квантов» информации [1], показывающих компромисс между двумя компонентами критерия f. На отношение $\succ_i$ для всех $i = \overline{1, N}$ и критерий f накладываются требования из [1]. Рассматривается мажоритарное отношение $\succ$: для произвольных векторов $y^{(1)}, y^{(2)} \in \mathbb{R}^m$ выполнено $y^{(1)} \succ y^{(2)}$, если справедливы соотношения $y^{(1)} \succ_i y^{(2)}$ по крайней мере для половины номеров i из $\{1, \dots, N\}$. В работе доказано, что отношение $\succ$ является конусным с конусом $K = \bigcup_{i=1}^{C_N^p} \bigcap_{l=1}^{p} K_{il}$, где $p = N/2$, если p — четное, $p = [N/2] + 1$, если p — нечетное, $[a]$ — целая часть числа a, $\{K_{i1}, \dots, K_{ip}\} \subset \{K_1, \dots, K_N\}$. Показано, что $0_m \notin K$, $\mathbb{R}^m_+ \subseteq K$, и в отличии от конусов K_1, …, K_N конус K, вообще говоря, не является выпуклым.

Под оптимальными решениями задачи группового выбора будем понимать множество недоминируемых векторов $\mathrm{Ndom}_K(Y) = \{y^* \in Y \mid \nexists y \in Y : \ y - y^* \in K\}$ относительно конуса K. В случае $K = \mathbb{R}^m_+$, $\mathrm{Ndom}_K(Y) = P(Y)$, где $P(Y)$ — множество Парето. Когда конус K не является выпуклым, мажоритарное отношение $\succ$ не обладает свойством транзитивности. Поэтому необходимо выделять выпуклую часть $\hat{K}$ конуса K, которая будет задавать транзитивную часть $\succ_{tr}$ мажоритарного отношения $\succ$. И тогда, в действительности, необходимо искать множество недоминируемых векторов $\mathrm{Ndom}_{\hat{K}}(Y)$.

Рассмотрен случай группы из трех ЛПР и критерия с двумя компонентами, каждое ЛПР задает по одному и по два «кванта» информации. Показано, как выделять выпуклую часть $\hat{K}$ конуса K и строить множество недоминируемых векторов $\mathrm{Ndom}_{\hat{K}}(Y)$: оно представляет собой множество Парето $\hat{P}(Y) = f(P_g(X))$ в многокритериальной задаче с «новым» векторным критерием g и множеством допустимых решений X, где компоненты критерия g являются линейными комбинациями компонент критерия f. Причем $\mathrm{Ndom}_{\hat{K}}(Y) \subseteq P(Y)$, т. е. происходит сужение изначального множества оптимумов $P(Y)$. Однако показаны ситуации, когда конус $\hat{K}$ выбирается неоднозначно, что порождает неоднозначность множества недоминируемых векторов $\mathrm{Ndom}_{\hat{K}}(Y)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ногин В. Д. *Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход (изд. 2, испр. и доп.).* М.: Физматлит, 2005. — 176 с.

[1]Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14–07–00899).