О МЕТОДЕ НЕВЯЗКИ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ПРОТИВОРЕЧИВЫХ ЗАДАЧ ВЫПУКЛОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ[1]

В. Д. Скарин

Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург
e-mail: skavd@imm.uran.ru

Рассмотрим задачу выпуклого программирования (ВП)

$$\min\{f_0(x) \colon x \in X\}, \tag{1}$$

где $X = \{x \colon f(x) \le 0\}$, $f(x) = [f_1(x), \dots, f_m(x)]$, $f_i(x)$ — определенные на $\mathbb{R}^n$ выпуклые функции ($i = 0, 1, \dots, m$). Задачи ВП с противоречивыми ограничениями ($X = \varnothing$) составляют [1] важный класс несобственных задач (НЗ) ВП.

Несобственные задачи могут возникать вследствие приближенного задания исходной информации, что связано с проблемой устойчивости решения. Такие задачи представляют интерес для теории и методов некорректных задач оптимизации. Поэтому имеет смысл рассматривать стандартные методы регуляризации некорректных моделей для анализа несобственных задач. В работе исследуется возможность применения метода невязки [2] для коррекции НЗ ВП.

Метод невязки регуляризации разрешимой задачи (1) состоит в решении последовательности задач, зависящих от числового параметра δ:

$$\min\{\|x\|^2 \colon x \in X \cap M_\delta\}, \tag{2}$$

где $M_\delta = \{x \colon f_0(x) \le \delta\}$, $\delta \ge f^*$, f^* — оптимальное значение (1). Задача (2) имеет единственное решение x^*_δ, и легко показать, что x^*_δ при $\delta \to f^*$ сходится к нормальному решению задачи (1).

Если же в (1) $X = \varnothing$, то и (2) будет НЗ ВП. Будем учитывать ограничения задачи (2) с помощью некоторой штрафной функции. Рассматриваются два варианта — метод квадратичного штрафа и метод точной штрафной функции. В первом случае (2) заменяется задачей

$$\min_x \{F_\delta(x, r) = \|x\|^2 + \rho\|f^+(x)\|^2 + \rho_0(f_0(x) - \delta)^{+^2}\}, \tag{3}$$

во втором —

$$\min_x \Big\{\Phi_\delta(x, r) = \|x\|^2 + \rho \sum_{i=1}^m f_i^+(x) + \rho(f_0(x) - \delta)^+\Big\}, \tag{4}$$

где $r = [\rho, \rho_0] \in \mathbb{R}^2$, $r > 0$, $\delta \in \mathbb{R}^1$. Обе задачи имеют единственное решение при любых значениях параметров r и δ, в том числе и при $X = \varnothing$. Это обстоятельство и позволяет использовать функции $F_\delta(x, r)$ и $\Phi_\delta(x, r)$ для анализа НЗ ВП.

Основное внимание в работе уделяется выводу оценок, характеризующих сходимость решений задач (3) и (4) к некоторому аппроксимационному решению НЗ ВП.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Еремин, В. Д. Мазуров, Н. Н. Астафьев. *Несобственные задачи линейного и выпуклого программирования.* М.: Наука, 1983. 336 с.
2. Ф. П. Васильев. *Методы решения экстремальных задач.* М.: Наука, 1981. 400 с.

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-00210, 13-07-00181) и программ Президиума УрО РАН (проекты 12-П-1-1016, 12-С-1-1017/1).