ЗАДАЧИ ОТДЕЛИМОСТИ ДВУХ МНОЖЕСТВ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ И КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИЯМИ КАК ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ[1]

Т.В. Груздева, А.В. Орлов

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, Иркутск
e-mail: {gruzdeva, anor}@icc.ru

Задача отделимости двух конечных множеств, возникающая при решении задач классификации, формулируется следующим образом [1]. Пусть заданы множества $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, состоящие из M и N элементов соответственно. Каждый элемент обладает n характеристиками, которые представимы точками из пространства $I\!R^n$. Задача отделимости множеств $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$ состоит в построении отделяющей функции $F(\cdot)$ такой, что

$$F(x) > 0 \;\forall x \in \mathcal{A}, \;\; F(x) < 0 \;\forall x \in \mathcal{B}.$$

Классическая задача линейной отделимости [2], эквивалентная задаче линейного программирования, заключается в построении гиперплоскости $H(\omega, \xi) = \{x \in I\!R^n |\; \langle \omega, x\rangle = \xi\}$ такой, что $\langle \omega, x\rangle > \xi \;\forall x \in \mathcal{A}$, $\langle \omega, x\rangle < \xi \;\forall x \in \mathcal{B}$. К сожалению, в практических задачах линейная отделимость чаще всего места не имеет.

Первым по сложности обобщением понятия линейной отделимости является билинейная отделимость — задача отделения множеств двумя гиперплоскостями, которая эквивалентна невыпуклой задаче билинейной оптимизации [3]. Следующим по сложности обобщением является задача поиска семейства p гиперплоскостей, отделяющих множества $\mathcal{A}$ и $\mathcal{B}$, — задача полиэдральной отделимости [4]. В этом случае эквивалентная ей невыпуклая задача оказывается еще и негладкой.

Наряду с кусочно-линейными отделяющими функциями в работе рассматриваются задачи с квадратичной функцией $F(\cdot)$ — поиск сферы или эллипса, отделяющих два множества [5], которые также сводятся к невыпуклой негладкой задаче.

Для решения соответствующих невыпуклых задач использована теория глобального поиска, разработанная для задач d.c. минимизации [6]. Построенные на этой основе алгоритмы протестированы как на специально сконструированных задачах, так и на задачах классификации из библиотеки, размещенной по адресу http://archive.ics.uci.edu/ml/datasets.html.

ЛИТЕРАТУРА

1. Еремин И. И. *Теория линейной оптимизации.* Екатеринбург: Изд-во ИММ УрО РАН, 1999, 312 с.
2. Васильев Ф.П. *Методы оптимизации.* М.: Факториал-пресс, 2002, 415 с.
3. Bennett K.P., Mangasarian O.L. *Bilinear Separation of Two Sets in n-Space.* — Computational Optimization and Applications. — 1993, № 2, p. 207–227.
4. Astorino A., Gaudioso M. *Polyhedral Separability Through Successive LP.* — Journal of Optimization theory and applications. — 2002, Vol. 112, №. 2, p. 265-–293.
5. Astorino A., Gaudioso M. *A fixed-center spherical separation algorithm with kernel transformations for classification problems.* — Computational Management Science. — 2009, № 6, p. 357–372.

[1]Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (НШ-5007.2014.9)

6. Стрекаловский А.С. *Элементы невыпуклой оптимизации.* Новосибирск: Наука, 2003, 356 с.